Université Sorbonne Paris Cité

Université Denis Diderot - Paris 7

École doctorale ED400 Savoirs Scientifiques
Laboratoire de Didactique André Revuz

Thèse de doctorat

Discipline : Didactique des Disciplines - Mathématiques

présentée par

Jorge Gaona

Élaboration d'une base d'exercices comme processus de formation des professeurs de mathématique

dirigée par Alain Kuzniak et Laurent Vivier

Soutenue le 11 décembre 2018 à Valparaíso du Chili, devant le jury composé de :

M. Philippe Richard	Université de Montréal	président, rapporteur
Mme Elizabeth Montoya	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	rapporteure
M. Alain Kuzniak	Université Paris Diderot	directeur
M. Laurent Vivier	Université Paris Diderot	directeur
Mme Jesús Flores	Pontificia Universidad Católica del Perú	examinatrice
M. Roberto Araya	Universidad de Chile	examinateur

Laboratoire de Didactique André Revuz, (EA 4434), UA, UCP, UPD, UPEC, URN.
8 place Aurélie Nemours, Batîment Sophie Germain, Bureau 747, Paris 75013, Ile de France, France.
jorge.gaona@etu.univ-paris-diderot.fr

Université Paris Diderot - Paris 7.
École doctorale de Savoirs Scientifiques ED400.
Case 7078
5 rue Thomas Mann, Paris 75013, Ile de France, France.
75 205 Paris Cedex 13

Hoy es un día igual que ayer
mañana será otro normal tal vez
existen ciertas diferencias entre un día y otro y es
la posibilidad de hacer las cosas
de una forma diferente

Movimiento Original, *Cotidiano*

Agradecimientos

Esta es la primera parte que pensé de la tesis y es la última en ser escrita. Para hacer los agradecimientos me tuve que preguntar ¿dónde empieza la tesis? y también ¿Quién me ayudó en este proceso?. La respuesta a tan, aparentemente, simple pregunta es relativa, como todo en la vida. No es solo es lo académico, son todas las condiciones: materiales, emocionales y simbólicas que permiten de alguna forma poder estudiar tranquilo.

Si comenzó cuando llegué a Francia, debo sin duda agradecer a Camilo Useche quien nos ayudó a subir las maletas 5 pisos en un edificio sin ascensor. A Camila Ponce y Diego Arango, quienes nos arrendaron un primer apartamento y particularmente a Diego, quien me presentó al Panchester (Jair, Yann, Jorginho, Lipo, Alex, Diego, Arturo, Ministro, Jorge Guerra), grupo humano con quien compartimos refrescos y aguas en veranos e inviernos, algunas veces con sol y muchas con lluvia.

A Carolina Ruminot, quien nos ayudó a econtrar un primer apartamento "con papeles" en Cachan y por su puesto a Pepe y Juani quienes, sin conocernos, fueron nuestros *garants*.

A todos los amigos que conocimos en el camino: Jose Serrano y Miriam Jurado, a Karla Fuezalida y Jerónimo Escribano, Mariam Harbouli, Tatiana Jiménez y Claudio Montengro con quienes nos acompañamos en gran parte de la aventura.

A Mauricio Bustamante (no el periodista) quien nos cedió su apartamento cuando volvió a su país, después que nos echaron de Cachan. A Jair Torres, quien fue nuestro aval y a Philippe Vergne, que hasta el momento, ha sido uno de los mejores propietarios a quién he arrendado un lugar. A la vecina y amiga

A mis amigos de los Franciscanos, especialmente a: CapiYann, Arturo, Martín, Diego y Buca, con quienes además de jugar y perder inumerables veces contra bananos, compartimos muchos domingos en el gallego y la recyclerie.

A todos mis amigos y compañeros de la Universidad, con quienes compartimos seminarios, congresos, AG y también cumpleaños, almuerzos, navidades, años nuevos y muchas otras cosas: Fabienne Lanata: su amistad, ayuda y generosidad en el master fueron muy importantes; Stéphane Sijeracob; Ronnel Berry; Inés Delgado; Poone Afshari; Martin Leguil; Soledad López: gran amiga y partner, sobre todo en el último tiempo que fue el más complicado; Juan Pablo Vigneaux; Paula Jouannet: gran e impredecible amiga , Macarena Flores: por sus vinos en el Sena; Claudia Reyes; Assia Nechache: quien se dio el tiempo de explicarme los ETM varias veces, Leonard Sánchez: uno de mis mejores amigos de mi época en París, Charlotte Derouet, Dominique Laval, Blandine Masselin, Noemi Tran Tat, Zakarias Saadi, Sophie Rouse y Ratha Loeng.

A los y las investigadoras con las que pude compartir y discutir en el laboratorio LDAR, especialmente en los grupos TICE y ETM: Michèle Artigue, Julia Pilet, Maha Abboud, Françoise Chenevotot, Luz Martínez (además una gran amiga), Cécile de Hosson, Philippe Hoppenot, Fabrice Vandebrouck y Jean Baptiste Lagrange.

A quienes trabajan apoyando la administración y que me solucionaron un y mil problemas: Evelyn Scaron y Sandrine Pelle.

A Mario Vásquez, que gracias a su apoyo, visión, y lo jugado que es, hicieron posible esta investigación. También a los profesores que durante este período participaron en SEDOL-M y quienes fueron muy generosos al abrir sus aulas, especialmente a: Juan Pizarro, Arnoldo Hernandez, Fatima Toro Lagos, Nancy Gómez, Waldo Jara, Luis Orellana, Nelly Devia, Pilar Gallego y también a Carol Halal, Rodrigo Zamorano y Daniel Morales.

A quienes desde Chile, con su cariño y amistad me acompañaron y me ayudaron: mis papás, que me han acompañado siempre, mis hermanos Jhonattan Gaona y Andrés Figueroa, mis amigos Juan Muñoz, Gaby Olivares, Pame Vergara, Carlos Fajardo, Andrea Arriagada, Catherine Hardy y especialmente a Caro Henríquez que me orientó en la tesis del master; a Marcelo Palacios quien me ayudó a hacer trámites en Chile que desde Francia no eran posibles y mi hermana Jocelyn Gaona, que probablemente, era una de las que más quería que yo volviera, porque tuvo la "suerte" de ser mi representante acá y hacer un montón de trámites a mi nombre y que me fue a ver dos veces!.

A los que me fueron a visitar mientras estuve allá: Lore Ascencio, Belén Fores, Alejandro Cea, Silvana Bustos y mis primos Danilo Leiva, Gricel Flores, Joaquín Leiva y Vicente Leiva.

A mis directores, Laurent Vivier y Alain Kuzniak, quienes me guiaron en el proceso, me indicaron de forma insistente, a pesar de mi resistencia a trabajar de una forma que hoy agradezco como parte de mi formación y que me permitió cambiar mi postura a una de *chercheur*. También me apoyaron, tanto en lo académico como en aquellos momentos que nos presenta la vida y en los cuales debemos dejar de lado la tesis.

A Evelyn Rojas, que a pesar de que decidimos seguir nuestros caminos por separado, fue una gran compañera.

A mi hija Sofía, que me ayudó a desconectarme cada vez que llegaba a la casa y estaba ahí esperando y que también, me dio el impulso para continuar, querer volver a Chile y terminar esta tesis.

Pero la tesis no comenzó en Francia, fue antes con la ayuda de Elizabeth Montoya, quien fue la “culpable” de tener la idea y dar el apoyo necesario para llegar al LDAR y quien además estuvo acompañando todo mi proceso de tesis, incluyendo la defensa.

No puedo dejar de agradecer a todos los que me acompañaron en mi defensa, al jurado, amigos, colegas y familiares, en especial a mis hermanos: Jocelyn Gaona y Andrés Figueroa; mis papás: Jorge Gaona y Adriana Paredes; mi compañera Fabiola Arévalo y a mi partner, compañera e hija Sofía Gaona.

Resumen

Résumé

Cette recherche s'inscrit dans la problématique de l'intégration de technologie dans le processus d'apprentissage et enseignement des mathématique. Particulièrement, ce travail a pour objet étudier quel est l'impact de la participation des professeurs dans la conception des tâches qui confortement un système d'évaluation en ligne en mathématique, dans ce thèse on étudie notamment las tâches sur les fonctions polynômes. Quand on parle d'impact, on l'écrit à double sens : l'impact sur l'utilisation des ressources et sur la valeur épistémique des ressources conçues pour les professeurs.

Du point de vue méthodologique, cette thèse s'inscrit dans un travail de type qualitatif qui est complété avec des analyses quantitatives.

Pour étudier l'impact dans l'utilisation des ressources de la plateforme on faite une comparaison selon les rôles des professeurs (concepteurs et utilisateurs) a partir des données générés pour la plateforme et complétées avec des analyses des enregistrements de classes et des entretiens aux professeurs concepteurs. On peut conclure que il n'y a pas de différence dans l'utilisation des ressources quand dans un campus s'il y a des concepteurs et utilisateurs, par contre, quand dans un campus il y a que des utilisateurs, la participation des étudiantes dans la plateforme est beaucoup plus faible.

Pour caractériser la valeur épistémique des tâches de la plateforme on a utilisé comme principal cadre théorique les Espaces de Travail Mathématique (ETM). Après de observer certains phénomènes dans l'ensemble de tâches de la plateforme, en utilisant le même cadre théorique, on a caractérisé les tâches habituelles des professeurs pour finalement faire une comparaison entre l'ETM potentiel de la plateforme et l'ETM idoine des professeurs. On a utilisé comme sources des données les tâches de la plateforme sur fonctions polynômes, les enregistrements des classes des professeurs concepteurs pour caractériser les tâches habituelles et des entretiens d'explicitation pour comprendre les raisons des certains choix des professeurs.

On a constaté qu'il y a certaines phénomènes observés dans les tâches de la plateforme qui son dû à la dimension instrumental et las limitations des logiciels, surtout les relatives à l'utilisation des graphiques. Néanmoins il y a autres phénomènes qui son influencés principalement pour l'ETM idoine. De ce travail se dégagent également des pistes d'amélioration pour l'enrichissement des ressources de la plateforme et faire évoluer l'ETM idoine des professeurs à partir d'un accompagnement didactique.

Mots cléfs

technologie, base d'exercices en ligne, Espace de Travail Mathématique, fonctions.

Resumen

Esta investigación se inscribe en la problemática de la integración de tecnología en los proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Particularmente, este trabajo tiene por objetivo estudiar el impacto de la participación de profesores en el diseño de las tareas que conforman un sistema de evaluación en línea en matemáticas, específicamente en esta tesis se estudian las tareas sobre funciones polinómicas. Cuando se habla de impacto, esto se refiere en dos sentidos: impacto en la utilización de los recursos y sobre el valor epistémico de los recursos creados por los profesores.

Desde el punto de vista metodológico, esta tesis se inscribe en un trabajo de tipo cualitativo complementados con algunos análisis cuantitativos.

Para estudiar el impacto en la utilización de los recursos de la plataforma se hizo una comparación según los roles de los profesores (diseñadores y utilizadores) a partir de los datos generados por la plataforma et complementados con análisis del registro de clases y de entrevistas a los profesores diseñadores. Se puede concluir que no hay diferencias en la utilización de los recursos en un campus si hay diseñadores y utilizadores, en cambio, cuando en un campus hay sólo utilizadores la participación de los estudiantes en la plataforma es mucho más baja.

Para caracterizar el valor epistémico de las tareas de la plataformas se utilizó como marco teórico los Espacios de Trabajo Matemático (ETM). Después de observar ciertos fenómenos en el conjunto de tareas de la plataforma, utilizando el mismo marco teórico, se caracterizaron las tareas habituales de los profesores diseñadores para finalmente hacer una comparación entre el ETM potencial de la plataforma y el ETM idóneo de los profesores. Se utilizaron como fuentes de datos las tareas de la plataforma sobre funciones polinómicas, los registros de clases de los profesores diseñadores para caracterizar alas tareas habituales y entrevistas de explicitación para comprender las razones de ciertas elecciones de los profesores.

Se concluyó que ciertos fenómenos observados en las tareas de la plataformas son debido a la dimensión instrumental y las limitaciones de los programas informáticos, sobretodo los ligados a los gráficos. Sin embargo, hay otros fenómenos que son influenciados principalmente por el ETM idóneo. De este trabajo se desprenden también pistas de mejora para enriquecer los recursos de la plataforma et para hacer evolucionar el ETM idóneo de los profesores a partir de un acompañamiento didáctico.

Palabras claves

tecnología, sistemas de evaluación en línea, Espacio de Trabajo Matemático, funciones.

Abstract

This research is part of the problem of integrating technology into the process of teaching and learning mathematics. Particularly, this work aims to study the impact of the participation of teachers in the design of tasks that make up an online assessment system in mathematics, specifically in this thesis are studied tasks on polynomial functions. When we speak of impact, this refers in two senses: impact on the use of resources and on the epistemic value of the resources created by teachers.

From the methodological point of view, this thesis is part of a qualitative work complemented by some quantitative analyses.

In order to study the impact on the use of the platform's resources, a comparison was made according to the roles of the teachers (designers and users), based on the data generated by the platform and complemented by analysis of the class register and interviews with the designer teachers. It can be concluded that there are no differences in the use of resources on a campus if there are designers and users, whereas when on a campus there are only users the participation of students on the platform is much lower.

The Mathematical Workspaces (MTS) were used as a theoretical framework to characterize the epistemic value of platform tasks. After observing certain phenomena in the set of tasks of the platform, using the same theoretical framework, the usual tasks of the professors designers were characterized to finally make a comparison between the potential ETM of the platform and the suitable ETM of the professors. The platform tasks on polynomial functions, the class records of the design teachers were used as data sources to characterize the usual tasks and explanatory interviews to understand the reasons for certain teacher choices.

It was concluded that certain phenomena observed in the tasks of the platforms are due to the instrumental dimension and the limitations of the software, especially those linked to graphics. However, there are other phenomena that are mainly influenced by the suitable ETM. This work also gives rise to suggestions for improvement to enrich the resources of the platform and to make the suitable ETM of the teachers evolve on the basis of a didactic accompaniment.

It was concluded that certain phenomena observed in the tasks of the platforms are due to the instrumental dimension and the limitations of the software, especially those linked to graphics. However, there are other phenomena that are mainly influenced by the suitable ETM. This work also gives rise to suggestions for improvement to enrich the resources of the platform and to make the suitable ETM of the

teachers evolve on the basis of a didactic accompaniment.

It has been noted that the ETM and certain phénomènes observed in the plateforme tâches that are due to the instrumental dimension and limitations of the software, especially those related to the use of graphics. Néanmoins il y a autres phénomènes qui son influencés principalement pour l'ETM idoine.

This work also involves the use of improvement pistons to enrich the resources on the plateforme and the development of the ETM worn by teachers from a didactic accompaniment.

Keywords

technology, e-assessment, Mathematical Working Space, fonctions.

Índice general

Índice de figuras

Índice de tablas

Introducción

Frente al vertiginoso crecimiento del acceso a los computadores y las redes de internet, los gobiernos y entidades internacionales han promovido la incorporación de la tecnología en educación y han obligado a los gobiernos del mundo y en particular de Latinoamérica a invertir en políticas públicas de mejora de infraestructura y acceso a este tipo de recursos (Samaniego et al., 2012, p. 16) y se ha visto una evolución notable, aunque siguen existiendo brechas entre países (OCDE, 2015, p. 34).

Sin embargo, a pesar de los esfuerzos de desarrollar infraestructura, la incorporación de la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje sigue estando por debajo de las expectativas Artigue (2010).

Esto además se complejiza frente a la diversidad de herramientas disponibles, por lo que más que hablar de incorporación de tecnología en general, se debería hablar de la incorporación de cierto tipo de tecnología más específica.

Múltiples investigaciones, han dado pistas que muestran al profesor como un actor clave en el proceso de integración de recursos tecnológicos Abboud-Blanchard (2014); Drijvers (2015); Ruthven (2007). Todos estos autores coinciden en que esta integración depende de muchos factores, como por ejemplo, sus creencias sobre la tecnología, si estiman un real beneficio para el aprendizaje de los estudiantes versus el costo que conlleva su planificación e implementación, la cercanía de estos recursos con el curriculum efectivo y la flexibilidad que tengan estos.

Además de los factores antes mencionados, la integración de los recursos puede ser compleja cuando el profesor es visto sólo como un implementador de creaciones de otros profesionales. Una forma de abordar esta dificultad es dar más relevancia al profesor como diseñador y este cambio ofrece perspectivas para la apropiación de los recursos (que puede ayudar a la integración) y además para su formación profesional Pepin et al. (2017). Sin embargo, para que esta participación de produzca, esta debe estar promovida y soportada institucionalmente.

En nuestro caso, nos centramos en el trabajo con sistemas de evaluación en línea y particularmente en el estudio de la incorporación del profesor como diseñador, programador e implementador de las tareas que la componen. Nuestro estudio se centra principalmente en analizar la incidencia de su incorporación en el uso de la plataforma y en el valor epistémico de las tareas propuestas.

Para estudiar el valor epistémico de las tareas utilizaremos como marco teórico el Espacio de Trabajo Matemático Kuzniak (2011); Kuzniak et al. (2016b).

Plan de estudio

Para llevar a cabo esta investigación, dividimos este trabajo en 8 capítulos.

En el capítulo 1 mostramos la problemática donde insertamos este estudio dentro de las investigaciones sobre la integración de la tecnología y nos centramos en los factores que inciden en esta integración. Realizamos un panorama sobre las investigaciones sobre sistemas de evaluación en línea en matemáticas y en torno a esto proponemos los primeros cuestionamientos.

En el capítulo 2 se justifica la pertinencia del marco teórico elegido, se exponen las principales herramientas teóricas que serán utilizadas para realizar los análisis, se realizará una pequeña síntesis histórica del objeto matemático de estudio y se definirán las preguntas e hipótesis de investigación en términos de las herramientas teóricas elegidas.

En el capítulo 3 se exponen la metodología de este trabajo y las diferentes fases de la investigación y como se utilizarán las herramientas teóricas elegida.

En el capítulo 4 se describe el contexto institucional en el que se enmarca el proyecto SEDOL-M, proyecto sobre el cual se desarrolla esta investigación. También se analizan las potencialidades y limitaciones del software elegido para diseñar las tareas de la plataforma.

En el capítulo 5 se analizan las tareas de la plataforma en la unidad de funciones polinómicas, primero se exponen los elementos comunes a todos los profesores y luego se realiza un análisis por cada uno de las y los profesores diseñadores.

En el capítulo 6 se hace una análisis de las tareas habituales de tres (de 6) profesoras diseñadoras. este análisis se hace por profesora y para cada una se realiza un análisis general y uno particular.

En el capítulo 7 se hace la comparación entre las tareas habituales y las tareas de la plataforma, esta comparación se hace en base a cuatro elementos: tipos de tareas, contextualización, registros y características de las funciones y en base al ETM potencial de cada uno de los conjuntos de tareas.

En el capítulo 8 y final se hace un resumen de este trabajo, retornando a las preguntas de investigación y se exponen los principales resultados de este trabajo, las limitaciones de esta investigación y las perspectivas.

Capítulo 1

Problemática y estado del arte sobre los sistemas de evaluación en línea

Contenido

1.1. Introducción al capítulo

En este capítulo abordamos la problemática general de nuestro trabajo que está enmarcada en la integración de tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, analizamos en la literatura, los factores que favorecen o dificultan esta integración.

Luego, hacemos una revisión de la investigación sobre los sistemas de evaluación en línea, la cual se expone desde tres focos: los estudiantes, los profesores y la tecnología.

Finalmente, hacemos una síntesis y planteamos de forma preliminar nuestros cuestionamientos.

1.2. Integración de tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

La integración de la tecnología[1] en la educación es un tema promovido tanto por entidades internacionales y gobiernos en todo el mundo, muestra de esto son la Cumbre Mundial sobre la Sociedad de la Información (WSIS por sus siglas en inglés), organizada en Ginebra (Suiza) en el 2003 y en Hammamet (Túnez) en el 2005, y foros realizados en 2016 y 2017 donde se discutió principalmente sobre el potencial de las TIC y los retos que plantea a escala mundial (Samaniego et al., 2012).

En la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas también se han realizado estudios promovidos principalmente por la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI por sus siglas en inglés), donde el primero se publicó en 1992 y tuvo como foco el estudio de la influencia sobre las prácticas matemáticas, sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, sobre los planes de estudio y la formación de profesores (Cornu and Ralston, 1992).

Como lo señaló Artigue (2011), la influencia sobre la matemática como disciplina es clara, pero sobre la enseñanza no lo es tanto. Uno de los principales problemas son la reproductibilidad y escalabilidad de los resultados positivos, obtenidos en experimentaciones pequeñas y en ambientes controlados, a escenarios con profesores

[1]El término tecnología es polisémico, puesto que según la RAE abarca tanto productos como procesos con fines productivos o científicos. En este trabajo nos rstringimos a las tecnología digitales: computadores, dispositivos móviles utilizados como herramientas mediadoras para un propósito de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas.

y estudiantes ordinarios.

En el año 2010 la ICMI (Hoyles and Lagrange, 2010) realiza un nuevo estudio dedicado al mismo tema y la variedad de temas tratados y de dispositivos tecnológicos analizados muestran una evolución de este campo, pero en lo concerniente a los problemas de escalabilidad y reproductibilidad el avance no ha estado acorde a las expectativas.

No obstante, las múltiples investigaciones, han dado pistas que muestran ciertos factores que son relevantes si se tiene por objetivo integrar de manera adecuada las tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Ahora, frente a la pregunta del impacto del uso de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, también hay posturas divergentes.

En un informe del 2015 de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2015), se concluye que a pesar de que varios países han invertido bastante en tecnología, esta inversión no se ha traducido en mejoras significativos en el aprendizaje en matemáticas.

Tomando como punto de partida este informe, Drijvers (2016) hace un meta estudio en el que revisa el impacto de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de una serie de investigaciones y la conclusión es que el impacto es moderado a gran escala y es mayor a pequeña escala. Sin embargo, el tipo y el alcance de ese impacto dependen de la tecnología particular con la que se trabaja y cómo esta es utilizada. En la misma línea, Artigue (2011) plantea que a pesar de los numerosos casos de éxito a pequeña escala, hay que reconocer que respecto a su puesta en marcha con profesores y alumnos ordinarios no hay muchos resultados alentadores.

En un estudio de tipo más cualitativo, Drijvers (2015) ya había planteado que la pregunta "¿Funciona la tecnología para aprender matemáticas?" es muy general y es necesaria afinarla, puesto que no esta claro si esta se refiere a si hay un aprendizaje más profundo, más motivado, eficaz o eficiente o si ayuda a los profesores a enseñar "mejor" matemáticas.

En el artículo, el autor revisa seis casos en los cuales responde en cada uno si la tecnología funcionó o no y conjetura los factores principales que explican estos resultados, los cuales son el diseño, el rol del profesor y el contexto educativo.

Así como Drijvers, varios otros autores coinciden en que el profesor es un actor fundamental para una exitosa integración de la tecnología (Abboud-Blanchard, 2014; Bozkurt and Ruthven, 2017; Lagrange et al., 2005; Ruthven, 2002; Zhao and Frank, 2003) y a su vez, esa integración en el aula depende de varios factores interrelacionados, los cuáles se detallan en la siguiente sección.

No obstante, como bien lo señala (Ruthven, 2007), frente a la proliferación de herramientas digitales disponibles, no es fácil determinar a cuál darle prioridad y dado el actual conocimiento fragmentario sobre la aplicación de estas herramientas en los temas curriculares es aún más complicado darles un desarrollo y uso coherente.

1.3. Factores que inciden en la integración de la tecnología por parte de los profesores

Como se indicó antes, hay una serie de investigaciones que muestran que la integración los recursos digitales no ha sido una tarea sencilla. Las investigaciones en este campo, han dado cuenta de distintos factores que pueden influenciar, tanto de forma positiva como negativa, esta integración.

Por una parte hay factores que están directamente ligados con la dupla (tecnología, tarea(s))[2], como son el aporte que pueden tener estos recursos al aprendizaje (o a procesos relacionados), la distancia de estos recursos con el curriculum efectivo y la flexibilidad de los recursos.

Por otra parte, hay factores que están más ligados a la relación entre las condiciones de trabajo de los profesores y los recursos, como son su participación en la validación, selección o creación de estos y los costos tantos temporales e instrumentales asociados a estos procesos. A su vez, estos elementos pueden influir en los factores directamente relacionados con los recursos.

Finalmente, estas condiciones están supeditadas por el apoyo institucional.

A continuación describiremos de manera más precisa estos factores, los cuales al final de la sección serán resumidos en un esquema.

1.3.1. Valor pragmático y epistémico

Los estudios sobre integración de tecnología, muestran que los cambios que experimentan los profesores sobre su práctica son coherentes con un balance entre costo y beneficios, entre aprendizaje y la pérdida de tiempo en preparación y gestión de sesiones (Abboud-Blanchard, 2014, p. 306).

Pero, ¿qué significa que exista un beneficio para el aprendizaje cuando se trabaja con tecnología? Una forma en la que se puede estudiar el aprendizaje utilizando

[2] Acá se utiliza la notación de par ordenado (a, b) que designa un elemento del producto cartesiano entre dos conjuntos.

tecnología es a través de los conceptos de valor pragmático y epistémico, desarrollados por Artigue (2002), en un proyecto a nivel nacional en Francia, donde investigó la integración de calculadoras simbólicas CAS (por sus siglas en inglés) en clases preparatorias para las escuelas de ingeniería y economía.

El valor pragmático es el potencial que tiene la tecnología para hacer lo mismo que haríamos sin ella de forma más eficaz o eficiente o de realizar acciones que sin ella sería imposible. También esta relacionado con la funcionalidad que tiene una tecnología en particular, en este sentido Drijvers (2015) distingue las herramientas tecnológicas para hacer matemáticas y para aprender matemáticas. En esta última funcionalidad la subdivide en dos posibilidades: practicar habilidades o desarrollar conceptos.

Por otra parte, el valor epistémico está relacionado con el potencial que tiene esta para ayudar a comprender los objetos involucrados. Este valor puede ser estudiado mediante algún modelo teórico que permita caracterizar los distintos elementos que componen la tarea y la interacción de esta con el estudiante mediada por la máquina. Como veremos en detalle más adelante, para el caso de un sistema de evaluación en línea, para estudiar el valor epistémico, hemos utilizado el marco denominado Espacio de Trabajo Matemático desarrollado inicialmente por Kuzniak y su equipo (Kuzniak, 2011; Kuzniak et al., 2015, 2016c).

Ambos valores en un sinnumero de ocasiones están mezclados y no es posible separarlos, además, están restringidos y condicionados por la limitaciones que tenga la tecnología, las que pueden afectar el dominio de validez epistemológico al hacer la transposición informática de los objetos matemáticos involucrados (Balacheff, 2000).

Cabe destacar que estos valores no son intrínsecos de la tecnología sino que más bien pertenecen a la dupla (tecnología, tarea(s)) sobre las que deben trabajar los estudiantes y donde la tecnología funciona como medio, a esta dupla la denominaremos recursos tecnológicos o simplemente recursos cuando no haya ambigüedad.

Bajo esta perspectiva, no tiene sentido preguntarse si un software en particular tiene un alto valor epistémico, pues serán las tareas propuestas utilizando ese software en particular las que permitirán evaluar esto.

El valor pragmático también está dado por la usabilidad que tengan los recursos y esto es relevante en el escenario actual donde proliferan soluciones a partir de tecnologías diferentes y donde el profesor debe elegir cuáles son los más apropiados e integrarlos de forma coherente a su sistema de recursos, tanto tecnológicos como no tecnológicos (Ruthven, 2007).

Esta distinción nos permite por ejemplo evaluar el uso de los sistemas de votación que se utilizan para hacer una pregunta a la clase y mediante estas, los alumnos responden y el profesor tiene en forma instantánea las respuestas de los estudiantes. Toda la inmediatez descrita anteriormente pertenece al valor pragmático, pero sin analizar las preguntas propuestas a la clase, no podemos conocer el valor epistémico de la utilización de esta tecnología.

Otro ejemplo, es el que Villarreal (2012) reporta sobre el uso de un CBR (Calculator Based Range por sus siglas en inglés), el cual es un sensor de movimiento conectado a una calculadora gráfica que dibuja en tiempo real gráficos de distancia-tiempo, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo. Claramente, las posibilidades que entrega el sensor escapan a lo que se podría hacer sólo con lápiz y papel y por lo tanto se observa un valor pragmático. No obstante, la tarea que solicitan a los alumnos es un elemento esencial, en este caso, los investigadores piden a una estudiante: "realizar un movimiento delante del sensor que se encuentra fijo y prever cual sería el gráfico que representa la distancia en función del tiempo". La estudiante dibuja una gráfica en la pizarra y luego utilizando los sensores realiza el movimiento para compararlo con su previsión. En este caso, hay un trabajo de cambio de registro a partir de un trabajo enactivo-icónico (Lagrange and Artigue, 2009).

En el uso de geometría dinámica, un buen ejemplo es el que entregan Gómez-Chacón and Kuzniak (2011) sobre una tarea de construcción denominada "la campana". Esta tarea estaba propuesta inicialmente en un ambiente lápiz-papel y en este artículo hacen una adaptación al software Geogebra. Este estudio muestra las diversidad de estrategias que pueden adoptar los profesores en formación al momento de resolver la tarea, las cuales provienen de la relación con el software y también de su relación con la geometría. Los investigadores destacan que puede haber dificultades para completar la tarea cuando no hay congruencia entre la herramienta teórica e informática, estas dificultades están ligadas a las limitaciones del software.

En los casos descritos anteriormente, se muestra que distinguir el valor pragmático y epistémico permite poner el acento no sólo en la novedad aparente de una nueva tecnología, sino que además en las tareas que se le proponen a los estudiantes mediadas por la tecnología y la actividad real que realicen los estudiantes.

1.3.2. Distancia con el currículum

La distancia con el currículum efectivo se entiende como la distancia de las tareas habituales de los profesores con tareas propuestas en un ambiente digital.

En los casos mencionados anteriormente, los recursos tecnológicos propuestos tienen un alto valor epistémico y aprovechan las potencialidades de la tecnología utilizada, no obstante, como bien lo señala Ruthven (2007), la clase que realiza un profesor es un sistema de rutinas procesadas y automatizadas, adaptadas a circunstancias particulares en las que trabaja el profesor y una gran parte de la innovación (como los ejemplos antes mencionados) implican una modificación de él.

Por lo tanto, aunque las tareas propuestas en un ambiente informático tengan un "alto" valor epistémico, estas pueden ser rechazadas por el profesor por estar alejadas de lo que realiza en clases. En esta misma línea, en un proyecto a gran escala para la implementación de tecnología en conjunto entre Estados Unidos y el Reino Unido Hoyles et al. (2013, p. 1068) plantean que[3]:

> "Our current work, for example, is seeking to determine whether open systems (like SimCalc, Sketchpad, or Cabri) should be replaced by tools that are co-designed alongside the 'curriculum'. Doing so, however, will inevitably limit what is possible to enhance what is probable" (p. 1068)

Tomando en cuenta el esquema de la figura 1.2, en un estado ideal, el valor epistémico-pragmático es alto y la distancia con el currículum es pequeña, pero también podría suceder a la inversa, es decir, un aumento del valor epistémico podría implicar un aumento en la distancia con el currículum o hacer exactamente lo que el profesor realiza en clases en un ambiente tecnológico podría implicar que estas tareas tengan un bajo valor epistémico.

Abboud-Blanchard (2014) indica que tanto en ambientes más cerrados como una base de ejercicios en línea como en ambientes más abiertos como Cabri, las tareas utilizadas por los profesores se mantienen cercanas a las tareas propuestas en soporte lápiz-papel. Si bien es cierto que se han reportado usos más sofisticados de la tecnología, en estos casos los profesores tienen bastante experiencia colaborando con profesores investigadores (Hoyles and Lagrange, 2010). Esto es coherente con estudios sobre las creencias de los profesores, pues según Ertmer (2005) muchos maestros utilizan la tecnología no porque les ayude a alcanzar una nueva meta, sino porque les puede ayudar a alcanzar de forma más efectiva sus metas actuales, por lo que introducir a los profesores en usos relativamente simples de la tecnología, podría ser la manera más viable para su adopción.

[3]Traducción libre: Nuestro trabajo actual, por ejemplo, está tratando de determinar si los sistemas abiertos (como SimCalc, Sketchpad o Cabri) deben ser reemplazados por herramientas que estén co-diseñadas junto con el "currículo". Sin embargo, al hacerlo, inevitablemente se limitará lo que es posible mejorar, lo que es probable

Un ejemplo claro de esto, es pensar en un profesor que de casi exclusivo énfasis al trabajo algebraico rutinario y sean estas mismas tareas las que se propongan en un ambiente digital. Probablemente, una integración tecnológica de estas características no genere tanta resistencia, pero se estará subutilizando el potencial de la herramienta al no proponer tareas que enriquezcan el trabajo matemático de los estudiantes.

Esta cercanía también puede verse afectada por las características del sistema. Por ejemplo, tomemos el caso de geometría dinámica con software como GeoGebra o Cabri y la tarea "Graficar una función". Por las características de ambos software, la tarea sobre el papel consiste en dibujar un plano cartesiano , graduarlo y sobre este trazar la gráfica de una función, mientras que en geometría dinámica esta tarea se transforma bastante, puesto que será a través de deslizadores asociados a los coeficientes de la función o deslizadores de puntos dentro de la misma curva, lo que es un cambio en la naturaleza de las acciones que debe realizar el estudiante. No estamos diciendo que en este ejemplo en particular haya un aumento o una disminución del valor epistémico, no obstante, claramente hay un cambio.

En general, la integración de tareas mediadas por la tecnología, debe tomar en cuenta las tareas habituales de los profesores y sí a través de estas "nuevas" tareas hay un aumento del valor epistémico, hay que buscar la forma de que los profesores se apropien de ellas para que las incorporen a sus rutinas de clases.

Además para que el profesor pueda dar una ayuda eficaz para trabajar sobre los recursos, debe estar familiarizado con ellos, tanto en sus dimensiones relacionadas con el uso técnico de la herramienta tecnológica como con la realización de las tareas matemáticas propuestas (Abboud-Blanchard, 2014).

1.3.3. Flexibilidad de los recursos

Los estudios acerca de la integración de recursos numéricos, indican que además de la cercanía de los recursos con el currículum efectivo, la flexibilidad de estos también es un factor importante que facilita su adopción (Ruthven, 2010).

La flexibilidad puede ser puntual o global. La flexibilidad puntual está dada por la capacidad de los recursos a ser modificados. En cambio la flexibilidad global está dada por la posibilidad de adaptar un grupo de recursos a intereses particulares.

Ambos tipos de flexibilidad dependen de características técnicas de los software, sin embargo, la flexibilidad global depende además de que exista una cantidad suficiente de recursos que cubra el curriculum de un programa de estudio en particular.

Un ejemplo de recursos no flexibles a nivel puntual, es el caso de las animaciones Flash de Adobe que se utilizaban hace un par de años para problemas de variación, las cuales una vez que se publicaban en algún soporte (CD o internet), no era posible modificarlas, salvo por quienes tenían el archivo original. En un sentido opuesto, están los archivos en formato "ggb" de GeoGebra, los cuales pueden ser modificados por quienes los utilicen al descargarlos de la página oficial de la comunidad GeoGebra (Ancsin et al., 2013).

Además de la posibilidad técnica de modificar los recursos, hay que tomar en cuenta la facilidad de hacerlo, puesto que ciertos lenguajes computacionales, dada su complejidad pueden ser un obstáculo a la hora de efectivamente modificar los recursos.

En entrevistas realizadas a profesores sobre la integración de recursos tecnológicos, identifican la flexibilidad de estos como un factor que puede ayudar en su uso (Zucker and Light, 2009).

En esta misma línea, los profesores que participan en el diseño de los recursos de la asociación de profesores Sésamath en Francia, definen la flexibilidad como un atributo que deben tener los recursos que ellos desarrollan para poder adaptarse a diferentes profesores y alumnos del sistema escolar con el fin de poder ser útiles a gran escala (Sabra, 2009, p. 69) .

1.3.4. Participación

En la literatura se constata que el profesor es visto como un implementador de recursos tecnológicos que han sido previamente desarrollados por diseñadores curriculares profesionales, matemáticos y didactas, no obstante, cada vez se da más relevancia al profesor como diseñador o co-diseñador y este cambio ofrece perspectivas tanto para formación profesional (Jones and Pepin, 2016; Pepin et al., 2017; Ruthven, 2016) como para la integración adecuada de estos recursos en su práctica.

En la subsección 1.3.2 destacamos que la distancia de los recursos digitales con las tareas habituales es un factor importante para su integración. Esta cercanía se puede lograr mediante un análisis del currículum efectivo de parte de los diseñadores o mediante la participación de los profesores en alguna etapa de selección, modificación y/o diseño de los recursos.

En el caso de que los recursos ya estén creados, un primer nivel de participación es dar a los profesores la posibilidad de seleccionar cuál de esos recursos quieren utilizar. Esta posibilidad de selección estará supeditada a las características técnicas de los recursos, es decir, si estos permiten seleccionar parte de los recursos o estos deben ser utilizados como un todo.

Un ejemplo de esta posibilidad técnica es la que se da en los recursos desarrollados colaborativamente por Sésamath, los cuáles en una primera etapa eran productos no divisibles, pero a medida que el proyecto fue evolucionando se vieron en la necesidad de crear herramientas técnicas para que el profesor pudiese elegir los recursos a utilizar (Kuntz et al., 2010).

Un segundo nivel es poder modificar los recursos para poder adaptarlos a las necesidades de un profesor o de una institución en particular, un ejemplo de esto es la posibilidad que ofrecen los recursos creados con GeoGebra, los cuáles son compartidos y con posibilidad de descargarlos y modificarlos para usos propios (Hohenwarter and Lavicza, 2007).

Un tercer nivel, es la participación directa o indirecta en el diseño y concepción de los recursos. La participación indirecta consiste en participar en procesos de decisión sobre lo que se va a construir, en validar los recursos creados por otros y/o ayudar, mediante sugerencias o pruebas experimentales en la evolución de los recursos. La participación directa es cuando los profesores trabajan en el diseño y concepción de los recursos.

Este último nivel es el que podríamos pensar que es el mejor, no obstante, quienes participan activamente en el diseño de recursos tic son la minoría, y a menudo son estos profesores los que se transforman en formadores del uso de TIC y adoptan una "militancia" tecnológica que los lleva a subestimar las dificultades y limitaciones que presenta el trabajo en ambientes digitales (Abboud-Blanchard and Emprin, 2009), dificultando la participación de nuevos profesores que no tengan sus mismas competencias.

Una estrategia que se puede utilizar es combinar estos tres niveles, de tal forma de involucrar a la mayoría de los profesores, algunos en el proceso de diseño, otros en la validación y/o selección de los recursos, según sus intereses y capacidades. Un buen ejemplo de esto, es el desarrollo de recursos de la asociación Sésamath, en el cual, hay un grupo de cerca de 70 desarrolladores y una comunidad de 6000 participantes, entre los cuales muchos de ellos son profesores que participan en los niveles 1 y 2 descritos anteriormente (Sabra, 2009).

Este trabajo colaborativo, puede a su vez servir como una nueva forma de desarrollo profesional docente (Abboud-Blanchard and Emprin, 2009; Gueudet et al., 2013; Gueudet and Trouche, 2008a,b; Guin and Trouche, 2004), donde el acento está en el desarrollo de material específico y donde se toman en cuenta aspectos matemáticos y didácticos (Gómez et al., 2009). Esta no es sólo una visión de los investigadores, sino que son los propios profesores que participan de este tipo de proyectos quienes lo manifiestan (Sabra, 2009, 2015).

1.3.5. Costos

Otro factor muy importante y que determina al resto de los factores descritos anteriormente, es el costo, el cuál puede ser de diferentes tipos: material, temporal o instrumental.

El más obvio es el costo de la tecnología en si misma, ya sea en equipamiento, licencias o infraestructura. A nivel macro, existe una brecha importante en el acceso a la tecnología. Por ejemplo, según el informe elaborado por la OCDE (2015), el acceso a internet según el país varía bastante, y la brecha es mitigada en parte por el acceso que tienen los estudiantes a internet en la escuela, tal como lo muestra la figura 1.1.

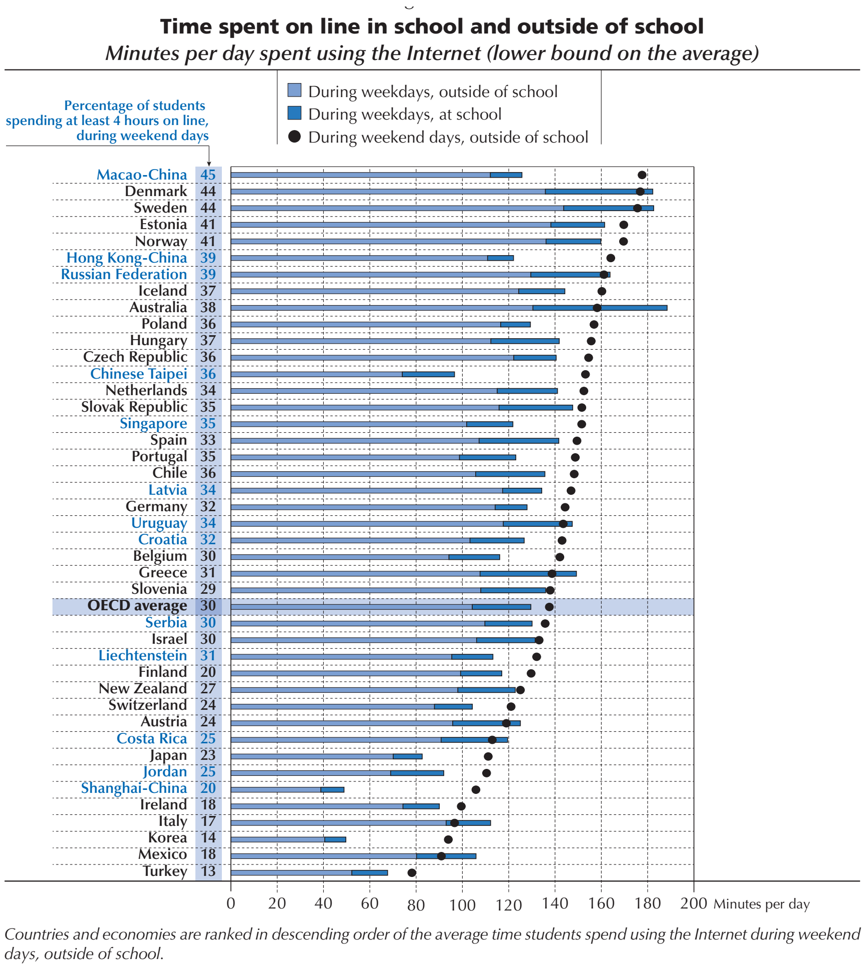


Figura 1.1: Acceso a iternet según países (OECD, 2015, p. 40)

Y tal como lo señala Sunkel (2006), además, en cada país hay brechas internas relacionadas con el acceso a computadores e internet según se esté en zonas rurales o urbanas.

Sin embargo, en los lugares donde el acceso a la tecnología es alta, diversos autores (Abboud-Blanchard, 2014; Bozkurt and Ruthven, 2017; Drijvers et al., 2016; Lagrange et al., 2005; Ruthven, 2007) han detectado, a nivel micro, otros costos que afectan la integración de la tecnología, los cuales están relacionado directamente con el profesor y con las tareas mediadas por la tecnología, estos son: el costo temporal y el costo instrumental.

Estos costos, a su vez determinan o dificultan alcanzar un óptimo (si es que existe) de cada uno de los factores descritos anteriormente: valor pragmático, valor epistémico, cercanía con el currículum, flexibilidad y participación, puesto que muchas veces es el tiempo de trabajo el que se conoce de antemano y todas las acciones que se realizan tienen este tiempo como condición que restringe cada uno de los factores antes descritos.

El costo temporal es el tiempo que el profesor utiliza diseñando una tarea; planificando su implementación, una vez la tarea esté diseñada y el tiempo en gestiionar la clase cuando la tarea se lleve a la práctica.

Por otra parte, está el costo instrumental, que también tiene una componente temporal, pero está más bien relacionado con la complejidad técnica o matemática que conlleva para el profesor el diseño de una tarea o su implementación. Por ejemplo, hace un par de años, no era posible trabajar en GeoGebra en 3 dimensiones espaciales, no obstante, se podía, mediante los ángulos de Euler simular en dos dimensiones el espacio tridimensional (Falcón, 2010), por lo que para graficar en Geogebra, por ejemplo, un paralelepípedo sobre el espacio tridimensional, era necesario poner en juego conocimientos matemáticos que iban más allá de la coordenadas espaciales rectangulares.

No obstante, muchas veces no es posible separar estos dos tipos de costos, ya que están entrelazados, en este sentido Abboud-Blanchard (2014, p. 304) plantea que[4]:

> "[...] class observation analyses and teacher interviews reveal the complexity of teaching in technology environments with respect to time. This complexity concerns several aspects: the length of time needed for the organisation of teacher's work (preparing lessons, planning lessons, evaluating the outcomes of les- sons); the dynamic time of the class; and the didactical time of learning"

En la misma línea, Ruthven (2007, p. 63) indica que [5]:

[4]Traducción libre "los análisis de observación de clase y las entrevistas a docentes, revelan la complejidad de la enseñanza en ambientes tecnológicos con respecto al tiempo. Esta complejidad corresponde a varios aspectos: la cantidad de tiempo requerido por el docente para la organización del trabajo (preparar clases, planificar clases, evaluar los resultados de la clase); la dinámica del tiempo de la clase; y el tiempo didáctico de él".

[5]Traducción libre "el tiempo es una moneda de cambio con la cual los maestros calculan muchas de sus decisiones. Se presenta fuertemente en el uso exitoso del modelo de práctica de TIC. Los procesos de "facilitación de la rutina" y "llamado de atención" ayudan en el "logro de la actividad" en términos de ritmo de la clase y producción de los alumnos. A través de la "enfatización de características" y el "llamado de atención", el tiempo extra que se origina, se convierte en "establecer ideas"."

> “Time is a currency in which teachers calculate many of their decisions. It features strongly in the practitioner model of successful ICT use. The processes of ‘facilitating routine’ and ‘raising attention’ serve in ‘effecting activity’ in terms both of the pace of lessons and the productivity of students. Through ‘accentuating features’ and ‘raising attention’, the resulting ‘time bonus’ is converted into ‘establishing ideas’.”

En general, transformar una herramienta en un instrumento es un proceso complejo para los profesores y una vez que se apropian de la herramienta, dar soporte instrumental a los estudiantes tampoco es una tarea fácil (Trouche, 2004).

El costo temporal e instrumental es especialmente sensible en algunos sistemas educacionales, como el latinoamericano, donde el tiempo destinado a trabajar frente a los alumnos ocupa la mayor parte del tiempo y hay muy poco destinado a todo el resto de tareas que debe realizar el profesor, como corregir evaluaciones o planificar clases (Schleicher, 2016) por lo que la utilización de tecnología queda relegada a un tercer plano.

1.3.6. Apoyo institucional

En relación a los costos, coincidimos con Abboud-Blanchard (2014), quien plantea que los profesores invertirán en el desarrollo de clases que integren tecnología siempre y cuando estimen la existencia real de un beneficio para el aprendizaje y/o cuando está fuertemente promovido por la institución.

Es sólo a través del apoyo institucional que será posible, por ejemplo, promover la participación organizada de los profesores en los tres niveles que se describieron más arriba, lo cual permitiría compartir los costos de diseño y transformarlo en una inversión en formación profesional.

Cuando los países o instituciones están interesadas en que sus profesores integren una tecnología en particular o “la tecnología” en las salas de clases, no podemos obviar como factor el apoyo institucional, que es externo al profesor pero que es trascendental.

Esto es particularmente importante cuando se piensa en proyectos a gran escala, puesto que en ese caso nos encontramos con una diversidad de profesores en relación a la tecnología, por ejemplo en cuanto a motivación y conocimientos, entre muchos otros elementos.

Este apoyo institucional influirá de manera directa en varios de los factores descritos anteriormente.

Si los proyectos con tecnología están o no fuertemente promovidos por la institución o por los gobiernos centrales, mediante, por ejemplo, la formación para la apropiación del uso de la tecnología, puede influir en su penetración en aulas ordinarias. Un ejemplo de esto, son los proyectos descritos por Sinclair et al. (2010) en 6 países y donde se ve una variedad de estrategias en cuanto al apoyo a los profesores, pues mientras en el caso de EE.UU, México e Italia los investigadores han promovido la formación de profesores, en Irán hay poco apoyo del sistema educativo y según los autores, esto sumando con la lejanía de los recursos con el currículum existente ha influido en su baja penetración. Otro ejemplo destacado es el del proyecto *Cornestone Math* entre Estados Unidos y Reino Unido, del cual ya se habló antes, en su estudio Hoyles et al. (2013) concluyeron que los mejores resultados de apropiación se obtuvieron cuando se combinó el apoyo desde "arriba" y la participación desde "abajo"[6]:

> "The most notable instances of integration occurred when pressure from 'above' (i.e. from the research team with the agreement of the head of the school) was combined with active participation from 'below' (i.e. from the teachers themselves) and with executive leadership from the 'middle' (e.g. subject leaders' enthusiastic endorsement)" (p. 1068)

También en la asignación de tiempo de trabajo dirigido a desarrollar algunos de los niveles de participación descritos anteriormente: seleccionado/validando, modificando o diseñando, mediante la disminución de horas de clase frente a los alumnos o mediante el pago extra por ese tiempo de trabajo.

Cuando no hay apoyo institucional con medidas explícitas y concretas que apunten en primer lugar al costo que deben asumir los profesores, la decisión de utilizar o no tecnología se vuelve individual y probablemente son los "militantes tecnológicos" (Abboud-Blanchard and Emprin, 2009) los más propensos a realizarlo y eso podría explicar en parte las bajas tasas de integración de tecnología en las aulas.

[6]Traducción libre: Los ejemplos más notables de integración ocurrieron cuando la presión de "arriba" (es decir, del equipo de investigación con el acuerdo del director de la escuela) se combinó con la participación activa de "abajo" (es decir, de los propios profesores) y con la dirección ejecutiva del "centro" (por ejemplo, los líderes de las asignaturas se mostraron entusiastas de apoyo).

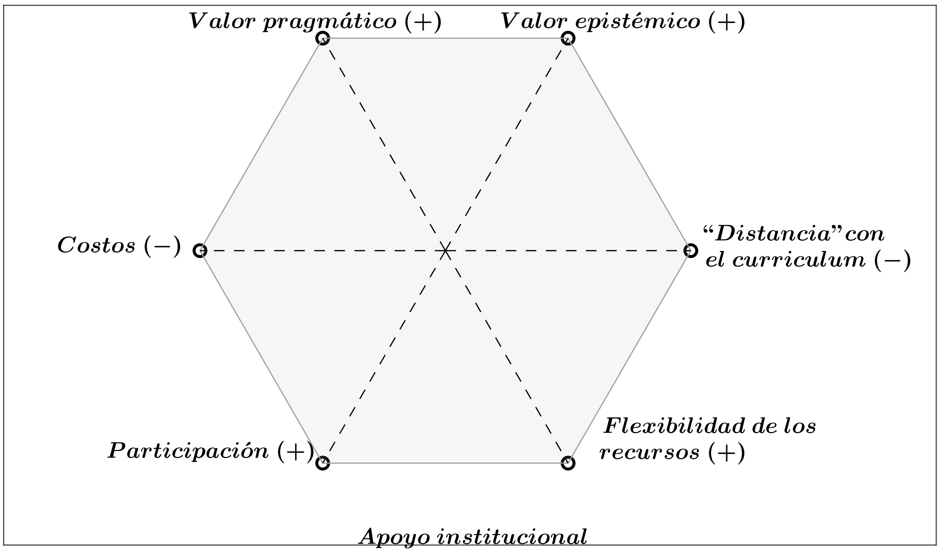


Figura 1.2: Factores que influyen en la integración

1.3.7. Una síntesis sobre los factores que influencian la integración de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de la matemática

A modo de síntesis, proponemos el esquema que se muestra en la figura 1.2 que puede servir tanto para sintetizar los factores antes descritos, como para visualizar su interrelación. También puede servir para evaluar un conjunto de tareas mediadas por una herramienta tecnológica y tomar en cuenta algunos factores que pueden afectar la integración que realice un profesor de recursos digitales.

Además, será a partir de este esquema que nosotros propondremos las primeras preguntas de manera más ingenua y que serán reformuladas y precisadas en términos de las herramientas teóricas elegidas para llevar a cabo esta investigación.

En este esquema, cada uno de los segmentos que une el centro del hexágono con los vértices puede ser visto como una escala cualitativa donde los valores óptimos están en los extremos. De los 6 factores que se proponen, cuatro tienen un signo "+" que indica que ese factor es creciente. Es decir, se espera que el valor pragmático, epistémico, la participación y la flexibilidad de los recursos vayan creciendo y a medida que crecen se alcance el óptimo. En cambio, los costos y la distancia con el currículum se espera que vayan decreciendo y a medida que decrecen se alcance su óptimo.

Cabe mencionar que cada eje no es una escala cuantitativa y en cada uno se deben definir los criterios para "medir" cada uno de los factores. A continuación explicaremos en detalle cada uno de los factores del esquema de tal forma de poder comprenderlo mejor y hacerlo operativo.

De este esquema hemos excluido las creencias de los profesores sobre la tecnología, pues como lo indica Ertmer (2005) las creencias son un factor decisivo para su integración, pero al mismo tiempo, no es posible cambiarlo antes de su utilización, por lo que intentar alcanzar el óptimo de todos los factores (salvo el costo) permitirá cambiar las creencias acerca de la tecnología.

Como se está trabajando con un tipo de tecnología particular, es importante hacer una revisión bibliográfica sobre los sistemas de evaluación en línea en matemáticas, esto se desarrolla en la sección siguiente. Esta revisión nos permitirá tener una visión general sobre los focos de investigación que hay sobre este tipo de tecnología en particular.

1.4. Panorama en la investigación sobre los sistemas de evaluación en línea

Como se indicó en la sección anterior, todos los factores antes descritos se deben analizar para una tecnología en particular y en nuestro trabajo nos centramos en los sistemas de evaluación en línea, que pertenecen a una clase de tecnología más general que son los sistemas de evaluación por ordenador.

Los sistemas de evaluación por ordenador son bastante variados y las características que tienen dependen de las potencialidades y limitaciones de la tecnología elegida para concebirlas y del desarrollo efectivo a partir de estas potencialidades. No obstante, podemos definir de forma básica estos sistemas como un conjunto de preguntas (en nuestro caso en matemáticas) al cual los estudiantes deben responder en un ordenador.

En la revisión de la literatura, los sistemas de evaluación por ordenador siempre tienen al menos dos características:

- La tecnología permite hacer una corrección automática a partir de las respuestas de los estudiantes.
- La tecnología permite guardar las respuestas en memoria

Nosotros trabajaremos además con los sistemas de evaluación por ordenador que son accesibles vía internet, por lo que hablaremos específicamente de sistemas de evaluación en línea.

El resto de las características de estos sistemas dependerán de la tecnología elegida para su concepción.

En el caso de los sistemas de evaluación en línea, una de las principales razones que tienen las instituciones para utilizar estos sistemas es la posibilidad de hacer una evaluación periódica y detallada de muchos estudiantes a la vez (Sangwin et al., 2010).

Además, estos sistemas permiten retroalimentar en tiempo real a todos los actores involucrados, permitiendo a alumnos y profesores detectar fortalezas y debilidades para tomar acciones remediales (Yerushalmy et al., 2017).

La cantidad de datos suministrados por este tipo de sistemas, puede ser aprovechado además de los estudiantes, por profesores, administradores e investigadores y el acceso a estos datos es de bajo costo en comparación a evaluaciones tradicionales (Stacey and Wiliam, 2013). No obstante, existen riegos asociados a esta puerta que abren los grandes datos, como por ejemplo la tendencia a centrarse en la analítica del aprendizaje desplazando el propósito educativo con el que inicialmente se concibieron los sistemas (Timmis et al., 2016).

Todas estas características tienen un valor pragmático pero nada dicen del trabajo matemático que realizan los estudiantes, en otras palabras, no conocemos el valor epistémico, ya que como indicamos en la sección anterior, este viene dado por las tareas específicas que se proponen a los estudiantes y las características técnicas de la tecnología utilizada que median entre la tarea y el estudiante.

La literatura sobre este tipos de sistemas utilizados en matemáticas encontramos tres focos principales de investigación: centrada en los estudiantes, los profesores y en la tecnología en sí misma. Hay también dos capítulos de estudios ICMI que hacen una síntesis completa de los sistemas de evaluación en línea (Sangwin et al., 2010; Stacey and Wiliam, 2013), cuyos resultados los separaremos de acuerdo al foco del que estemos hablando.

A continuación haremos una síntesis de la literatura que existe al respecto y veremos que hay reportes de su uso en diversos países como Chile, México, Sudáfrica, Estados Unidos, Francia, Holanda, España e Inglaterra y en diversos niveles educativos, pero sobre todo en secundaria y en los primeros años de universidad.

1.4.1. Foco en los estudiantes

La investigación existente sobre sistemas de evaluación en línea que tiene como foco principal a los estudiantes muestra que tienen un impacto en el rendimiento, en variables socio-afectivas, en la forma en que trabajan en matemáticas y en el trabajo matemático potencial que estos pueden realizar.

Con respecto al rendimiento, se reporta que hay una correlación positiva entre uso de un sistema de evaluación en línea y el rendimiento de los estudiantes (Gaona and Hardy, 2014; Heck and Gastel, 2006; Koedinger et al., 2010; Paiva et al., 2015; Roschelle et al., 2016; Sancho-Vinuesa et al., 2017). Los trabajos de Koedinger et al. y Roschelle et al. se realizaron con estudiantes de secundaria en Estados Unidos. El resto de los estudios es con alumnos en educación superior en Chile, Holanda, Portugal y España.

En su estudio de Heck and Gastel utilizaron pre y post test para medir el impacto, en cambio en el resto se utilizó una prueba externa para hacer una comparación entre el grupo que trabajó con la plataforma y un grupo control. El énfasis de los estudios está en una comparación global del rendimiento de los estudiantes a través de un estudio cuantitativo, los temas matemáticos tratados son nombrados y no hay mayor profundización de ellos y son más bien los elementos técnicos de las herramientas utilizadas lo que se resaltan.

Por otra parte, muchos otros estudios reportan un impacto en variables socio-afectivas. Por ejemplo, varios estudios reportan que los estudiantes muestran interés y un fuerte compromiso al trabajar en este tipo de sistemas (Cazes et al., 2006; Cazes and Vandebrouck, 2008; Escudero, 2012; Gaona et al., 2018; Nguyen et al., 2006; Tempelaar and Rienties, 2006; Vandebrouck and Cazes, 2005) y esto es en parte debido a un cambio en el contrato didáctico (Brousseau, 1998), puesto que como indica Cazes and Vandebrouck (2008, p. 255): *"Les étudiants savent que s'ils ne font rien, rien ne se passera et en particulière il n'y aura pas nécessairement de moment de correction collectives de leurs exercices"*[7], lo que los obliga a responsabilizarse de su trabajo y sus resultados.

Los trabajos de Cazes et al.; Cazes and Vandebrouck y Vandebrouck and Cazes se realizaron a nivel universitario en Francia, utilizaron una metodología mixta, combinando un análisis cuantitativo de los datos registrados por la plataforma con uno cualitativo a partir del análisis de las sesiones de trabajo. En estos trabajos

[7]Traducción libre: "Los estudiantes saben que si no hacen nada, no ocurrirá nada y en particular no habrá necesariamente un momento de corrección colectiva de sus ejercicios."

concluyeron que los estudiantes invierten un tiempo considerable en intentar resolver los problemas planteados. No obstante, también observaron un fenómeno que denominaron "scoring effect", el cual consiste en que los estudiantes siguen haciendo los mismos ejercicios de aplicación directa en lugar de enfrentarse a preguntas más difíciles porque apuntan a obtener puntaje máximo.

El trabajo de Gaona et al. se hizo en Chile con alumnos de primer año de educación superior con una metodología cuantitativa. Se reportó sobre el trabajo de los estudiantes en un sistema de evaluación para desarrollar el trabajo autónomo fuera de la sala de clases bajo dos modalidades de retroalimentación: inmediata y diferida, en ambas modalidades los estudiantes tenían intentos ilimitados dentro de un rango de días definidos por los profesores. Los resultados muestran que el cambio de modalidad influye en el comportamiento de los estudiantes y que en el caso de la retroalimentación inmediata, el trabajo se concentra en las primeras preguntas de cada evaluación, puesto que al errar en alguna pregunta, recomienzaban la evaluación, en cambio en la retroalimentación diferida, había una menor cantidad de intentos, pero más efectiva.

El trabajo de Nguyen et al. se realizó en Estados Unidos con estudiantes de secundaria y reporta que estos habían ganado interés en las matemáticas y se habían formado la percepción de que eran más inteligentes en la resolución de problemas. En este artículo se muestra un ejemplo de una de las tareas, la que trata sobre la suma de dos fracciones y donde los estudiantes deben ingresar el resultado del numerador y denominador. Este ejemplo se muestra para ilustrar como se presenta el sistema a los estudiantes pero no hay ningún análisis sobre el contenido matemático de las tareas que conforman el sistema.

El estudio de Tempelaar and Rienties fue para un curso remedial, completamente en línea, cuyo propósito era ayudar a los estudiantes en la transición entre la secundaria y la universidad en Holanda. Los investigadores reportaron que los estudiantes trabajaron en promedio 70 horas durante todo el curso, lo cuál, para ellos fue una muestra del interés de trabajar en el sistema.

En la misma línea anterior Escudero (2012) en su trabajo de tesis reporta un impacto positivo en la confianza de estudiantes de primer año de universidad en un curso completamente en línea en España. En ambos trabajos se muestra un ejemplo de preguntas del sistema de forma ilustrativa, pero no se realiza un análisis del contenido matemático.

También se han hecho estudios sobre la percepción de estos sistemas por parte de los estudiantes y tanto en Holanda, México, Portugal y Estados Unidos se reporta que estos son aceptados y valorados (Heck and Gastel, 2006; Pacheco-Venegas et al., 2015; Paiva et al., 2015; Raines, 2016). En una línea similar Engelbrecht and Harding (2014), en un estudio hecho en Sudáfrica, reportó que para la evaluación continua, los estudiantes prefieren estos sistemas de evaluación a las evaluaciones en lápiz/papel, no así para las evaluaciones finales donde se prefiere la evaluación en lápiz/papel o una evaluación mixta.

Con respecto al impacto en la forma de trabajo de los estudiantes, los resultados muestran que estos sistemas sirven para personalizar el trabajo de los estudiantes, puesto que el tiempo que dedican y el orden en que resuelven los ejercicios son muy variados, tal como lo indican los trabajos de Cazes et al., Tempelaar and Rienties y Vandebrouck and Cazes ya citados más arriba.

Cabe destacar como elemento común en todos los estudios citados anteriormente y en que los autores hacen énfasis, es que todos los sistemas utilizados contaban con un sistema sofisticado de retroalimentación hacia los estudiantes (de los cuales se darán detalles en la subsección 1.4.3), por lo que, más que el sistema de evaluación en sí, es la retroalimentación pertinente la que produce estos efectos positivos, puesto que como lo indican Sancho-Vinuesa and Escudero (2012), la retroalimentación pertinente les ayuda a decidir sobre su propio aprendizaje y les entrega un referente de qué es lo que se espera de ellos. No obstante, otros autores Vandebrouck (2008), al hacer un análisis cualitativo más detallado, muestran que muchas veces las retroalimentaciones entregadas por estos sistemas son matemáticamente inadaptadas al trabajo realizado por los estudiantes, adaptadas pero mal interpretadas por los estudiantes o adaptadas pero insuficientes.

Sobre el trabajo matemático específico que los estudiantes realizan en estos sistemas, a partir de las tareas de la plataforma, son pocos los estudios que encontramos, dos de estos son los de Cazes et al.; Cazes and Vandebrouck y Vandebrouck and Cazes (2005) de los cuales ya habíamos hablado y los otros dos fueron desarrollados en Israel con estudiantes de liceo por Nagari-Haddif and Yerushalmy (2015) y Yerushalmy et al. (2017). De los estudios cuantitativos, sólo en el trabajo de Gaona et al. (2018) se hace una separación por tópicos y se observa de forma macro que el comportamiento de los estudiantes cambia según el tema matemático tratado, no obstante, no se profundiza en ninguno de los tópicos mencionados.

Los temas tratados en los artículos de Cazes et al.; Cazes and Vandebrouck y Vandebrouck and Cazes (2005) están enmarcados en el análisis real y son bastante diversos. Los ejemplos que se muestran son sobre el Teorema de Rolle, función inversa, continuidad y diferenciabilidad de una función, signos de los coeficientes de una función afín a partir de una gráfica, expresión algebraica de una función afín y sobre razón de cambio. La mayoría de las preguntas que se muestran son de opción múltiple o los estudiantes deben ingresar un valor numérico, hay algunos pocos ejemplos donde los estudiantes deben ingresar una expresión algebraica. El análisis didáctico que se hace de las tareas, permite a los investigadores interpretar de forma más precisa los resultados de los análisis cuantitativos realizados a partir de los datos que guarda la plataforma.

En el artículo de Cazes et al. muestra el caso de tres estudiantes y da cuenta de los conflictos que pueden surgir a raíz de las diferencias entre el feedback entregado por la plataforma y el feedback entregado por el profesor. También muestra el caso de algunas preguntas en que los estudiantes, haciendo uso de la retroalimentación, pueden encontrar estrategias para responder correctamente sin hacer ningún trabajo matemático.

En el artículo de Vandebrouck and Cazes, los autores hicieron una clasificación de las tareas mediante un análisis a prori y luego utilizando los resultados cuantitativos en la plataforma hacen una clasificación de las tareas propuestas en tres categorías y dan argumentos didácticos que permiten aproximarse a su valor epistémico.

Finalmente, los trabajos de Nagari-Haddif and Yerushalmy y Yerushalmy et al. son más recientes y muestran cómo un sistema de reconocimiento de bosquejos (del cuál se darán más detalles en la subsección 1.4.3) puede ayudar a los estudiantes a desarrollar ideas matemáticas sobre las funciones al solicitar gráficos de funciones con características específicas. A su vez, los resultados de las respuestas de los estudiantes son utilizados por los investigadores para encontrar patrones de respuesta.

En términos generales, según Stacey and Wiliam (2013) uno de los potenciales que existen de los sistemas de evaluación en línea es que se puede hacer trabajar a los estudiantes con herramientas matemáticas específicas, no obstante, como se vio más arriba, son pocos los estudios que muestran si se hace efectivo o no este potencial.

A continuación, se hace una síntesis de los principales resultados teniendo como foco a los profesores.

1.4.2. Foco en los profesores

Las investigaciones sobre el impacto de los sistemas de evaluación en línea sobre los profesores son de tipo más cualitativo. Los principales resultados están relacionados con las opiniones que tienen sobre este tipo de sistemas, el cómo los utilizan, el impacto que tiene en sus prácticas y el trabajo matemático de los estudiantes a partir de las elecciones de los profesores.

Con respecto a la opiniones sobre este tipo de sistema abarca diversas dimensiones. En el trabajo de Paiva et al. (2015), realizado en Portugal, mediante encuestas, concluyeron que aceptaron el sistema y consideraban que las tareas propuestas eran de calidad y que estaban alineadas con el currículum, no obstante, no se especifica qué es lo se entiende por recursos de calidad.

En otros estudios realizados en Francia, los profesores consideran que estas herramientas les permiten gestionar la heterogeneidad de sus clases (Bueno-Ravel and Gueudet, 2009), dar autonomía (Abboud-Blanchard, 2014) y personalizar el trabajo de los estudiantes según sus dificultades (Abboud-Blanchard et al., 2008), lo cuál es coherente con las observaciones del trabajo efectivo que realizan los estudiantes y que se discutieron en la subsección 1.4.1 dedicada a los estudiantes.

También es interesante el resultado reportado por Koedinger et al. (2010) quienes concluyeron que los estudiantes de bajos resultados y no consumidores se beneficiaban de lo que sus maestros aprenden al observar a los estudiantes usando el sistema de evaluación o al inspeccionar sus reportes, pues estos indican en qué preguntas los estudiantes están obteniendo puntajes más bajos.

Con respecto a la manera que los profesores utilizan estos sistemas, las investigaciones muestran que hay una primera parte de planificación del trabajo con la plataforma en la cuál los profesores en el mejor de los casos eligen las preguntas sobre las que trabajarán sus estudiantes (Bueno-Ravel and Gueudet, 2009; Gueudet, 2006) y en el resto de las investigaciones no se menciona el grado de participación de los profesores en la validación, selección o creación de las preguntas.

Por otra parte, los trabajos de Abboud-Blanchard (2008; 2014) muestran implementaciones donde los sistemas de evaluación en línea son utilizados en clases y el profesor supervisa el trabajo de los estudiantes. Las observaciones muestran un cambio en la forma de gestionar la clase, por ejemplo, las intervenciones de los profesores se vuelven más individuales a raíz de la personalización del trabajo de los estudiantes y esto a su vez provoca una pérdida de sentido y desaparición de los balances generales a toda la clase. Esto implica, a su vez, que los profesores deben adaptarse rápidamente a cada uno de los recorridos que realizan los estudiantes durante las sesiones.

Otro cambio reportado en sus prácticas, es la disminución del tiempo de trabajo dedicado a la corrección y al control de respuestas de los estudiantes, pues esto lo realiza la máquina (Koedinger et al., 2010). Sin embargo, hay una inversión de tiempo considerable, cuando se comienza a utilizar estos sistema, dedicado a conocer los recursos para prever las posibles dificultades instrumentales y matemáticas que pueden tener los estudiantes (Abboud-Blanchard et al., 2007; Abboud-Blanchard, 2014), puesto como lo indica Gueudet (2006) son recursos sobre los cuáles los profesores a priori no conocen ni la estructura ni el contenido.

Por lo mismo que se plantea anteriormente, en casi todas las investigaciones se concluye que el rol del profesor como mediador es indispensable, pues tal como lo indica Abboud-Blanchard et al. (2008, p. 328): *"Cependant, l'enseignant est fortement mobilisé sur le plan mathématique: la majorité des élèves n'arrive pas à progresser dans la résolution sans son aide. Donc, malgré une «illusion » d'autonmie des élèves, la présence de l'enseignant semble indispensable."*[8].

La única investigación que indica que es posible prescindir del profesor es Craig et al. (2013), quienes asignaron a estudiantes a trabajar con un tutor inteligente y con profesores expertos en un programa de evaluación integral en Tennessee y concluyeron que ambos grupos se desempeñaron al mismo nivel y más aún, los estudiantes con el tutor inteligente requirieron menos ayuda de los profesores para completar su trabajo diario.

Cabe destacar que el tutor inteligente descrito en el artículo de Craig et al. entrega información de carácter global, a diferencia del tutor inteligente GeomTutor (del cual se darán más detalles en la sección 1.4.3) desarrollado por Richard et al. (2013); Tessier-Baillargeon et al. (2014); Leduc et al. (2016) quienes han trabajado con un enfoque mucho más detallado, basando el desarrollo informático del tutor principalmente en investigaciones en didáctica de las matemáticas.

Finalmente, con respecto al trabajo matemático que realizan los estudiantes a partir de las elecciones de los profesores, se observó que las tareas propuestas eran para conocimientos antiguos o en curso de adquisición, además, no había tareas novedosas en comparación a las tareas propuestas en ambientes no tecnológicos, aunque en una primera instancia se podría pensar que esto es debido a la naturaleza "cerrada" de este tipo de herramientas, los mismos resultados se han obtenido con software más abiertos, como por ejemplo, los de geometría dinámica (Abboud-Blanchard, 2014, p. 306).

[8]Traducción libre: No obstante, el profesor es fuertemente movilizado sobre el plano matemático: la mayoría de los estudiantes no logran progresar en la resolución de sin su ayuda. Entonces, a pesar de una «ilusión» de autonomía de los estudiantes, la presencia del profesor parece indispensable.

1.4.3. Foco en la tecnología

De los tres focos este es principalmente en el que de manera más o menos explícita se discute sobre el trabajo matemático potencial del estudiante en un sistema de evaluación en línea, sobre todo las potencialidades y limitaciones que estos sistemas ofrecen.

Como existe una gran variedad de este tipo de sistemas, para poder hacer una síntesis de sus potencialidades y limitaciones, los desarrollos se separaron en cuatro partes: 1) interacciones del estudiante con el ordenador a partir de los enunciados y las respuestas, 2) herramientas para el ingreso de respuestas de los estudiantes, 3) preguntas abiertas, nuevas posibilidades y 4) retroalimentación de la máquina hacia los estudiantes.

1. Interacciones del estudiante con el ordenador para los enunciados y las respuestas

En los enunciados, es posible proporcionar a los estudiantes interacciones con simuladores, objetos dinámicos, figuras, gráficos tridimensionales o procesos iterativos. Todos estos ejemplos, son imposibles en una evaluación en lápiz y papel, por lo que de cierta forma extienden las posibilidades de las evaluaciones tradicionales.

Con respecto a la interacción de los estudiantes con las preguntas, se puede distinguir preguntas donde el estudiante debe identificar o producir una respuesta.

Por ejemplo, en el caso donde el estudiante debe identificar una respuesta, se encuentran los sistemas que permiten utilizar solamente preguntas de selección múltiple. En este tipo de preguntas, hay una limitación en el trabajo potencial del estudiante, sobre todo si lo comparamos con las posibilidades que ofrecen sistemas que permiten respuestas más abiertas. Además, estas preguntas tiene un problema de validez (Naismith and Sangwin, 2004) puesto que miden algo distinto a hacerlo mediante una pregunta donde deben producir una respuesta en vez de elegirla.

En el caso donde los estudiantes deben producir una respuesta, se pueden distinguir diferentes niveles de interactividad con el enunciado. Por ejemplo, hay sistemas en los cuales los estudiantes se enfrentan a un escenario en el cual pueden utilizar un deslizador para dar una respuesta. Por ejemplo, la figura 1.3 (extraído de Stacey and Wiliam (2013, p. 726)) aparece la comparación entre una pregunta de opción múltiple en papel y la misma pregunta en un ordenador con un deslizador para dar una respuesta. Para los autores, la pregunta con el deslizador permite a los estudiantes estimar activamente sin poder adivinar la respuesta correcta. Ade-

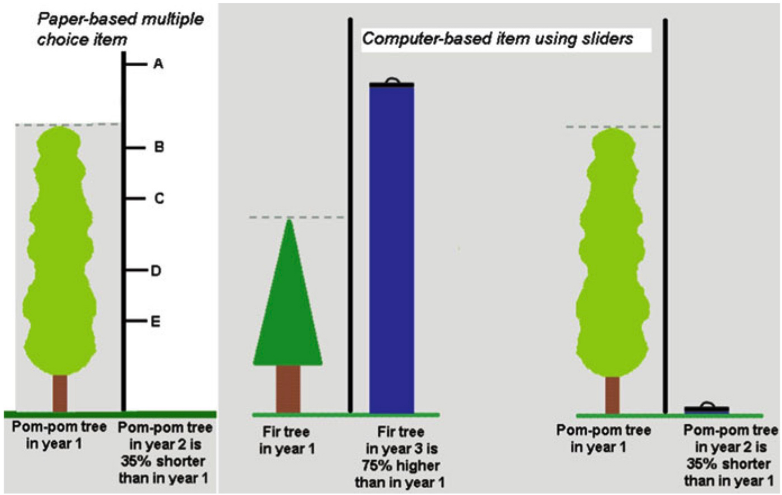


Figura 1.3: Deslizador para responder una pregunta versus una pregunta de opción múltiple (Stacey and Wiliam, 2013)

más, al aparecer diferentes registros semióticos, los estudiantes los deben trabajar de manera coordinada.

Otro tipo de interacción entre este tipo de sistemas y los estudiantes, es la posibilidad que tienen estos últimos en escribir una respuesta en un espacio definido para esto. La respuesta que el estudiante escribe en este espacio debe ser comparada con una respuesta preconcebida en el sistema. En este caso resulta trascendental para la potencial interacción del estudiante con la pregunta, si el sistema cuenta o no con un CAS (Computer Algebra System por sus siglas en inglés) para hacer la comparación.

En el caso de que la plataforma no cuente con un CAS, las posibles respuestas están muy limitadas, ya que no pueden reconocer la equivalencia de dos expresiones como por ejemplo $\frac{1}{2}$ y 0,5, o $x^{\frac{1}{2}}$ y $\sqrt{x}$, sin pensar entre expresiones algebraicas aún más complejas como las expresiones trigonométricas.

Al contrario, si el sistema cuenta con un CAS, el tipo de preguntas que se pueden crear pueden tener respuestas con objetos matemáticos más complejos, ya que la plataforma aceptará respuestas escritas de manera diferente, pero que son equivalentes a la respuesta definida en el sistema.

Esta posibilidad, a pesar de ser muy potente desde el punto de vista tecnológico y matemático, hace emerger ciertas limitaciones cuando se hace la comparación con la evaluación que el profesor puede hacer en lápiz y papel. Una de estas limitaciones, es que no todos los sistemas de este tipo, pueden diferenciar dos expresiones equivalentes a un nivel diferente. Por ejemplo, las expresiones:

$$3x + 2 \;;\; 2x + 2 + x$$

Son equivalentes, pero la primera está simplificada y la segunda no. Si estamos en la unidad de álgebra y se está estudiando la simplificación de expresiones algebraicas, poder diferenciar entre ambas expresiones es fundamental. En Sangwin et al. (2010) muestran varias expresiones equivalentes y factorizadas de manera diferente:

$$(x-3)^2, (3-x)^2, (x-3)(x-3), (3-x)(3-x), 9(1-x/3)^2$$

Entonces, los autores se preguntan, 1) el sistema ¿puede diferencia entre una expresión factorizada y otra que no lo está? Si la respuesta es afirmativa 2) ¿De qué manera lo hace?

En la figura 1.4 se muestra una ventana del programa Wiris que permite seleccionar propiedades para la comparación con la respuesta del estudiante.

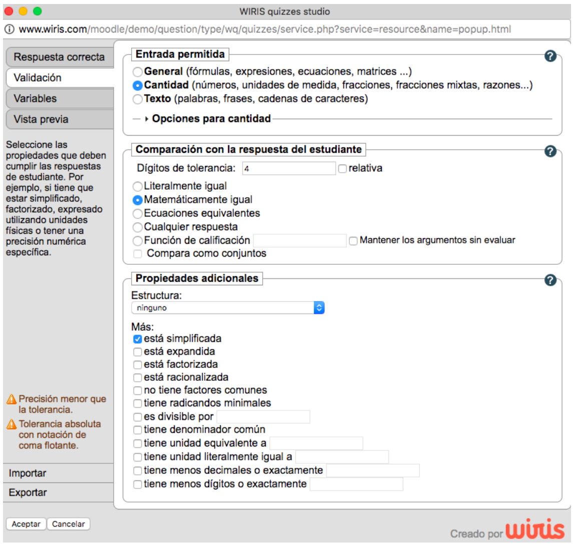


Figura 1.4: Opciones para diferenciar otras características de expresiones equivalentes en Wiris

Al diseñar problemas de este tipo, es necesario conocer la manera en que hace la diferencia, de tal forma de prever el impacto que las características de esa diferenciación puede tener en la actividad que realiza el estudiante.

Otro elemento a tener en cuenta, son las diferentes formas que tiene un CAS de realizar los cálculos y como estas formas puede influir en la interacción estudiante-computador. Por ejemplo, en Flynn (2003), se muestra el mismo ejercicio en tres columnas (ver figura 1.5), en la primera hecho a mano, y en las otras dos calculadas por dos CAS diferentes.

Se puede ver que la respuesta que se obtiene por parte de los dos CAS tienen formas diferentes y estas diferencias pueden influenciar el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Flynn indica que en este tipo de operaciones, hay ciertas propiedades que son "absorbidas" por el CAS.

Todas estas limitaciones muestran que, a pesar del avance que significa contar con un CAS para comparar la respuesta del estudiante con la definida en el sistema, aparecen nuevos elementos a tomar en cuenta al momento de elaborar evaluaciones en un sistema virtual.

Problem A. Prove that $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \sin 2x$.		
By-Hand Solution Process	CAS 1 Solution Process	CAS 2 Solution Process
$(\sin x + \cos x)^2$ $= \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x$ $= \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x$ $= 1 + 2 \sin x \cos x$ $= 1 + \sin 2x$	Input: $(\sin x + \cos x)^2$ Output: $1 + 2 \sin x \cos x$ Tcollect (Answer) Output: $1 + \sin 2x$	Input: $(\sin x + \cos x)^2$ Simplify (Answer) Output: $1 + \sin 2x$

Figura 1.5: Opciones para diferenciar otras características de expresiones equivalentes en Wiris

2. Herramientas para el ingreso de respuestas de los estudiantes

En el punto anterior, la discusión estuvo centrada en la comparación de la respuesta del estudiante con la definida en el sistema. Otro elemento a considerar, es la existencia o no existencia de herramientas para escribir la respuesta de los estudiantes, por ejemplo, el uso de editores de ecuaciones para escribir las respuestas.

Por ejemplo, (Jones, 2008) utiliza Maple T.A[9] para elaborar una base de ejercicios en línea y una de sus conclusiones es que la falta de un editor puede provocar dificultades a los estudiantes, relacionadas con la dificultad que tienen los estudiantes para escribir con lenguaje LaTeX[10] expresiones matemáticas complejas. Él recomienda comenzar con ejercicios de práctica simples para disminuir estas dificultades de sintaxis.

En contraposición, si el sistema cuenta con un editor de ecuaciones, la escritura de las respuestas se hace menos complicada para los estudiantes y si estos editores se pueden configurar, es posible intencionar el uso de ciertos signos.

[9]http://www.maplesoft.com
[10]https://www.latex-project.org/

De manera más reciente, se está integrando una nueva tecnología a los sistemas de evaluación: el reconocimiento de expresiones manuscritas en línea (Alvaro, 2015; Awal, 2011). Este nuevo elemento, puede cambiar la forma en que interactúa el estudiante con los ordenadores, pero en general, está siendo recientemente implementado y no hay estudios que hayan medido su impacto.

3. Preguntas abiertas, nuevas posibilidades

Además, hay sistemas como Maple T. A, Stack[11] o Wiris , que además de tener un CAS para evaluar respuestas equivalentes, permite la elaboración de preguntas abiertas, es decir, una pregunta en la cual el estudiante debe ingresar un objeto matemático que cumpla con condiciones, específicas. Por ejemplo, se puede definir la siguiente pregunta:

$$\text{Ingrese una función f tal que } f^{'}(1) = 0$$

Este tipo de preguntas, sin duda, abre nuevas posibilidades en términos cognitivos y desde el punto de vista pragmático el sistema entrega una corrección automática.

Este mismo tipo de preguntas, puede ayudar a trabajar sobre el proceso de visualización, pues es posible pedir al estudiante que estime diferentes elementos de un gráfico que estén explícitos, como la imagen o pre-imagen de un valor determinado o elementos más implícitos como la pendiente de una curva.

4. Retroalimentación de la máquina para los estudiantes y los profesores

Las características técnicas del sistema elegido tiene una incidencia directa en la variedad, calidad y configuración posible de la retroalimentación. También hay que distinguir a quien está dirigida la retroalimentación de cada sistema. En el caso de la retroalimentación dirigida a los estudiantes, la mayor parte de los sistemas cuentan con retroalimentación de tarea, es decir, el sistema les indica si la respuesta que ingresaron es correcta o no. A su vez, esta información es guardada por los sistemas con los cuales es posible entregar reportes a profesores, administradores e investigadores.

Otro tipo de retroalimentación posible es la de proceso, este consiste en que el sistema le entrega al estudiante una posible solución paso a paso del problema planteado o en caso de una respuesta de un error previsto, le puede indicar porqué la respuesta errónea que ingresó es incorrecta. Este tipo de retroalimentación puede

[11] http://math.stackexchange.com/

ser especialmente sensible para aquellos estudiantes que realizan un procedimiento incorrecto pero obtiene una respuesta correcta (Cazes et al., 2006).

En el trabajo de Cazes et al., p. 335, utilizando el sistema WIMS[12] para desarrollar las preguntas, se muestra otro tipo de retroalimentación en función de la respuesta del estudiante, específicamente se muestra el ejemplo donde se le entrega en forma algebraica una función por partes y se le pide a los alumnos los valores de dos parámetros de tal forma que la función sea continua y diferenciable en un punto. Si el estudiante, por ejemplo, ingresa como respuesta valores para los cuales es continua pero no diferenciable, el sistema grafica la función con estos elementos y le muestra una función con "punta" y así le muestra que su respuesta es incorrecta.

Todo lo anterior muestra las potencialidades con la que cuenta este tipo de sistemas, pero hay una retroalimentación que es más compleja y que los sistemas aún no pueden realizar, esta es la puntuación parcial automática sobre el proceso de desarrollo de los estudiantes (Beevers et al., 1999; Ashton et al., 2006). Es decir, el sistema es capaz de entregar un desarrollo paso a paso, pero aún no es capaz de retroalimentar el proceso de resolución paso a paso que realizan los estudiantes. Esta limitación está relacionada con la incapacidad de los sistemas informáticos de interpretar frases y más aún interpretar la articulación de diferentes registros semióticos que se pueden dar en una respuesta en matemática como símbolos, ecuaciones, expresiones algebraicas, esquemas y gráficos entre otros (Stacey and Wiliam, 2013).

Como alternativa a la imposibilidad de puntuar el paso a paso Beevers et al.; Ashton et al. plantean la posibilidad de que dada una respuesta incorrecta por parte del estudiante, el sistema pueda darle una serie de sub-preguntas para entregar una puntuación parcial, no obstante, la complejidad técnica aún hace que estas iniciativas sean limitadas en comparación con lo que podría hacer un corrector humano.

Otro enfoque es el que están realizando Richard et al. (2013); Tessier-Baillargeon et al. (2014); Leduc et al. (2016) en Canadá, quienes han trabajado en el desarrollo de un tutor inteligente para geometría denominado QEDX. En este tutor, los estudiantes se enfrentan a una tarea donde deben demostrar una propiedad y el sistema los va guiando a medida que seleccionan diversas opciones. Uno de los elementos más originales que tiene el sistema, es que los distintos caminos posibles fueron programados en base a las respuestas habituales de estudiantes cuando se enfrentan a estas tareas, por lo que el sistema se adapta a posibles bloqueos de razonamiento que puedan tener los alumnos.

[12]https://wims.unice.fr/

A pesar de que este tutor inteligente no está concebido para la evaluación, el sistema está creado para retroalimentar el proceso de razonamiento de los estudiantes, por lo que podría ser una respuesta tecnológica a la limitación de la corrección paso a paso.

En una línea similar a la anterior, también podemos destacar el trabajo desarrollado por Chenevotot-Quentin et al. (2015); Grugeon-Allys (1997, 2017); Pilet (2013) quienes han trabajado en el desarrollo de un modelo didáctico multidimensional para el desarrollo de un sistema diagnóstico en línea, para álgebra en secundaria (estudiantes entre 12 y 16 años) en Francia, llamado Pépite. En este trabajo se ha hecho un esfuerzo por desarrollar el sistema informático a partir de resultados sobre investigaciones en didáctica de las matemáticas y construir un sistema informático capaz de analizar el desarrollo de los estudiantes.

Tanto en los trabajos sobre el QEDX como Pépite, se observa una vigilancia epistemológica que sostiene el desarrollo informático, no obstante, el costo de esto es que en el caso de QEDX las tareas propuestas son limitadas y en el caso de Pépite las tareas son limitadas y sin parámetros aleatorios.

En resumen, en esta sección se mostró como las características técnicas de la tecnología elegida influyen en la interacción de los estudiantes con la máquina y a su vez condiciona las posibles tareas a diseñar y por ende su valor epistémico. En el caso que se analizará en esta tesis, veremos tareas específicas creadas por los profesores y algunas de sus características epistémicas.

1.5. Conclusión del capítulo

En síntesis podemos decir que cuando se habla de integración de la tecnología en forma general, el trabajo matemático que realizan los estudiantes se deja de lado y los análisis se centran en el valor pragmático de la tecnología y esto hace que incluso se obvíen ciertas limitaciones. En cambio, en las investigaciones que se centran en el trabajo potencial de los estudiantes, se específican tanto las tareas y la tecnología que funciona como mediadora, lo que permite tener una idea más clara de las potencialidades y limitaciones reales que ofrecen.

Incluso acotando el problema, vemos que esta integración es multifactorial, no obstante, la investigación durante las últimas décadas han dado luces de cuáles son los factores importantes que se deben tomar en cuenta para promover el uso de esta.

El análisis de la literatura muestra además la tensión que existe entre ciertos factores, como por ejemplo el valor pragmático con el epistémico, o el valor epistémico con la cercanía con el currículum o los costos temporales e instrumentales con la participación de los profesores o con la flexibilidad de los recursos.

No obstante, cuando se trabaja en un proyecto en concreto, quienes participan deben tomar decisiones de forma más o menos explícita sobre cada uno de estos elementos.

En nuestro estudio nos centraremos en la relación entre alguno de los factores descritos anteriormente, específicamente, nos cuestionamos el impacto de la participación de los profesores en la concepción e implementación de una base de ejercicios en línea en un curso de primer año en una institución de educación superior en Chile, específicamente en la unidad denominada "Funciones polinómicas".

La razón de elegir funciones polinómicas se precisarán más adelante, no obstante, podemos adelantar que hay dos justificaciones principales: 1) El análisis (en el que se encuentran las funciones polinómicas) es un tema matemático que se ha estudiado bastante en el grupo de investigación con el que trabajo y desarrollo esta tesis y 2) Las funciones polinómicas son un tema que se aborda en una época del calendario académico que, desde el punto de vista pragmático, le daba factibilidad temporal a esta investigación.

La literatura muestra que en general, el rol del profesor se ha limitado al de usuario, por lo que estudiar el impacto del profesor como diseñador nos parece una nueva forma de abordar el trabajo con este tipo de tecnología.

Este impacto se cuestiona en dos aspectos:

1. ¿Cuál es el impacto de la participación de los profesores sobre la concepción de las tareas diseñadas?

2. ¿Cuál es el impacto de la participación de los profesores sobre la utilización de estos recursos en su práctica profesional?

En relación a la primera pregunta, específicamente, queremos estudiar cuál es el valor pragmático y epistémico de las tareas creadas por los profesores en la plataforma, poniendo énfasis sobre todo en el valor epistémico, además nos cuestionamos acerca de la "distancia" de estos recursos con sus tareas habituales.

En relación a la segunda pregunta, queremos saber si hay una utilización de estos recursos en clases y tal utilización existe, queremos estudiar su naturaleza, tomando en cuenta el rol de diseñador de los profesores.

El análisis de la relación entre los factores que influyen en la integración (ver figura 1.2), se hará tomando en cuenta la inversión de tiempo efectuada por los profesores y el apoyo institucional para llevar a cabo esto.

Para estudiar el valor pragmático y epistémico de las tareas creadas en la plataforma usaremos como marco teórico el Espacio de Trabajo Matemático (ETM), puesto que como lo indican Gómez-Chacón et al. (2016), “el Espacio de Trabajo Matemático y su estudio deben permitir dar cuenta de cómo un determinado conjunto de tareas y actividades terminan por estructurar (o no) un trabajo matemático complejo y rico por parte de profesores y estudiantes”. El análisis de las tareas de la plataforma se hará teniendo como referencia de comparación las tareas habituales de los profesores, de tal forma que las tareas habituales sirvan para controlar el valor epistémico de tareas en un nuevo ambiente de aprendizaje y al estudiarlos y compararlos ver qué opciones existen para que haya tanto una evolución de los recursos como del ETM idóneo de los profesores.

Capítulo 2

Marco teórico

Contenido

2.1. Introducción al capítulo

En este capítulo describiremos las herramientas teóricas que utilizaremos para estudiar el impacto de la participación de los profesores en el valor epistémico de las tareas diseñadas y programadas en la plataforma y el impacto en de la participación en el uso de estos recursos en su práctica profesional.

Describiremos el marco teórico utilizado en este trabajo: el Espacio de Trabajo Matemático, desarrollado inicialmente por Houdement y Kuzniak 1999 para geometría y luego ampliado por su equipo para otros dominios (Kuzniak and Vivier, 2011; Kuzniak, 2013; Kuzniak and Richard, 2014; Kuzniak et al., 2016b). Con este marco se caracterizarán las tareas de la plataforma y las tareas habituales de los profesores diseñadores.

También haremos una distinción entre la *génesis instrumental* asociada al trabajo matemático potencial de las tareas diseñadas por los profesores y aquella asociada al diseño de las tareas, ambas basadas en el trabajo de Rabardel (1995).

Finalizaremos con la reformulación de las preguntas de investigación y las hipótesis de investigación a partir de las herramientas teóricas que elegimos para desarrollar esta tesis.

2.2. Pertinencia del marco teórico para estudiar la problemática

En el capítulo 1 se esbozó de manera informal, el objetivo de esta investigación, el cual consiste en estudiar el impacto de la participación de los profesores en el diseño de las preguntas que conforman una sistema de evaluación en línea para la unidad de funciones polinómicas.

Específicamente, nos centraremos en el impacto sobre las tareas creadas y en la utilización de este sistema por parte de profesores.

Cuando escribimos que queremos estudiar el impacto en las tareas concebidas en la plataforma, queremos estudiar cuál es el valor epistémico de estas y cuál es la distancia con las tareas habituales de los profesores diseñadores. Por otra parte, queremos estudiar cuál es la evocación y utilización de la plataforma por parte de los profesores en su práctica habitual.

Por lo tanto, se hace necesaria una aproximación teórica que permita caracterizar el conocimiento matemático puesto en juego y dar cuenta del trabajo matemático potencial de las tareas, tanto de las habituales, como las concebidas en la plataforma.

El marco teórico que elegimos es denominado Espacio de Trabajo Matemático (ETM de aquí en adelante), desarrollado inicialmente por Houdement y Kuzniak (2006) para geometría y ampliado más tarde a otros dominios (Kuzniak, 2013; Kuzniak and Richard, 2014; Kuzniak et al., 2016c).

Nosotros estudiaremos particularmente la unidad "Funciones Polinómicas". Esta elección se debe a razones pragmáticas, que detallaremos en la metodología y, además, porque para el grupo de trabajo en el que participo y se inscribe esta tesis, el análisis es un dominio que se ha estado trabajando de manera intensa el último tiempo (Derouet et al., 2015; Derouet, 2016; Elvira et al., 2015; Estrella et al., 2016; Menares, 2016; Montoya and Vivier, 2015, 2016; Verdugo, 2017). No obstante, es importante señalar que los trabajos citados se centran en nociones que son más bien del cálculo y del análisis, como por ejemplo, la función de densidad (que está entre análisis y probabilidades), la tangente a una curva en un punto, los límites de sucesiones, la continuidad de las funciones, mientras que en nuestro trabajo, los objetos estudiados son las funciones polinómicas, que en términos curriculares, en general, se estudian antes que las nociones del cálculo.

Este marco teórico nos parece pertinente puesto que como lo indican Gómez-Chacón et al. (2016) "el Espacio de Trabajo Matemático y su estudio deben permitir dar cuenta de cómo un determinado conjunto de tareas y actividades terminan por estructurar (o no) un trabajo matemático complejo y rico por parte de profesores y estudiantes". En nuestro caso, no solo estructurar el trabajo matemático, sino que controlar el diseño, a través de una suerte de vigilancia epistémica.

La utilización de este marco para realizar los análisis de las tareas, nos permitirá hacer un estudio en detalle, describir sus componentes y el conocimiento matemático que ponen en juego, es decir, nos ayudará a establecer cuál es el trabajo matemático potencial que activan sus componentes.

Cabe destacar que las tareas no pertenecen al ETM, sin embargo lo activan y su análisis permite estudiar las corculaciones que se pueden desplegar (Estrella et al., 2016). En este trabajo es central la noción de tarea y particularmente la noción de "tipo de tarea" de Chevallard (1999, p. 2), para quien esta se expresa por un verbo y una acción precisa, como por ejemplo, "Calcular la imagen de $x = \sqrt{2}$ bajo la función $f(x) = x^2 - x + 1$" o "Graficar la función $f(x) = \frac{x-1}{2}$", a partir de estas tareas, obtenemos los *tipos de tareas* como "Calcular la imagen de un valor" o "Graficar una función".

También, utilizaremos la génesis instrumental desarrollada por Rabardel (1995) para analizar los fenómenos asociados al diseño.

Cabe señala que el ETM también considera la noción de génesis instrumental a partir de los trabajos de Rabardel, no obstante, en nuestro trabajo diferenciamos aquella asociada al trabajo matemático potencial que proponen los profesores en sus tareas de aquella asociada al diseño, razón por la cuál se describen de forma separada.

2.3. Espacio de Trabajo Matemático

El Espacio de trabajo Matemático (ETM de aquí en adelante) fue desarrollado para describir la naturaleza del trabajo matemático de los estudiantes cuando abordan tareas matemáticas y de forma más general a aquellos (generalmente los profesores) que definen y organizan esas tareas.

Concebidos como una estructura de alojamiento evolutiva y adaptable para las actividades matemáticas, los ETM y su estudio tienen como objetivo apoyar el análisis de cómo interactúan estos diferentes aspectos, a fin de dar cuenta de la forma en que un conjunto determinado de tareas o actividades eventualmente forma (o no) un trabajo matemático complejo y rico, tanto desde el punto de vista del aprendizaje de los alumnos como, desde el punto de vista de los profesores.

Según este modelo, el trabajo matemático se realiza articulando dos planos, uno epistemológico y otro cognitivo mediante las génesis semiótica, instrumental y discursiva (ver figura 2.1). Acá la palabra génesis se utiliza en un sentido amplio y hace referencia tanto al comienzo de un proceso, como su desarrollo e interacción entre los polos de los planos epistemológico y cognitivo.

En nuestro trabajo, queremos identificar cuáles son las génesis que activan las tareas de la plataforma y para esto, es indispensable identificar si dado un objeto matemático (tal como una función o una fórmula), es posible identificar si está siendo usado como una herramienta semiótica, artefacto simbólico o herramienta teórica.

En el plano epistemológico, se encuentran los objetos y/o herramientas que permiten desarrollar el trabajo matemático y pueden estar en tres polos: en el representamen, en los artefactos y en el referencial. De acuerdo a Kuzniak et al. (2016a), a partir de las ideas de Douady (1986; 1992) en el modelo de los ETM, los objetos matemáticos pueden convertirse en herramientas o viceversa.

Por otra parte, en el plano cognitivo, se encuentran tres procesos, a través de los cuales se intenta dar cuenta de la actividad del estudiante: visualización, construcción y justificación.

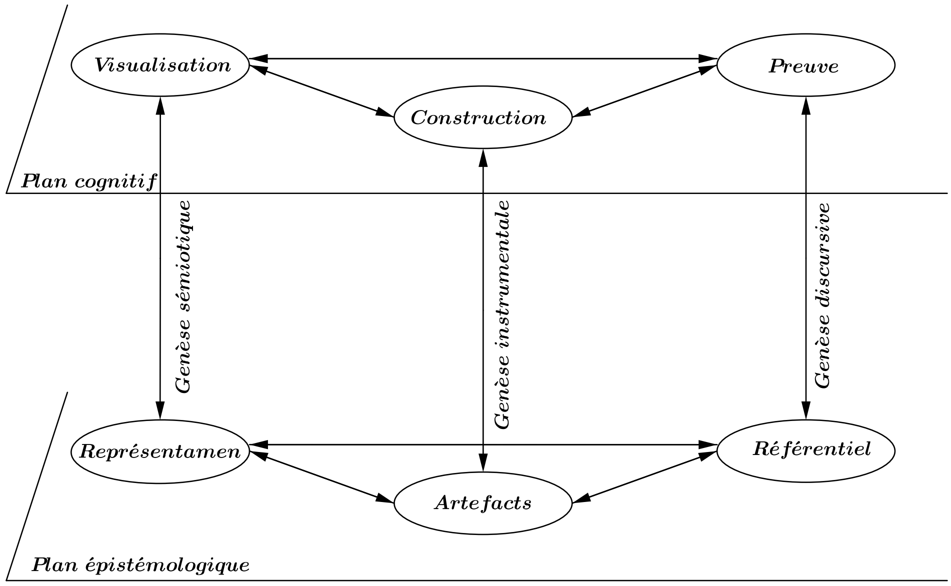


Figura 2.1: Esquema ETM (Kuzniak, 2011)

2.3.1. Polos del plano epistemológico del ETM

Para poder identificar las génesis o planos que se activan o privilegian en la resolución de una tarea, necesitamos identificar en cuál de los tres polos del plano epistemológico se encuentra un objeto matemático en particular.

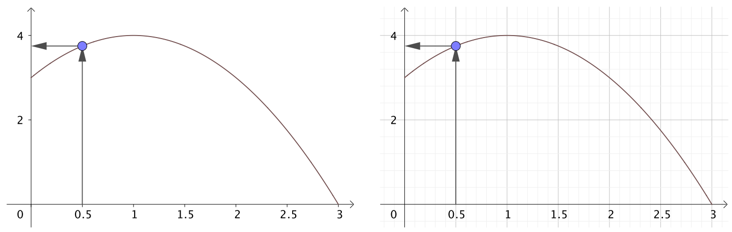
El estatus de un objeto o herramienta estará dada más bien por su utilización que por una característica intrínseca. Por ejemplo, en el trabajo de tesis de Nechache (2016), se observó que el árbol de probabilidades puede estar en cualquiera de los tres polos del plano epistemológico o en dos polos al mismo tiempo.

Como consecuencia de esta plurifuncionalidad, es necesario definir cuándo un objeto o herramienta matemática es considerada en un polo o en otro, puesto que esto nos ayudará a indicar cuál es la dimensión o génesis que se desarrolla en una tarea en particular.

También es necesario aclarar que un objeto matemático no está necesariamente en un solo polo y más bien, es un polo el que se privilegia por sobre otro.

Diremos que un objeto o herramienta matemática se desplaza hacia el polo del **representamen** cuando este es utilizado como una herramienta semiótica, es decir, cuando se trabaja a partir de su visualización y se tomen en cuenta las relaciones entre sus unidades figurales y no solo la percepción visual que provee el acceso directo al objeto.

Por ejemplo, cuando se utilizan flechas o líneas para indicar la imagen y pre-imagen de un valor bajo una función o las mallas y las cuadrículas del gráfico que pueden orientar la lectura de estos elementos (ver figura 2.2).



(a) Gráfico sin malla (b) Gráfico con malla

Figura 2.2: Ejemplo de herramientas semióticas

En la subfigura (a) podemos ver que las flechas sirven de guía para poder estimar la imagen de $x = 0{,}5$, al seguir las flechas podemos ver que es un valor entre 3 y 4. En cambio, en la subfigura (b) podemos estimar que el la imagen de $x = 0{,}5$ está entre 3.6 y 4 gracias a la malla que funciona como una herramienta semiótica. No obstante, este proceso no es puramente semiótico, está apoyado en elementos del referencial teórico, puesto que asocia el punto sobre la gráfica y las flechas con la pre-imagen e imagen de un valor.

En el polo de los **artefactos (materiales o simbólicos)**, podemos identificar herramientas materiales (como regla y compás), herramientas informáticas (como una calculadora CAS) y artefactos simbólicos. Para los dos primeros casos, dada su naturaleza son fácilmente identificables, en cambio, el artefacto simbólico, lo identificaremos cuando un objeto u algoritmo se utilice como una herramienta para obtener un resultado y no se tomen en cuenta sus propiedades, es decir, cuando su uso no esté apoyado en el referencial teórico.

En general, un artefacto lo podemos considerar como un conjunto de proposiciones que serán o no utilizadas por un individuo (Béguin and Rabardel, 2000).

Por ejemplo, cuando se quiere calcular los ceros de una función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$, y se utiliza la fórmula: $\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ para obtenerlos sin importar la forma de la función. Tomemos el caso en que $c = 0$ y se recurre a la fórmula, esta está siendo usada como un artefacto simbólico, puesto que podría ser resuelta de forma más eficiente mediante factorización, no obstante, se elige una forma rutinizada que funciona.

Otro ejemplo es el que se reportan Montoya et al. (2014), quienes muestran como las ecuaciones son utilizados como artefactos simbólicos para resolver un problema geométrico, más aún ellos hablan de un cambio de ETM, puesto que el problema se plantea en el dominio geometrico y se traslada al álgebra sin que se observe un retorno.

En general, un objeto le asociaremos el estatus de artefacto simbólico, cuando el uso esté totalmente naturalizado y no se discuta ni cuestione su validez ni justificación.

Finalmente, en el polo del **referencial teórico** están las propiedades, teoremas y axiomas que dan sustento al discurso matemático. Este polo no se debe pensar solo como una colección de propiedades, porque al dar soporte a las justificaciones deductiva, debe estar organizado de forma coherente y bien adaptado a las tareas que se les pide a los estudiantes que resuelvan (Kuzniak et al., 2016b).

Por ejemplo, si se está calculando el vértice de una función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx` + c$, se podría calcular mediante la fórmula $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$ o mediante el cálculo del punto medio entre dos puntos cuya coordanada de las ordenadas sea la misma. En el primer caso, la fórmula estaría siendo utilizada como artefacto simbólico y, en la última, el cálculo estaría basándose en la simetría de la función cuadrática, por lo tanto, se observaría un apoyo teórico para resolver la tarea.

Otro ejemplo, es el empleo de ciertos algoritmos, como cuando se resuelve una ecuación y se utiliza como técnica de resolución "pasa para el otro lado multiplicando", técnica que funciona perfectamente para ecuaciones simple como podría se el siguiente caso: $\frac{x}{5} = 3$, pero que en el caso de una ecuación del tipo $2 - \frac{x}{5} = 8$ se utiliza de la misma forma quedando: $2 - x = 5 \cdot 8$. En este caso, el algoritmo de resolución no está apoyado en ninguna propiedad que permita controlar su validez. En este caso, el algoritmo está siendo utilizado como un artefacto simbólico y la dimensión discursiva no aparece.

No obstante, como se dijo al comienzo de esta subsección, hay otros casos donde un objeto matemático no se puede encasillar en un solo polo. En los casos descritos anteriormente, si el uso es justificado o si bajos ciertas variaciones el algoritmo se ajusta tomando en cuenta las propiedades de los objetos, entonces se observaría el artefacto simbólico pero, apoyado en un referencial teórico.

Otro caso, de lo anteriormente expuesto, es el uso de tablas de variaciones para resolver inecuaciones, las cuales se utilizan para obtener el intervalo solución de la desigualdad, pero no se explicitan los axiomas de orden que permiten que la tabla funcione.

Tomemos el caso de la inecuación: $x^2 - 1 > 0$, su tabla de variaciones se muestra en la figura 2.3.

	$-\infty \quad -1 \quad 1 \quad +\infty$		
$x-1$	$-$	$-$	$+$
$x+1$	$-$	$+$	$+$
	$+$	$-$	$+$

Figura 2.3: Ejemplo tabla de variaciones

El uso de esta tabla se apoya en una codificación de toda la inecuación: en la primera columna, se hace una descomposición en factores de un polinomio. En la primera fila, se colocan los ceros del polinomio y se agrega los símbolos $-\infty$ y ∞ en los extremos para representar la recta real y luego en cada casilla se rellena con los símbolos $+$ y $-$ para representar el signo del este en el intervalo comprendido entre los valores de la parte superior. En el caso de que la inecuación fuese una fracción de polinomios, habría que agregar, además, una codificación para los valores que se indefinen. Una vez que completan la tabla, se utiliza la "regla de los signos" para completar la última fila. Cuando este trabajo de codificación y pequeños algoritmos se realiza sin que se apoye en el referencial teórico, es decir, se utiliza sin reflexionar en las razones de por qué funciona, entonces la tabla de variaciones, como objeto, está entre el representamen y un artefacto simbólico y su dimensión discursiva se ve completamente ausente.

2.3.2. Polos del plano cognitivo del ETM

Tal como lo indican Kuzniak et al. (2016c), la matemática es ante todo una actividad humana y no solo una lista de signos y propiedades.

Por esta razón, este modelo considera un segundo nivel centrado en el sujeto, considerándolo como un sujeto cognitivo cuyos procesos mentales están en interacción con el plano epistemológico a través de una actividad matemática específica.

Los tres procesos que se consideran en el plano epistemológico son: la visualización, la construcción y la prueba.

La **visualización**, está relacionada con la interpretación de signos y la construcción interna de la representación de los objetos y sus relaciones.

La **construcción**, está relacionada con la utilización de artefactos (materiales o simbólicos) junto con esquemas de uso para producir tangible como escritos o dibujos y también para la observación, exploración y experimentación mediada por un artefacto.

Finalmente, la **prueba**, está relacionada con el proceso de justificación mediante herramientas teóricas y no solamente una validación empírica, la cual se podría entender más como el proceso de construcción antes descrito.

2.3.3. Génesis en el ETM

Los planos epistemológico y cognitivo dos planos se articulan mediante tres génesis:

La **génesis semiótica**, conecta el proceso de visualización en el plano cognitivo con el representamen en el epistemológico. Esta génesis puede partir por el signo en el representamen que es decodificado por el sujeto mediante la visualización. También puede partir por el sujeto que codifica y produce un signo.

La **génesis instrumental**, conecta el proceso de construcción en el plano cognitivo con el polo de los artefactos. Cuando se trabaja con herramientas materiales, informáticas o simbólicas, está compuesta de dos procesos: el de instrumentalización y el de instrumentación (Rabardel, 1995). El primero, comprende la emergencia y evolución de los esquemas de uso del artefacto y la utilización de las posibilidades que ofrece el artefacto. El segundo parte del sujeto y es relativo a la emergencia y evolución de los esquemas de uso y de las acciones instrumentadas, su constitución, funcionamiento, coordinación, combinación, inclusión et asimilación de artefactos nuevos a esquemas ya constituidos.

Por ejemplo, si retomamos el caso de la figura 2.2, la visualización de la función implica el reconocimiento de una serie elementos: los ejes, la malla (en el caso de la subfigura (b)), la curva y su relación con los ejes y no es solo la percepción de líneas, flechas y curvas que no están relacionadas y que no tienen un sentido matemático, por lo que la dimensión semiótica es la que se privilegia pero, está soportada por una dimensión discursiva que le da sentido matemático a los objetos percibidos.

En Radford (2009), muestran el ejemplo del uso de letras en álgebra y el autor propone que su introducción durante el Renacimiento, estuvo relacionado con la idea de volver eficientes a los métodos algebraicos en un sentido tecnológico que dominada en esta época, donde la aparición de nuevas máquinas y artefactos comenzaron a inundar la vida diaria. En este contexto, la utilización de tantas incógnitas como se necesite para traducir el problema en símbolos: "La traducción evacúa las palabras y sus significados. Lo que tiene frente a nosotros es una serie de signos que pueden manipularse de manera eficiente, como una pequeña maquinita." (Radford, 2009, p. 16), lo cual muestra cómo este proceso de algoritmización puede ser entendido como una génesis instrumental.

La **génesis discursiva**, conecta el proceso de justificación con el polo de las herramientas teóricas en el plano epistemológico y está asociado al proceso de razonamiento deductivo mediante teoremas y propiedades. En este caso, el foco está puesto en las propiedades y teoremas, por lo que se está pensando en razonamientos que van más allá de los visuales o instrumentales , pero que pueden ser desencadenadas por estos procesos (Kuzniak et al., 2016b, p. 727).

En Menares (2016, p. 147), se muestra un ejemplo donde el límite de una función cuando tiende hacia a (número real cualquiera) es utilizado para justificar la continuidad de las funciones $f(x) = c$, $g(x) = x$ y $h(x) = x^2$. En este caso, es la propiedad que relaciona el límite con la continuidad (propiedad que se encuentra en el referencial teórico) la que permite dirigir la justificación.

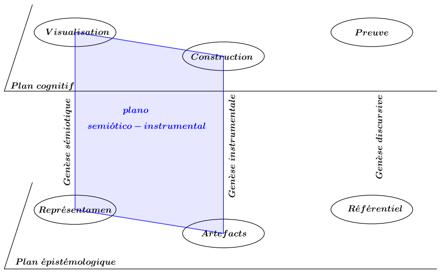
La descripción anterior de cada una de las génesis no quiere decir que cuando una se activa, las otras no lo hacen, pues en el trabajo matemático muchas veces se observa un trabajo con dos o tres al mismo tiempo, pero hablaremos de una génesis en particular cuando claramente se privilegie alguna de las tres dimensiones, a saber, la dimensión semiótica, instrumental o discursiva. No obstante, como veremos en la subsección 2.3.4, muchas veces no es posible hacer la separación y el trabajo matemático se describe a través de planos verticales.

Finalmente, otro elemento a destacar es que en nuestro trabajo se utiliza una herramienta informática para concebir las preguntas y como medio sobre el cual el estudiante trabaja. Por lo anterior, debemos distinguir la génesis instrumental del trabajo matemático potencial del estudiante y la génesis instrumental ligada al diseño.

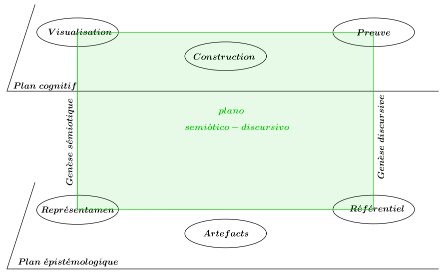
En la génesis instrumental ligada al trabajo potencial del estudiante, los artefactos que intervienen están relacionados con la resolución de la tarea propuesta. En cambio, en la génesis instrumental asociada al diseño, son los componentes informáticos disponibles en los software que son o no utilizados por el profesor cuando diseña y programa una tarea.

2.3.4. Planos verticales

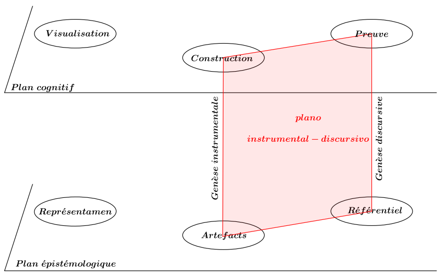
Cuando no es posible distinguir la génesis privilegiada, el trabajo matemático se puede caracterizar mediante la conexión de dos génesis mediante algunos de los tres planos verticales (Coutat and Richard, 2011): semiótico-instrumental, semiótico-discursivo o el instrumental-discursivo (ver figura 2.4).



(a) Semiótico instrumental



(b) Semiótico-discursivo



(c) Instrumental-discursivo

Figura 2.4: Planos verticales

El **plano semiótico-instrumental** se observa cuando hay un trabajo de construcción o aplicación de un algoritmo apoyado o restringido por las condiciones que imponen los signos.

Por ejemplo, en el trabajo de Montoya and Vivier (2016, p. 1693), los autores muestran una tarea en la que se estudia el área del cuadrilátero BDEFG (ver figura 2.5) y dependiendo del lado que se elija como variable independiente: ED, GD, GE o GA, la curva asociada, cambia. En esta primera fase, el trabajo está en el plano instrumental-semiótico, puesto que es el software, como artefacto informático, el que produce las representaciones gráficas de la función y los deslizadores funcionan tanto como artefacto y como signo. No obstante, para poder justificar los resultados que se obtienen, el trabajo en la génesis discursiva es indispensable.

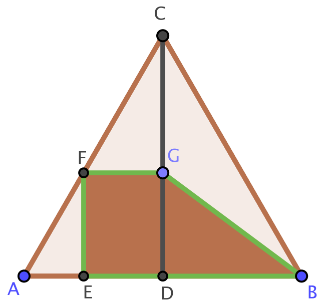


Figura 2.5: Figura extraída de Montoya and Vivier (2016, p. 1693)

El **plano semiótico-discursivo** se observa cuando hay un trabajo de razonamiento apoyado en un proceso de visualización o a la inversa, es decir, cuando la articulación de un discurso permite realizar una visualización o conversión de registros.

Un ejemplo de la activación del plano semiótico-discursivo se observa en el trabajo de Tessier-Baillargeon et al. (2014) y Leduc et al. (2016), quienes desarrollaron un tutor inteligente que ayuda a construir un razonamiento a partir de una figura en un sistema de geometría dinámica. En este caso, son ambas génesis las que se trabajan en forma coordinada y no es posible aislar una de la otra. Otro ejemplo se puede observar cuando el estudiante, a partir de la simetría de una función cuadrática obtiene el vértice como el punto medio de dos puntos conocidos que tengan igual coordenada en el eje de las ordenadas.

Finalmente, el **plano instrumental-discursivo** se observa cuando hay un trabajo de justificación basado en la construcción o utilización de herramientas algorítmicas o cuando una construcción se apoya en elementos del referencial teórico. Un caso de esto, es cuando se realiza una demostración geométrica utilizando regla y compás, donde la génesis instrumental, relacionada con la construcción de las figuras mediante estos artefactos materiales, se articula con el discurso de justificación para realizar la construcción.

2.3.5. Niveles de ETM

El trabajo en una institución escolar se puede describir a través de tres niveles de Espacio de trabajo matemático.

El primero se denomina **ETM de referencia** y es el espacio paradigmático definido por la comunidad, donde un paradigma se define cuando una comunidad de individuos acuerda formular ciertos tipos de problemas y organizar ciertos tipos de solución privilegiando ciertas herramientas o ciertas formas de pensamiento.

El ETM de referencia se define con respecto a la relación con el conocimiento, idealmente, bajo criterios matemáticos.

Por ejemplo, en el caso de la geometría euclidiana, para el problema de la cuadratura del círculo solo se admitían soluciones mediante regla y compás y las soluciones mecánicas no se aceptaron como soluciones válidas (Jacob, 2006).

El **ETM idóneo** es una transformación del ETM de referencia en un espacio de trabajo efectivo, diseñado y organizado con un fin definido en una institución específica (Kuzniak, 2010). El ETM idóneo no está constituido por las tareas, pero estas son las que lo activan y le dan sentido. Por lo que su elección y organización es esencial para poder ser estudiado. Estas elecciones del profesor van a dirigir el trabajo personal del estudiante y se harán en conformidad a las condiciones institucionales y a la adecuación al nivel de los estudiantes.

Es importante señalar que la idoneidad es para los actores que lo organizan y no para un observador externo.

En nuestro trabajo, es sobre todo en el ETM idóneo que se centran los análisis puesto que las tareas propuestas en un la plataforma, que es un nuevo formato de trabajo de diseño para los profesores y de trabajo potencial, de los estudiantes, puede eventualmente modificar el ETM idóneo de los profesores.

Finalmente el **ETM personal** es el espacio de trabajo efectivo de quien resuelve un problema matemático, ya sea el profesor al organizar el ETM idóneo o el estudiante que resuelve los problemas organizados en el mismo.

Este ETM personal en una institución educacional se desarrolla y evoluciona a través de las tareas propuestas por el profesor en el ETM idóneo, y a medida que va evolucionando debe adaptarse a nuevas tareas y problemas.

Por lo tanto, el trabajo matemático en una institución de educación se puede describir a través de tres niveles, el espacio definido por la institución (ETM de referencia), el ETM organizado por el profesor (ETM idóneo) y el ETM de resolución de problemas efectivos tanto del profesor como del alumno (ETM personal).

2.4. Objeto de estudio: funciones polinómicas

En nuestro trabajo nos centraremos en un concepto matemático concreto, el de las funciones polinómicas.

Como se mencionó al comienzo de este capítulo esta elección se debe a que el análisis ha sido centro de atención en el grupo de investigación en el que participo y también a razones pragmáticas, como por ejemplo, la época del año en que se dicta esta unidad hacía viable (con respecto a la disponibilidad de tiempo) el registro de clases de los profesores involucrados.

Primero, haremos un resumen de la evolución histórica del concepto y luego, daremos una definición de las funciones polinómicas y sus principales características.

2.4.1. Evolución histórica del concepto de función

Haremos una breve síntesis de la evolución histórica del concepto de función, que nos permitirá observar entre otras características que la definición de función como la conocemos hoy es una definición bastante reciente.

Este resumen se basa en el trabajo de tesis de Ruiz-Higueras (1994), quien hace un recorrido histórico e identifica, utilizando la clasificación de Chevallard (1985), el estatus de la función como una noción protomatemática en el período que vas desde la antigüedad hasta el finales del siglo XV.

Los primeros registros vienen de las matemáticas babilónicas, donde se ha encontrado el uso de tablas de valores para cálculos astronómico, como por ejemplo una compilación de las efemérides del sol, de la luna y los planetas. También utilizaban tablas sexagesimales de cuadrados y raíces cuadradas, de cubos y raíces cúbicas o para la progresión geométrica $a_n = 2^n$ y para la serie de cuadrados $a_n = n^2$, entre otras tablas. Los historiadores hablan de que se pude observar un instinto de funcionalidad en la matemática babilónica.

Posteriormente, en la matemática griega, se observa una idea primitiva de función en la idea de cambio y relación entre magnitudes, sin embargo, los filósofos griegos consideraban el cambio y el movimiento como algo externo a las matemáticas. Según la autora, la filosofía “estática” de la matemática llevó al desarrollo de incógnitas e indeterminados en vez de variables, lo que condujo a las proporciones y ecuaciones y no a las funciones, lo que a su vez fue un obstáculo para el desarrollo del concepto de función.

Mucho más tarde, en la Edad Media, en Europa, el estudio es más cualitativo que cuantitativo, mientras que en el mundo árabe, el trabajo se centra en la clasificación de ecuaciones y en el estudio sistemático de la trigonometría. En 1361, Nicole Oresme realiza un aporte importante para el desarrollo de las funciones: hacer un dibujo o gráfica de la manera en que las cosas varían. Aunque estos primeros métodos de representación eran conocidos desde los tiempos griegos, se restringían a los geógrafos y astrónomos que como disciplina estaban separadas de la matemática.

Luego, Ruiz-Higueras (1994) identifica el período comprendido entre el siglo XIV y el siglo XVII como una época en la que la función tienen un estatus de noción paramatemática, puesto que se considera como un instrumento conscientemente utilizado, pero que no es estudiado en sí mismo.

En este período se desarrolla el estudio de la trigonometría como una rama particular y la elaboración de tablas de valores para las funciones trigonométricas con un alto grado de aproximación, lo que hace suponer que estos matemáticos ya tenían clara la idea de lo que hoy se conoce como la continuidad de las funciones.

En esta época Galileo (1564 - 1642) hizo un aporte al desarrollo del concepto de función al comenzar a estudiar de forma sistemática y con instrumentos el movimiento, no obstante, según la autora, la manera de formularlos utilizó el estilo clásico de las proporciones. En 1614, Neper desarrolla la primera tabla de logaritmos a partir de la idea de movimiento continuo.

En el siglo XVII Descartes desarrolló la geometría analítica, que será capital para, más tarde, establecer el concepto de función. Este será el primer puente entre dos áreas diferentes y también el germen para dos de los más grandes progresos del siglo XVII: la noción de función y el cálculo infinitesimal. Es con Descartes que de forma clara se sostiene la idea que una ecuación en x e y es un medio para introducir una dependencia entre dos cantidades variables.

Las ciencias experimentales comenzaron a necesitar mediciones cada vez más exactas de medidas cuantitativas tales como la presión o el calor. Estos cálculos se apoyaron en la invención de diversos instrumentos científicos. Las ciencias experimentales plantaban nuevos problemas a las matemáticas y nuevas formas de dependencia matemática.

En este siglo también aparece el cálculo infinitesimal con Newton y Leibniz, el primero asociado a fenómenos físicos y el segundo, a fenómenos geométricos, en sus trabajos no formalizaron aún el concepto de función.

Finalmente, es a partir del siglo XVIII con los trabajos de Bernoulli y Euler que la función adquiere el estatus de objeto matemático, aunque deberán pasar dos siglos aún para que se obtenga la definición actual de función.

Desde finales del siglo XVII, con Leibniz, Bernoulli y Euler, el concepto de función comienza a tomar una forma definida y es Euler quien definió, de forma más precisa, este concepto, conceptos asociados (como el de variable), clasificó las funciones y utilizó la notación $f(x)$. Apoyándose en los trabajos de Newton y Leibniz, desarrolló el análisis como una rama de las matemáticas.

En el trabajo titulado: Institutiones calculi differentialis de 1755, Euler da una definición más moderna del concepto de función:

> "Si ciertas cantidades dependen de otras cantidades de tal manera que si las otras cambian estas cantidades cambian también, entonces, tenemos la costumbre de nombrar estas cantidades funciones de estas últimas; esta denominación es la más extensa y contiene en ella misma todas las formas por las cuales una cantidad puede ser determinada por otras. Por consiguiente, si x designa una cantidad variable, entonces todas las otras cantidades que dependen de x, no importa de qué manera, son llamadas funciones de x" (Euler, cit. por Ruiz-Higueras (1994, p. 179)

Más tarde Lagrange (1736-1813) aportó dos tratados sobre funciones, donde intentó reducir el cálculo al álgebra. Además, en este siglo, las idea de continuidad de una función que hasta el momento no habían sido definidas de forma rigurosa, fueron estudiadas de forma más sistemática por Cauchy, Riemann y Weierstrass y les dieron un gran impulso a la definición del concepto de función.

Durante el transcurso de este siglo distintos matemáticos comienzan a dar definiciones generales de función: Cauchy en 1827, Lobachevsky en 1834, Dirichlet en 1837 y Rienann en 1858:

> "Se dirá que y es una función de x si a todo valor bien determinado de x corresponde un valor bien determinado de y cualquiera que sea la forma de la relación que une a x y a y" (Riemann cit. por Ruiz-Higueras (1994, p. 183))

A finales del siglo Cantor desarrolló la teoría de conjuntos que fue fundamental para desarrollar la definición moderna de funciones que conocemos hoy en día.

Como se puede desprender de esta pequeña síntesis histórica, el concepto de función, tal cual la conocemos hoy en día, es relativamente reciente en la matemática.

En este trabajo, abordaremos las funciones polinómicas, que son un caso muy particular de las funciones polinómicas.

2.5. Preguntas e hipótesis de investigación

Recordemos que nuestro objetivo de investigación es estudiar la incidencia de la participación de los profesores en la concepción de las preguntas que conforman un sistema de evaluación en línea para la unidad de funciones polinómicas.

Cuando hablamos de incidencia, nos referimos al impacto sobre las tareas creadas, específicamente sobre el valor epistémico de estas tareas y el impacto sobre el uso que le dan los profesores diseñadores a la plataforma en su clase.

Como en la sección precedente acabamos de presentar las herramientas teóricas que elegimos como pertinentes para estudiar nuestro problema de investigación.

Esto nos permite reformular nuestras preguntas de investigación en términos de nuestro marco teórico:

- **P1:** ¿Cuál es el ETM potencial de las tareas de la plataforma en comparación con las tareas del ETM idóneo de los profesores en la unidad de funciones polinómicas?
- **P2:** ¿Cuál es la influencia de la plataforma en el ETM idóneo de los profesores diseñadores y profesores usuarios en la unidad de funciones polinómicas?

Las hipótesis de investigación que presentamos son las siguientes:

- **H1:** En relación a la concepción de las tareas, puede haber una diferencia entre las tareas propuestas en la plataforma y las tareas habituales de los profesores, que puede estar dada por las limitaciones propias de la plataforma o por fenómenos de tipo instrumental.

La participación de los profesores en el diseño de las preguntas supone una mayor coherencia entre las necesidades institucionales y las tareas que puedan conformar un sistema de este tipo, en comparación, por ejemplo, con una concepción de expertos externos a la institución.

No obstante, diseñar y programar preguntas en un espacio virtual particular, significa trabajar en un ambiente distinto al habitual, como lo puede ser un documento creado por el profesor o la pizarra en clases.

El un software es un ambiente donde hay una dimensión instrumental muy fuerte debido a las reglas y condiciones que impone como un ambiente de programación.

Esto nos hace suponer que los tipos de tareas propuestos por los profesores en la plataforma serán diferentes a las tareas habituales de los profesores usadas en clases.

- **H2:** En relación al uso de la plataforma, suponemos que deberían haber diferencias en la utilización de la plataforma por parte de profesores usuarios y profesores diseñadores/usuarios.

Cuando hablamos de utilización, este puede ser cuando el profesor es un intermediario que puede invitar a su utilización, pero sin comprometerse en su uso en la sala de clases o puede ser una utilización más comprometida en el que utiliza ya sea la plataforma o las tareas de la plataforma como recurso de enseñanza.

2.6. Conclusión del capítulo

En este capítulo mostramos la pertinencia del ETM como un marco teórico para estudiar el valor epistémico de las preguntas en la plataforma y compararlas con el valor epistémico de las tareas habituales de los profesores conceptores.

Describimos los principales elementos del marco teórico, lo que nos servirá de base para los análisis de los capítulos siguientes.

Finalmente, hicimos una síntesis de algunos trabajos sobre funciones que nos servirán de base para estudiar las tareas propuestas por los profesores como las tareas habituales en el tema específico de las funciones polinómicas.

Capítulo 3

Metodología: etapas de la investigación y fuentes de datos

Contenido

3.1. Introducción al capítulo

Ahora que está definido el marco teórico, las preguntas e hipótesis de investigación, describiremos las principales etapas de la investigación, las fuentes de datos y la metodología que se utilizó para responder a las preguntas planteadas.

3.2. Contextualización de la investigación

Esta investigación se enmarca dentro del proyecto SEDOL-M (Sistema de Evaluación Dinámico Online en Matemáticas) de la Universidad Tecnológica de Chile INACAP.

En esta primera etapa se describió el contexto institucional de INACAP y el proyecto SEDOL-M. Particularmente, se detallaron los objetivos y principales etapas del proyecto, lo que permite entender cuáles son las condiciones en las que se desarrolló el diseño de las tareas de la plataforma. Como fuente de datos se utilizaron informes de la institución y del proyecto.

También, se describió el perfil y las condiciones de los profesores participantes en el proyecto SEDOL-M. En particular, se detalló la forma de elección de los profesores participantes en el proyecto, el perfil de los profesores elegidos y las condiciones de tiempo, organización y espacio que estos tuvieron para la creación de las preguntas. Además, se mostró el programa oficial para la unidad de “Funciones Polinómicas” que guía la concepción. Para describir el perfil de los profesores se utilizó como fuente de datos una entrevista exploratoria realizada en octubre del 2016 en los campus Renca y Santiago Sur respectivamente.

También se hizo un análisis de las características de los programas informáticos utilizados para la concepción de las preguntas, es decir, de la plataforma institucional que está basada en Moodle[1] y a la cual se le integró Wiris[2] para programar las tareas. Esto con el fin de tener una idea de las potencialidades y limitaciones en las que los profesores diseñaron y programaron las tareas.

3.3. Estudio del ETM potencial de la plataforma

Después de caracterizar: la institución, el proyecto, los profesores y las herramientas informáticas utilizadas; se estudió el ETM potencial de la plataforma. Para

[1] www.moodle.org
[2] www.wiris.com

esto, el análisis se centró en las 29 tareas sobre "Funciones polinómicas" creadas por 6 profesores de dos campus distintos: Renca y Santiago Sur. Para efectos de este trabajp, estos profesores serán denominados A, B y C (sede Renca); D, E y F (sede Santiago Sur)

Todas las tareas de la plataforma son contextualizadas y cada profesor trabajó varias tareas en torno a un sólo contexto. Tomando en cuenta lo anterior, el análisis tendrá como unidad central al profesor, por lo que se analizarán en detalle todas las tareas diseñadas teniendo al profesor como eje central.

Como fuente de datos se utilizaron tres elementos que componen las tareas en la plataforma: el enunciado, los algoritmos y una vista previa de las preguntas.

Todos estos elementos se detallan en la sección 4.4 del capítulo 4, pero para tener una idea de los elementos con los que se trabajaron y la metodología de análisis que se sigue, se explicarán brevemente:

- El enunciado es un archivo Moodle XML que contiene elementos fijos y variables. Los elementos fijos, son cadenas de texto y los elementos variables, que pueden ser números, símbolos, textos o gráficos son definidos en el enunciado con el símbolo $\#$.

- Estos elementos a su vez son definidos en un algoritmo con un lenguaje propio de Wiris.

- Una vez que estos elementos está definidos se puede realizar una vista previa, la cual muestra una de las posibles iteraciones que puede tener la pregunta.

Para ejemplificar, en el enunciado: "Calcular $\#a + 3$" implica que $\#$a es un elemento que será aleatorio y que se definirá en un algoritmo, por ejemplo, se podría definir como: $a = aleatorio(-10, 10)$ lo que implica que a puede tomar valores enteros entre -10 y 10 incluyendo los extremos. Por lo tanto, algunas iteraciones de esta tarea podrían ser: "Calcular $-5 + 3$", "Calcular $0 + 3$", entre otros.

Para el análisis general, se examinaron tres características explícitas de la tarea: el contexto, el tipo de tarea y la función (su representación y características). A partir de estas características posteriormente se analizó la circulación potencial del ETM que produce la tarea. Recordemos que las tareas no están en el ETM, sino que se activan con ella. Lo anterior se sintetiza en la figura 3.1.

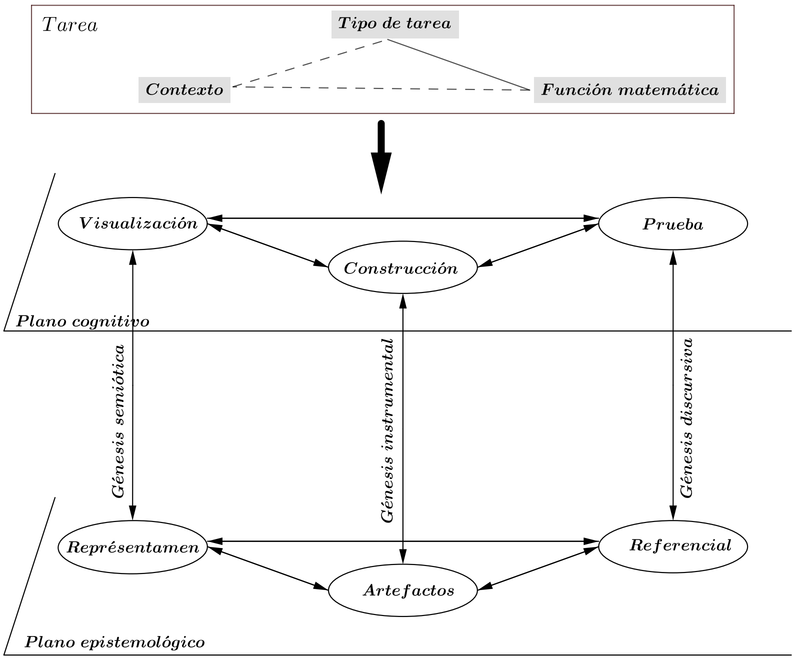


Figura 3.1: Caracteristicas de la tarea donde se focalizará el análisis

Como se indicó en la sección 2.2, para el tipo de tarea se consideró la noción de tarea de Chevallard (1999, p. 2), para quien se expresa por un verbo y una acción precisa.

El contexto aparece conectado con una línea punteada, puesto que no siempre hay uno, pero en caso de que exista, este puede influir ya sea en el tipo de tarea o en el objeto/herramienta matemática puesto en juego. Por ejemplo, un contexto que modeliza el precio de un producto en función de las unidades producidas, implica que el dominio de la función debería ser discreto.

Finalmente, la tarea tiene una función matemática, la que puede aparecer de forma explícita o no. De la función, se distinguen sus características, las cuales son observables a partir de la representación semiótica (Duval, 1993) elegida por el profesor y en el caso de la plataforma, se puede observar, además, el algoritmo que la define. A través de su representación, se distinguen algunas características particulares como la naturaleza de los coeficientes de la función o los números que aparezcan en el plano donde se represente.

Para el análisis particular, se eligieron, en base a al análisis general, algunas tareas y se estudia cómo estas tres características (tipo de tarea, contexto y función) activan distintas circulaciones del ETM asociadas a ella.

En el análisis del ETM potencial, se distingue el estatus de los distintos objetos movilizados, es decir, saber si un objeto particular, como una fórmula, está en el polo del representamen, de los artefactos o del referencial o en más de uno a la vez. A partir de esta identificación, se determina cuáles son las dimensiones (semiótica, instrumental o discursiva) o planos verticales (semiótico-instrumental, semiótico-discursivo o instrumental-discursivo) privilegiados y la circulación que se produce entre estos procesos.

El análisis de tareas se realizó principalmente a partir de una de las iteraciones de cada uno de los enunciados y se complementará con el enunciado donde se indican los elementos fijos y aleatorios y con el algoritmo que define los parámetros aleatorios, con el fin de poder analizar las posibles variaciones de las tareas a partir del carácter aleatorio que tienen.

A partir de estos elementos generales, se realizó el análisis particular, el cual consiste en estudiar el ETM potencial de cada una de las tareas de la plataforma. Específicamente, la activación de las distintas génesis y planos verticales a partir de la identificación de las herramientas semióticas, materiales, informáticas, teóricas y de los artefactos simbólicos.

Además del análisis particular relacionado con el ETM potencial, se complementa con el análisis de los enunciados y los algoritmos de tal forma de tomar en cuenta las posibles variaciones de las preguntas en función de los parámetros aleatorios.

Tanto el análisis general como particular se realizan en base a los descrito en la sección anterior.

3.4. Caracterización del ETM idóneo de los profesores diseñadores

El ETM idóneo se estudió por dos razones: la primera, es poder tener un parámetro de comparación para el ETM potencial de la plataforma y también, para estudiar cuál es la influencia de la plataforma en el ETM idóneo de los profesores diseñadores.

El ETM idóneo de los profesores diseñadores, se estudia a partir de las tareas habituales de los profesores, a pesar de que las tareas no están en el ETM idóneo, estas lo activan y le dan sentido.

De los 6 profesores que diseñaron las tareas de la plataforma, se eligió un curso para 3 de estos profesores: dos del campus Santiago Sur y una del campus Renca.

Los cursos y profesores se eligieron por compatibilidad de horario y para poder trasladarse entre un campus y otro.

Se registraron todas las clases para la unidad de funciones polinómicas, que fueron entre 4 y 5 por profesor.

Durante mayo y junio del 2017, en los campus Santiago Sur y Renca, de la región metropolitana de Chile fueron registradas estas clases.

En forma complementaria, una vez que finalizó el registro de clases, se realizó una entrevista a cada uno de los profesores conceptores para comprender las razones de las decisiones que tomaron en la concepción de las tareas de la plataforma.

3.4.1. Caracterización de las tareas habituales

Cada clase se dividide en episodios. Cada episodio es un fragmento de la clase que tiene un objetivo específico e identificable. Un episodio es independiente del resto. Los objetivos que se pueden encontrar en estos episodios son:

- **Definir una noción**: se identifica cuando se define formalmente algunos elementos teóricos de los conceptos matemáticos presentados.

- **Ejemplificar:** se identifica cuando mediante una o más tareas específicas quiere ilustrar elementos que ya definió.

- **Ejercitar:** se identifica cuando propone una o más tareas para que sea el alumno quien las desarrolle.

- **Resumir:** se identifica cuando la profesora realiza una síntesis de temas ya expuestos.

- **Responder dudas:** se identifica cuando una profesora resuelve una o más tareas a partir de alguna consulta de los estudiantes. En esta categoría no se toma en cuenta las retroalimentación que la profesora entrega en los otros episodios donde se produce diálogo.

La diferencia entre ejercitar y ejemplificar, es que cuando la profesora ejemplifica no da tiempo a los estudiantes para que realicen un trabajo personal y es ella misma la que realiza la actividad.

Las tareas pueden estar en cualquiera de los tipos de episodios salvo en el que denominamos “definir una noción”.

A partir de estos episodios se identifican: las tareas habituales y la utilización de la plataforma.

Por tareas habituales se consideran a todas las tareas propuestas por el profesor para ser trabajadas en clases o fuera de estas y que no estén relacionadas directamente con la plataforma, pues estas últimas son un elemento relativamente nuevo en el sistema de recursos del profesor.

A partir de los episodios, se identifican las tareas propuestas en cada uno de ellos y se realiza un análisis general y uno particular.

Para el análisis general, se utiliza el mismo esquema utilizado para las tareas de la plataforma, es decir, se hace un análisis de tres características explícitas de los enunciados: tipo de tarea, contexto (en caso de existir) y la función o funciones utilizadas, junto con su representación y características.

Como la cantidad de tareas habituales es mucho mayor que las tareas de la plataforma, el análisis particular se hizo a partir solo de algunas tareas y los criterios para seleccionarlas son: los episodios y los tipos de tarea. Concretamente, se eligen todos los episodios de tal forma que la unión de estos contemplen todos los tipos de tareas trabajados por el o la profesora durante el la unidad de "Funciones polinómicas".

En estos episodios elegidos se analiza el ETM potencial de las tareas propuestas, la circulación dentro del ETM, las herramientas semióticas, materiales, informáticas, teóricas y artefactos simbólicos utilizados.

3.4.2. Entrevistas a los profesores conceptores

A partir del análisis de las preguntas y de lo observado en el registro de clases de los profesores conceptores, se realizó una entrevista de explicitación (Vermersch, 1994) a cada uno de los profesores diseñadores. Esta entrevista se muestra en el anexo C.1, página 575.

Estas entrevistas tuvieron por objetivo que los profesores diseñadores verbalizaran las razones de sus elecciones. Se utilizó este enfoque, ya que al ser estas decisiones producto de un trabajo intelectual, no son observables y necesitan ser exteriorizas.

A partir de tareas específicas, las entrevistas tienen tres focos:

- **Preguntas relacionados con las tareas específicas que el profesor entrevistado concibió en la plataforma:** con estas preguntas se buscó que los profesores explicitaran las razones de sus decisiones al momento de concebir las preguntas en la plataforma. Por ejemplo, se buscó saber si los profesores son o no conscientes del uso de lo que denominamos "contextos artificiales", del uso casi exclusivo de números enteros o las razones para elegir ciertos elementos observados en las tareas que contenían gráficos.

- **Preguntas relacionadas con el conjunto de tareas sobre funciones polinómicas concebidas en la plataforma:** una vez que respondieran sobre las tareas que ellos habían concebido, el foco se puso en la opinión que tienen sobre el conjunto de tareas en la plataforma sobre "Funciones polinómicas". Con estas preguntas se buscó saber si tomando en cuenta todas las preguntas de la plataforma, hay elementos que ellos consideran importantes, estos elementos serán evocados a partir del anális que se hizo de las tareas de la plataforma.
- **Preguntas relacionadas con el uso de la plataforma:** se darán más detalles en la sección 3.6 denominada "Caracterización de las utilización de la plataforma".

3.5. Comparación entre las tareas de la plataforma con tareas habituales

A partir de la caracterización de las tareas de la plataforma y de las tareas habituales de los profesores, se realizó la comparación de ambos grupos de tareas. Esta comparación permitió finalmente responder a la primera pregunta de investigación.

La comparación se realizó desde un punto de vista general, a partir de los elementos explícitos de las tareas: tipos de tareas, uso de contextos, funciones utilizadas junto con sus representaciones y características. Desde un punto de vista particular, a partir de la caracterización del ETM potencial de las preguntas y de las tareas habituales del ETM idóneo.

De este último punto, nos interesa ver las similitudes pero sobre todo las diferencias, ya sea elementos que no se explotan en la plataforma o a la inversa, es decir, elementos que se potencian en la plataforma y que no aparecen o son poco frecuentes en las tareas habituales.

3.6. Caracterización de las utilización de la plataforma

Para estudiar la utilización de la plataforma, se realizó un análisis estadístico para comparar la participación de estudiantes cuyos profesores han participado en

SEDOL-M, diferenciando el rol que han tenido en el proyecto, separandolos en tres grupos: profesores diseñadores, profesores usuarios en los que hay equipo de diseño en la sede y profesores usuarios en los que no hay equipo de diseño en la sede.. Este análisis se realizó en todas las unidades donde se implementó el proyecto, en particular en "Funciones polinómicas".

Primero, se realizó una comparación de promedio y luego se hicieron pruebas estadísticas para determinar si existían diferencias significativas entre los dos grupos más cercanos. Para esto se realizaron los test de normalidad Kolmogorv-Smirnov y Shapiro-Wlik, se concluyó que los datos no presentaban una distribución normal, por lo que se aplicó el test no paramétrico U-Mann Whitney para contrastar medianas.

En forma paralela, se identificaron en los episodios de los registros de clases el uso de la plataforma, ya sea evocando su uso o utilizándola de forma explícita en la clase. Esto con el fin de comprender y explicar los resultados estadísticos.

Además, se complementó con la tercera parte de la entrevista (las dos primeras partes se detallan en la subsección 3.4.2) a los diseñadores que está dedicada a preguntas relativas al uso de la plataforma y a la descripción de un dispositivo de acompañamiento entre pares que se implementó durante el semestre.

3.7. Conclusión del capítulo

En este capítulo expusimos nuestra metodología y la dividimos por fases: 1) Contextualización del proyecto sobre el cual se inscribe la investigación, 2) Estudio del ETM potencial de la plataforma para la unidad de funciones polinómicas, 3) Caracterización del ETM idóneo de los profesores conceptores y 4) Comparación entre las tareas de la plataforma y las tareas habituales y caracterización de las utilización de la plataforma. Cada una de estas fases vez se convertirán en capítulos y serán expuestas a continuación.

Capítulo 4

Contextualización de la investigación

Contenido

4.1. Introducción al capítulo

Esta investigación se enmarca dentro del proyecto SEDOL-M (Sistema de Evaluación Dinámico Online en Matemáticas) en INACAP, la cual es una institución de educación superior chilena.

En este capítulo describiremos el contexto institucional de INACAP y el proyecto SEDOL-M, particularmente, sus objetivos y principales etapas, lo que nos permitirá entender cuáles son las condiciones en las que se desarrolló la concepción de las tareas de la plataforma.

También describiremos el programa oficial para la unidad de funciones polinómicas que guía la concepción, la forma de elección de los profesores participantes en el proyecto, el perfil de los profesores elegidos y las condiciones de tiempo, organización y espacio que tuvieron los profesores para la creación de las preguntas.

Finalmente, se hará una descripción de las características de los programas informáticos utilizados para la concepción de las preguntas, es decir, de la plataforma institucional que está basada en Moodle[1] y a la cual se le integró Wiris[2] para programar las tareas. Esto nos dará una idea de las potencialidades y limitaciones en las que los profesores diseñaron y programaron las tareas.

4.2. Contexto institucional y matemática I

Esta tesis se inscribe dentro del proyecto SEDOL-M (Sistema de Evaluación Dinámico Online en Matemáticas) en INACAP, Chile.

INACAP es una institución de educación superior que integra tres organismos: Universidad Tecnológica de Chile INACAP, Centro de Formación Técnica INACAP e Instituto Profesional INACAP, las cuales se articulan mediante lo que la institución denomina Sistema Integrado de Educación Superior (INACAP, 2016).

Estos tres organismos suman 120.000 estudiantes en 26 campus distribuidos en 15 regiones de Chile. Esto la convierte, en términos de tamaño, en la institución de educación superior más grande del país

Los alumnos que ingresan a INACAP no son seleccionados y realizan un primer ciclo básico común a los tres organismos. En particular, durante el primer semestre, todos los estudiantes deben cursar la asignatura de matemática I la cual consiste en un curso de transición entre la educación secundaria y educación superior. Esta

[1] www.moodle.org
[2] www.wiris.com

asignatura es cursada cada año por cerca de 40.000 estudiantes.

Matemática I es una asignatura que está compuesta por distintas unidades según la carrera en la que está matriculado los estudiantes, así por ejemplo, en matemática I para carreras del área de diseño incluye unidades de geometría, en cambio en el área de electricidad y electrónica, tiene la unidad de números complejos. Además hay una serie de unidades que son comunes a casi todas las carreras, como por ejemplo "Resolución de Problemas", "Manipulación Algebraica", "Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones" y "Funciones polinómicas".

4.3. Proyecto SEDOL-M

El germen de este proyecto nació en la sede Valparaíso a partir de los fondos concursables FDD2 del CIEDU durante el primer semestre del 2013 (Gaona, 2013). El objetivo de esa propuesta fue desarrollar e implementar un sistema de evaluación en línea que sirviese de apoyo a los estudiantes en las unidades de álgebra y funciones en los cursos de matemática I.

El proyecto mostró tener un impacto positivo en los resultados académicos de los estudiantes (Gaona and Hardy, 2014), no obstante, el alcance del proyecto se limitó a las asignaturas en la que los dos profesores a cargo del proyecto también hacían clases.

Por diferentes razones, los dos profesores que participaron en el desarrollo de este proyecto dejaron la institución durante el 2014 por cual no se continuó en sede Valparaíso.

Durante el 2015, el CIEDU buscó, dentro de los proyectos que ellos habían desarrollado con los fondos concursables, uno que hubiese tenido un impacto positivo y que tuviese potencial de escalamiento. Mario Vásquez (asesor del CIEDU) se contactó con el autor de esta tesis para que los asesorara en la implementación del proyecto en sede La Serena de INACAP y, posteriormente, a otras sedes.

En base a la experiencia en sede Valparaíso, se planificó la implementación de SEDOL-M. Sin embargo, la investigación ha mostrado sistemáticamente, que los buenos resultados obtenidos a pequeña escala al implementar alguna tecnología en ambientes controlados, no necesariamente se transfieren cuando el proyecto es escalado de forma masiva (Artigue, 2011).

Por esta razón, se orientó el proyecto en base al trabajo de Lerman and Zehetmeier (2008) quienes abordan el problema del escalamiento para el caso específico de los proyectos en educación matemática y establecen cinco condiciones mínimas para que un proyecto se pueda escalar:

1. Realizar el proyecto de tal forma que los participantes lo perciban como propio.

2. Promover la indagación de los profesores.

3. Centrarse en problemas y contenidos concretos, con un énfasis en el conocimiento didáctico de los contenidos por parte de los profesores y buscando la generación de materiales.

4. Concebirse a largo plazo, con sistemas de seguimiento y evaluación concisos y medibles.

5. Lograr el apoyo permanente de las administraciones.

En base a estos elementos, una de las decisiones más importantes del proyecto fue incorporar a los profesores de las sedes como diseñadores.

Esto se hizo bajo las siguientes hipótesis:

1. Los recursos creados serían más cercanos a las tareas habituales de los profesores.

2. La participación de los profesores ayudaría a integrar estos recursos en la práctica docente.

3. Los profesores desarrollarían competencias didácticas y tecnológicas que impactarían en su desarrollo profesional.

4. Las competencias para desarrollar y hacer evolucionar el sistema de recursos quedarían dentro de la institución, lo que disminuiría la dependencia de instituciones o empresas externas para darle sostenibilidad en el tiempo.

A partir de estos antecedentes, se definieron los objetivos del proyecto y se definieron las etapas de desarrollo e implementación.

Objetivo General de SEDOL-M

Desarrollar e implementar con los profesores de Inacap un sistema de evaluación en la plataforma de Inacap para apoyar el trabajo autónomo de los estudiantes fuera de la sala de clases en matemática I.

4.3.1. Etapas de SEDOL-M

En esta subsección se resumen las seis primeras etapas de SEDOL-M y se presentan los principales resultados relativos al trabajo realizado: preguntas creadas, cursos sobre los que se implementó, número de estudiantes y profesores que han implementado el proyecto, entre otros.

- **Etapa 1 - diseño de las primeras unidades:** Esta fase se desarrolló entre agosto y diciembre del año 2015. Participaron 6 profesores de matemáticas del campus La Serena, los cuales fueron elegidos por la misma sede. Los docentes diseñaron 60 preguntas para las unidades "Razones, Proporciones y Porcentajes", "Manipulación algebraica" y "Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones".

- **Etapa 2 - diseño e implementación del piloto:** Esta fase se desarrolló entre marzo y julio del año 2016. Participaron 15 profesores de cuatro campus: La Serena, Renca, Santiago Sur y Curicó. De los cuales, de los tres nuevos campus fueron elegidos mediante un concurso interno (este concurso se describirá en la subsección 4.3.2).

  Los profesores diseñaron 148 preguntas para las unidades "Funciones polinómicas", "Funciones exponencial y logarítmica", "Trigonometría", "Números complejos" y "Progresiones".

  Además, se implementó un piloto con las cuatro primeras unidades en algunos cursos de los profesores diseñadores, lo que implicó trabajar con 1.286 estudiantes distribuidos en 52 secciones. Estas secciones correspondieron al 16 % del total de todas secciones de matemática I durante este período académico en las cuatro sedes.

- **Etapa 3 - diseño especialidad e implementación con profesores usuarios:** Esta fase se desarrolló entre agosto y diciembre del 2016. Participaron en el diseño los mismos 15 profesores de los cuatros campus de la etapa anterior y en la implementación participaron 28 profesores: 8 diseñadores y 20 usuarios.

  En esta etapa los profesores-diseñadores mejoraron las preguntas existentes de acuerdo a las observaciones hechas por los estudiantes durante la etapa anterior, además, a cada equipo se unieron dos profesores de distintas especialidades: Prevención de Riesgos, Mecánica, Electricidad y Electrónica e Informática con los cuales crearon en total 82 preguntas. Por otra parte, se crearon

42 preguntas para las unidades: “Análisis descriptivo de datos” y “Análisis de la información”.

Finalmente, se implementaron las 8 unidades que ya estaban desarrolladas con 1.301 estudiantes repartidos en 52 secciones. Estas secciones correspondieron al 100 % del total de todas secciones de matemática I durante este período académico en las cuatro sedes.

- **Etapa 4 - implementación a gran escala:** Esta fase se desarrolló entre marzo y julio del 2017 y estaba planificada inicialmente para los cuatro campus que hasta el momento habían estado trabajando en las etapas anteriores, pero durante el comienzo de año hubo un quinto campus (Puente Alto) que se sumó, lo que implicó trabajar con 96 profesores de los cuales solo 15 eran diseñadores.

  En esta etapa se implementaron 10 unidades con 8.466 estudiantes repartidos en 339 secciones, las que correspondieron al 100 % de las secciones de matemática I durante este período académico para 5 sedes.

- **Etapa 5 - incorporación de 4 nuevas sedes:** Esta fase se desarrolló entre agosto y diciembre del 2017. Se conformaron 4 nuevos equipos: Calama, Puente Alto, Rancagua y Osorno con 3, 6, 2 y 3 profesoras y profesores respectivamente. Los profesores trabajaron en el diseño de preguntas descontextualizadas, puesto que fue una de las solicitudes que hicieron los equipos antiguos para complementar las tareas que existían hasta el momento en la plataforma.

- **Etapa 6 - implementación masiva en 8 sedes:** Esta fase se desarrolló entre marzo y julio del 2018. Las 8 sedes participantes implementaron SEDOL-M en 500 secciones de matemática I, a cargo de 120 profesores que atendieron a cerca de 13.000 estudiantes.

Con respecto al diseño en las cuatro primeras etapas, todas las preguntas eran contextualizadas. La mayoría (más del 95 %) eran del tipo *Respuesta Corta* de Moodle (en la sección 4.4 se darán los detalles técnicos de este tipo de preguntas) y todas tenían retroalimentación paso a paso.

La decisión de contextualizar todas las tareas, se realizó a partir de las condiciones impuestas por el programa de estudio de matemáticas I de Inacap que, en su programa, solicita trabajar con problemas de la especialidad (ver columna aprendizajes esperados figura 4.1), los profesores, para ello se decidió trabajar con problemas contextualizados en la vida “real”, puesto que trabajar específicamente con especialidades era un proceso más complejo que requería trabajar con profesores expertos y que, además, significaba tener que desarrolar un banco específico para cada especialidad, lo que multiplicaba el trabajo, por lo que decidieron hacer una base que respetase el la idea de "aplicar conocimientos" pero que fuese utilizable por todos los estudiantes sin importar la especialidad.

4.- Funciones polinómicas. 20 Horas

APRENDIZAJES ESPERADOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	CONTENIDOS MÍNIMOS OBLIGATORIOS
4.1.- Resuelve problemas de la disciplina y/o especialidad, que involucren funciones polinómicas de grado 0, 1 y 2. (Integrada Competencia Genérica Resolución de Problemas)	4.1.1.- Representando funciones polinómicas de grado 0, 1 y 2, en forma tabular, gráfica, literal y analítica describiendo sus características generales. 4.1.2.- Calculando razones trigonométricas mediante la circunferencia unitaria, explicando su estrategia de resolución. 4.1.3.- Utilizando estrategias que emerjan de la acción de resolver problemas. 4.1.4.- Elaborando argumentos y justificaciones que incluyan su reflexión y evidencia, convenciendo a los otros. 4.1.5.- Estableciendo propuestas de solución pertinentes.	**1.- Estrategias, argumentación y comunicación de resultados en la resolución de problemas matemáticos.** **2.- Funciones:** - Definición de función. - Criterio de la recta vertical. - Imagen y preimagen. - Dominio y recorrido. - Variable dependiente e independiente. **3.- Funciones polinómicas:** - Definición de función polinómica. - Intersección de funciones polinómicas de grado 0, 1 y 2 con ejes coordenados. - Representación gráfica de funciones polinómicas de grado 0, 1 y 2.

Figura 4.1: Extracto del programa Inacap para la unidad Funciones Polinómicas

4.3.2. Elección, perfil y condiciones de los diseñadores

Como se indicó en la subsección a anterior, en la primera etapa los profesores fueron nombrados por las autoridades del campus. Durante la concepción de las primeras unidades, se observó que algunos de estos profesores no programaron, sino que solo trabajaron proponiendo tareas. Por esta razón, cuando se conformaron los equipos de los tres nuevos campus que se incorporaron, se decidió realizar un concurso interno para elegir a los participantes.

Se invitó a todos los profesores de matemáticas a ingresar a un curso de la plataforma institucional donde se les solicitó programar una pregunta. Para poder realizar la tarea había un video tutorial y un manual.

En cada una de las sedes, solo hubo un pequeño grupo de profesores que enviaron la pregunta. Estos fueron los que conformaron los equipos de diseñadores. Cabe destacar, que antes de la presentación del proyecto, ninguno conocía el software, por lo que todo lo aprendieron desde cero.

A partir de la elección, hubo un taller de inducción que duró una semana, el cual se realizó en el campus La Serena (primer campus que había trabajado en el proyecto). Además, a cada nuevo equipo se le asignó un acompañante, quienes fueron elegidos del campus que ya tenía un semestre de experiencia diseñando.

A partir de marzo comenzó el proceso de diseño. Los profesores además de sus clases regulares, tenían asignadas 8 horas semanales para trabajar en el proyecto, de las cuales 4 debían ser de trabajo en equipo. Además, en forma complementaria, se reunían semanalmente con el profesor acompañante mediante video-conferencia. Como guía para la concepción de las preguntas se utilizó el programa oficial de matemática I, en la figura se muestra un extracto que corresponde a la unidad de "Funciones Polinómicas".

En lo que respecta a las preguntas analizadas para funciones polinómicas, estas fueron realizadas por 6 profesores de dos campus: Renca y Santiago Sur. Ellos trabajaron durante dos meses en la creación de estas preguntas.

En la entrevista exploratoria, realizada en octubre del 2016, se les preguntó por la experiencia que tenían como profesores, la cantidad de horas que estaban frente a sus estudiantes y sobre su formación profesional. El resumen se puede ver en la tabla 4.1.

Tabla 4.1: Resumen perfiles de profesores diseñadores preguntas "Funciones Polinómicas"

Campus	**Profesora**	**Experiencia***	**Horas de clases****	**Formación**
Renca	Profesora A	11 (4)	27 y 16	Profesora de Matemáticas
	Profesora B	7 (4)	44 y 33	Profesora de Matemáticas y Física
	Profesor C	31 (31)	40 y 40	Profesor de Matemáticas
Stgo. Sur	Profesora D	26 (24)	45 y 45	Profesora de Matemáticas y Física e Ingeniera en Informática
	Profesora E	26 (8)	47 y 33	Profesora de Matemáticas y Magíster en Docencia Universitaria
	Profesor F	35 (8)	50 y 50	Profesor de Matemáticas

*Se indica primero la cantidad de años como profesor y entre paréntesis la cantidad de años trabajando en INACAP. **Se da una estimación de las horas frente a los alumnos en el primer y segundo semestre respectivamente.

Además del título profesional, todos los profesores declararon haber participado en formaciones cortas, propuestas por la institución en temas relacionados con pedagogía general y didáctica de las matemáticas.

Como podemos observar, la experiencia de los profesores es bastante variada y sobre todo en el equipo de Santiago Sur, se advierte que todos los profesores tienen bastante experiencia.

Además, podemos observar que la cantidad de horas pedagógicas[3] que los profesores están frente a sus estudiantes es bastante grande, por lo que el tiempo de planificación, corrección o creación de actividades es muy reducido. Esto es coincidente con el estudio de Schleicher (2016) donde se muestra la cantidad de horas frente a los estudiantes y la cantidad de horas disponibles para planificar en los países de la OCDE y Chile, tenía uno de los promedios más altos y más bajos respectivamente.

4.4. Wiris y Moodle para la concepción de SEDOL-M

Para programar las preguntas, se utilizó la plataforma Moodle, integrada con los plugin de Wiris: Wiris Quizzes, Wiris Editor y Wiris CAS. En esta sección describiremos las opciones que permiten estos programas y las principales interfaces sobre las que trabajan los profesores.

A partir de la versión 2.x de Moodle, al instalar Wiris Quizzes, los profesores tienen acceso a una interfaz donde pueden elegir crear una pregunta Moodle normal o una pregunta *Matemáticas y Ciencias Wiris* (que de aquí en adelante llamaremos Wiris), las que se muestran en gris y naranjo en la figura 4.2.

En las preguntas Wiris hay de varios tipos: Cloze, Emparejamiento, Ensayo, Opción Múltiple, Respuesta Corta y Verdadero o Falso.

Como todas las tareas de funciones polinómicas son de tipo Respuesta Corta (RC), que es además, el tipo de pregunta más complejo y con más opciones a nivel técnico, solamente describiremos este tipo de pregunta.

En RC, el estudiante se enfrenta a un enunciado y una o más casillas donde puede ingresar una respuesta. Para poder crearla, los profesores deben definir una serie de opciones tanto de Moodle como de Wiris, de las cuales algunos son obligatorios y otros son opcionales, estas alternativas se resumen en la figura 4.3.

Los elementos obligatorios que se definen en la estructura de Moodle son: definir

[3]Una hora pedagógica en Chile equivale a 45 minutos

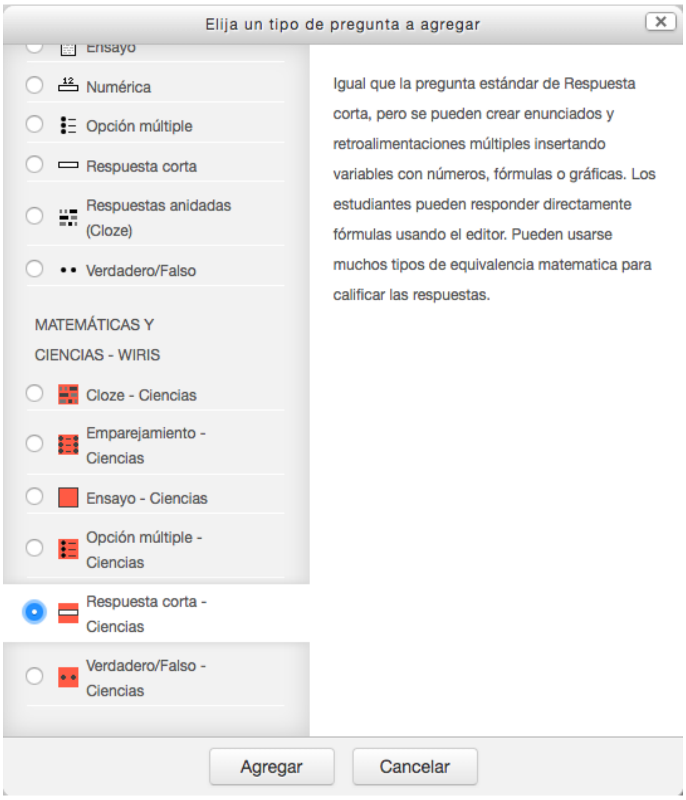


Figura 4.2: Tipos de preguntas en Moodle y Moodle-Wiris

el nombre de la pregunta, definir el texto del enunciado y definir una respuesta correcta y asignarle una calificación de 100 %. Si el enunciado contiene elementos aleatorios, estos se definen en el enunciado utilizando el símbolo # y si la respuesta depende de estos elementos aleatorios, entonces, la respuesta también se define con el símbolo #.

Una vez estos elementos están definidos, podemos ingresar a la estructura Wiris y definir la respuesta correcta y las variables de los elementos que se definieron como aleatorios en el enunciado.

Lo descrito anteriormente son los elementos mínimos obligatorios, no obstante, hay otras opciones que vienen predefinidas por defecto y los profesores pueden eventualmente cambiar y otras que son opcionales. Describiremos algunas de estas opciones para poder tener una idea de la potencialidad y los límites de Wiris y Moodle.

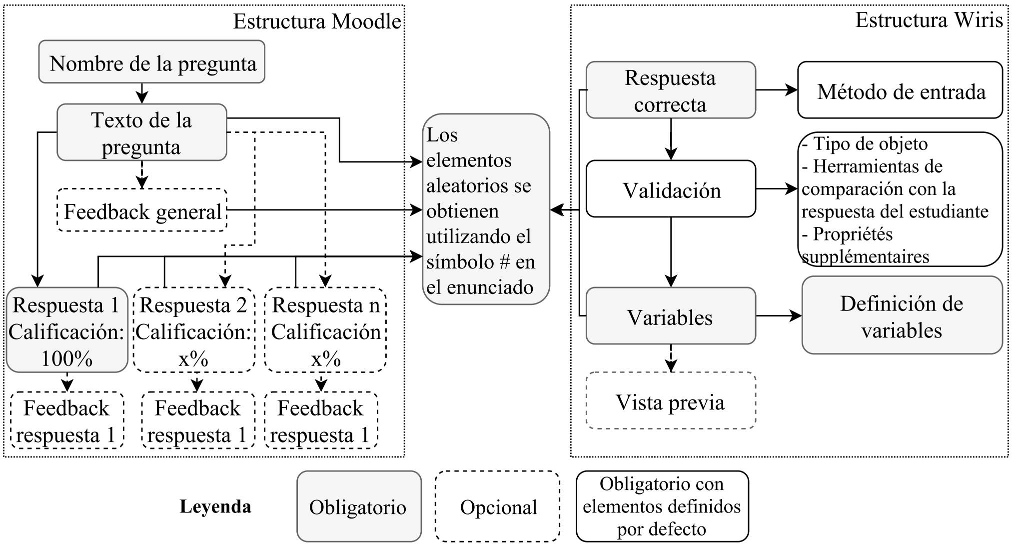


Figura 4.3: Tipos de preguntas en Moodle y Moodle-Wiris

4.4.1. Opciones del enunciado

Como se indicó más arriba, se pueden definir: números, símbolos y gráficos aleatorios. Para que aparezcan símbolos aleatorios en una pregunta se deben realizar dos acciones: 1) en el enunciado se escribe una cadena de letras y números precedidos del símbolo $\#$ y 2) estos elementos se definen en el enunciado. En la figura 4.4 se muestra un ejemplo donde $\#a1$ será el objeto aleatorio.

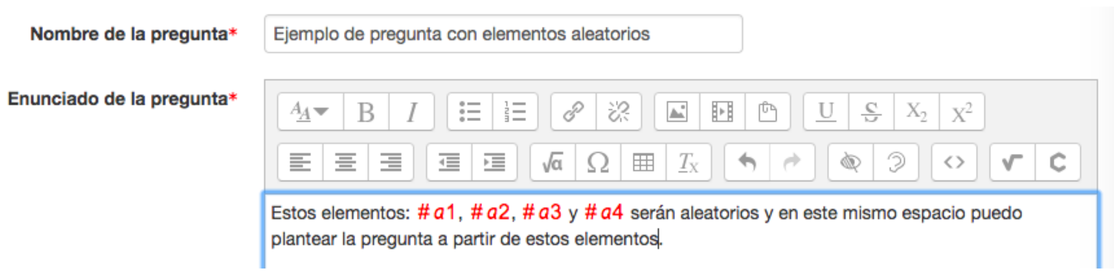
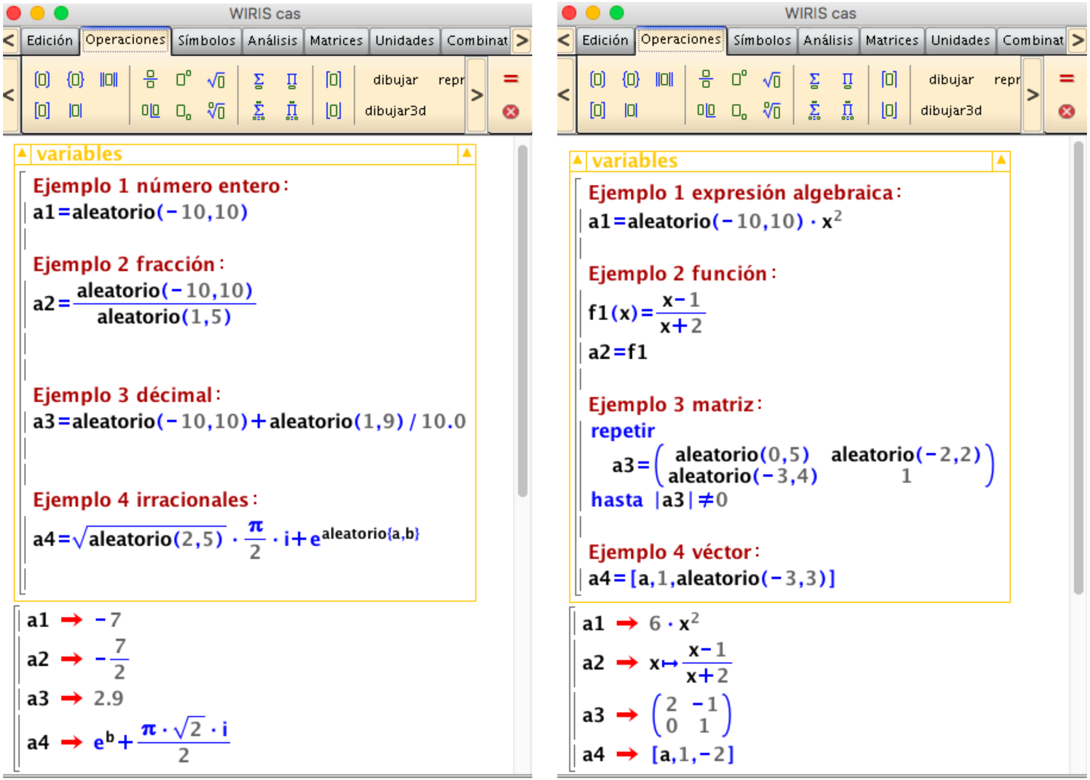


Figura 4.4: Definir un elemento aleatorio en el enunciado

Para definir las naturaleza y las características del objeto, se utiliza la pestaña "Variables" en la suite de Wiris a la que se accede en el espacio dedicado a la respuesta de la pregunta.

Por ejemplo, si queremos que $\#a1, \#a2, \#a3$ y $\#a4$ sean números o símbolos aleatorios, podemos definirlos como se muestra en la figura 4.5.



(a) Números aleatorios (b) Símbolos aleatorios

Figura 4.5: Definir elementos aleatorios

En la figura (a) y (b), dentro de la caja amarilla titulada *variables* se pueden observar algunos ejemplos de cómo se pueden definir números y símbolos aleatorios. Después de la caja amarilla, se muestra una de las iteraciones posibles a partir de la definición de estos elementos.

En la subfigura (a), el primer ejemplo es un número entero entre -10 y 10 que incluye ambos extremos. Luego, se muestra $a2$, el cual es definido como una fracción donde el numerador, es definido igual que $a1$ y el denominador es un entero positivo entre 1 y 5. En este ejemplo, se podría dar que el resultado sea $-\frac{7}{2}$ (como en el ejemplo) o un número entero, lo que cambiaría la naturaleza del número y posiblemente afectaría la dificultad de la pregunta. En el tercer ejemplo se muestra un número decimal y está definido de tal forma que siempre tendrá un dígito después de la coma, no es la única forma de definirlo, pero este ejemplo muestra cómo se puede controlar este tipo de elementos.

Finalmente, se muestra un ejemplo de la raíz cuadrada de un número entero positivo entre 1 y 5, el cual está multiplicado por $\frac{\pi}{2}$ y luego sumado con una potencia algebraica (aleatorio entre a y b) del número e. Observemos que si lo que está al interior de la raíz es 4, entonces, la raíz desaparece, por lo que quien diseña las preguntas y define los parámetros debe considerar estos cambios y también definir correctamente los objetos matemáticos (denominadores no nulos en las fracciones o raíces cuadradas con argumento positivo).

En la subfigura (b) se muestran algunos ejemplos de símbolos. El primero muestra una expresión algebraica de grado 2 con un coeficiente aleatorio entre -10 y 10, incluyendo los extremos (observe que podría ser cero). El segundo es un objeto fijo, el cual es una función racional, la diferencia con la expresión algebraica definida en $a1$ es que esta se puede evaluar, derivar, etc. El tercero, es una matriz a la cual se le pide como condición que itere hasta que el discriminante sea no nulo y, finalmente, el objeto definido como $a4$ es un vector con los dos primeros componentes fijos y el tercero, es un número aleatorio.

Como también lo indicamos previamente, se pueden definir gráficos aleatorios. Para hacer esto, los profesores deben definir el objeto a graficar (una función, una región, una cónica, un segmente, etc.) y definir el plano sobre el que se grafica el objeto. En la figura 4.6, se muestra un ejemplo de una función afín con coeficientes aleatorios enteros entre -20 y 20 y se grafica en un plano definido por defecto, el cual tiene centro el punto $(0, 0)$, y el ancho y alto es el intervalo $[-10, 10]$.

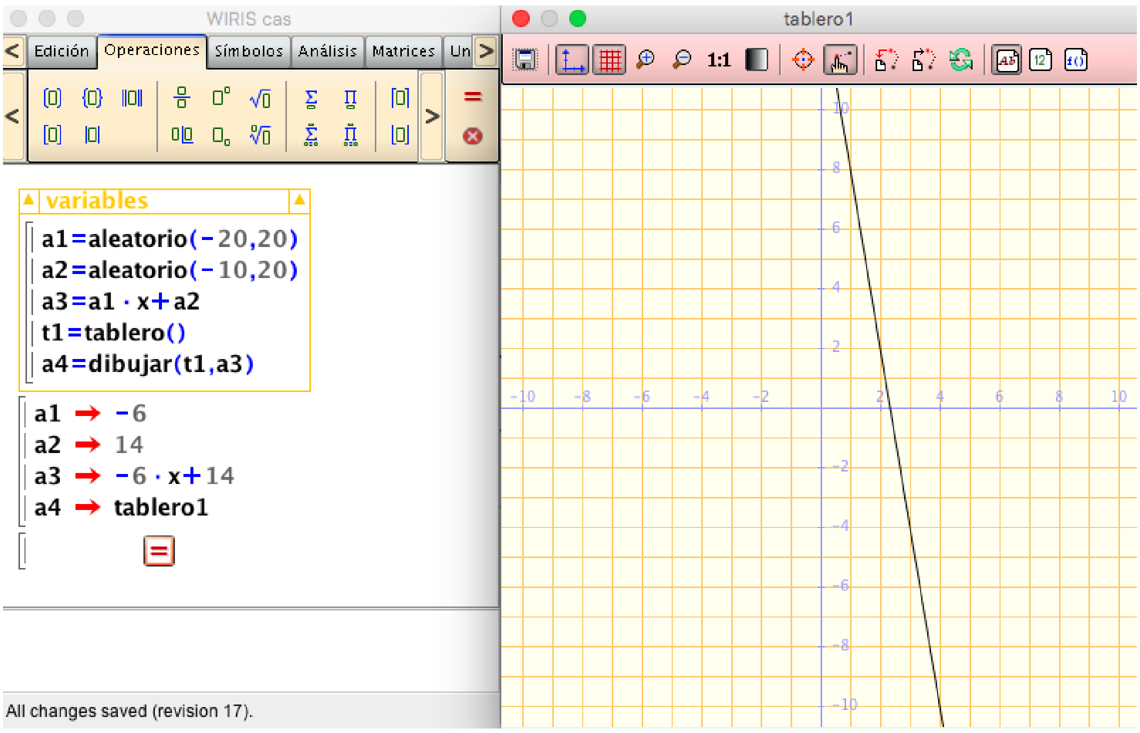


Figura 4.6: Definir un gráfico aleatorio en el enunciado

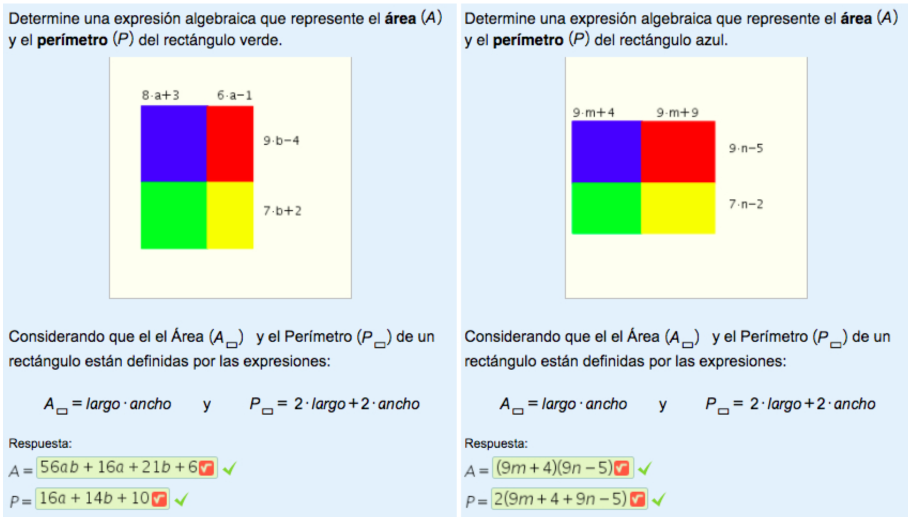


Figura 4.7: Enunciado con elementos aleatorios SEDOL-M en álgebra

En el ejemplo de la figura, se muestra una iteración donde la función a graficar es $y = -6x + 14$, por lo que la intersección de la recta con el eje y no aparece dentro del gráfico. Si quisiéramos que apareciera, quien diseña debe restringir los valores para que siempre estén en la ventana definida por defecto o cambiar las propiedades del plano sobre el que se grafica, cambiando centro, alto y ancho. También se puede configurar la aparición o no de los ejes y la malla, la distancia entre los valores que se muestran, porque sino esta distancia es eligida por el software, como en este caso que elige una distancia de uno en uno en la malla y de dos en dos en los números que muestra en los ejes. También se pueden elegir otros atributos como configuraciones de los ejes o los colores utilizados para cada uno de los elementos que componen el gráfico.

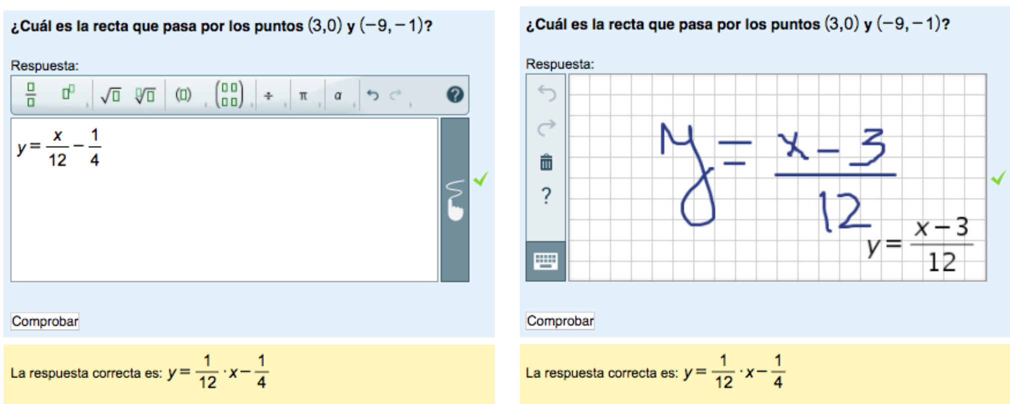
Estos ejemplos muestran la variedad de objetos con los que se puede trabajar y a su vez, las decisiones potenciales que los profesores deben tomar cuando los definen, particularmente sus características y representaciones. Cabe observar que en el enunciado, todos los elementos descritos anteriormente, aparecen como una imagen, es decir, son estáticos y en el caso particular de los gráficos, el estudiante no pueden interactuar con ellos.

Por ejemplo, un profesor del campus La Serena, programó para álgebra la pregunta que se muestra en la figura 4.7. En este ejemplo, los elementos aleatorios son los coeficientes de las medidas del rectángulo, el tamaño de los rectángulos y el texto que indica sobre el color que se pide el área y el perímetro.

4.4.2. Opciones para el ingreso de respuestas de los estudiantes

Una vez que se define el texto del enunciado, se debe definir obligatoriamente una respuesta correcta y asignarle el 100 %. Si es más de una respuesta correcta, se pueden asignar porcentajes diferentes a cada sub-pregunta, pero la suma debe dar 100 %. Si los elementos del enunciado son aleatorios, entonces, la respuesta será variable y estará en función de estos elementos.

Las preguntas RC vienen configurada por defecto de tal forma que el estudiante debe ingresar la respuesta a través de un editor de ecuaciones incrustado o de un sistema de reconocimiento de escritura a mano alzada, dependiendo si se conectea desde un computador o desde un dispositivo móvil (como una tablet o un celular) respectivamente, tal como se muestra en la figura 4.8.



(a) Editor de ecuaciones (b) Escritura a mano alzada

Figura 4.8: Métodos de entrada para los estudiantes

También, el profesor puede configurar el sistema para que el editor no aparezca o esté disponible de forma emergente mediante un botón, tal como se muestra en la figura 4.9.

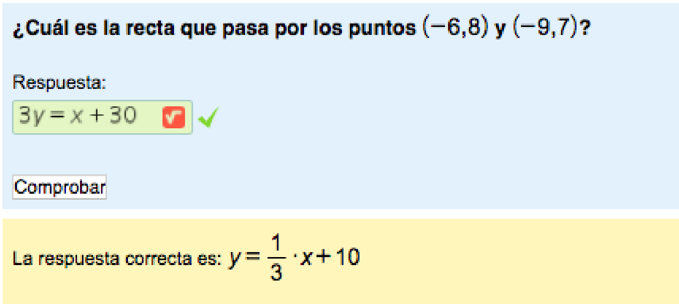


Figura 4.9: Editor de ecuaciones emergente

4.4.3. Opciones de validación de respuestas

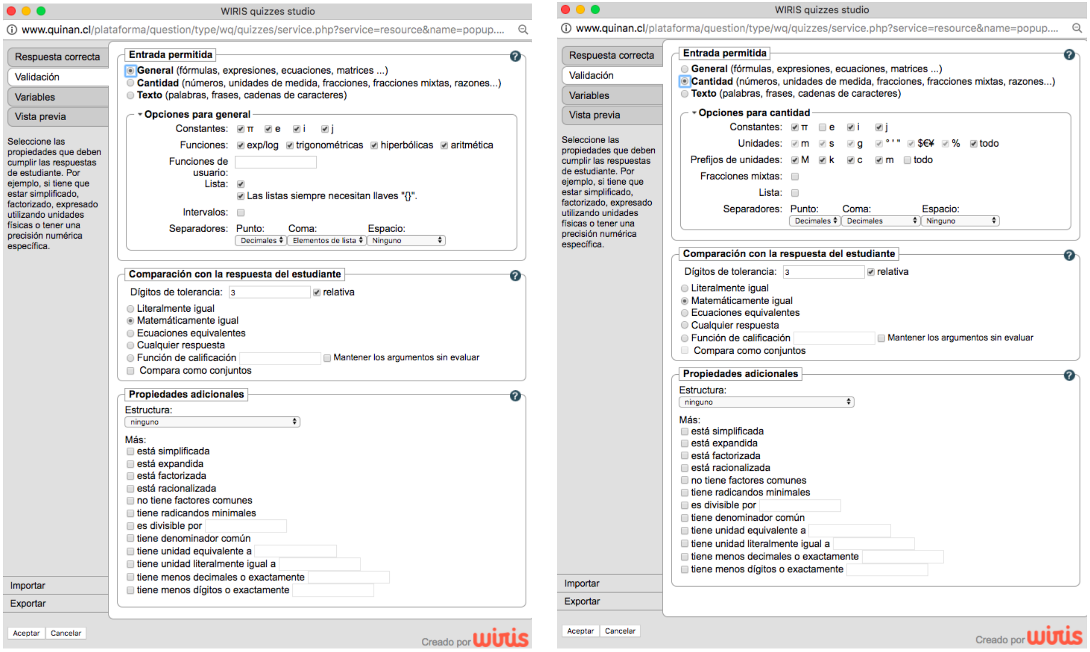
Los ejemplos mostrados en las figuras 4.8 y 4.9 muestran claramente cómo una respuesta matemática puede escribirse de formas diferentes y cómo la forma en que se ingresa la respuesta puede diferir de la que muestra el computador. En los ejemplos de las figuras citadas, todas las respuestas ingresadas, son equivalentes a las ingresadas; pero difieren en su forma, lo cual puede plantear dificultades para los estudiantes (Flynn, 2003) y a su vez ser una oportunidad para trabajar la comparación entre dos expresiones como una tarea emergente que surge a partir del trabajo en sistemas de este tipo (Vandebrouck and Cazes, 2005), tal como se discutió en la subsección 1.4.1.

Para que la plataforma pueda reconocer expresiones matemáticamente equivalentes, Wiris incorpora un sistema CAS (Computer Algebra System por sus siglas en inglés). Para los profesores que diseñan preguntas, existe una interfaz en la cual el sistema configura algunos elementos por defecto, sin embargo, hay una serie de opciones que el profesor debe seleccionar si los objetos involucrados en la respuesta son de diferente naturaleza, estas opciones se muestran en la figura 4.10 en la pestaña "Propiedades adicionales".

En esta figura se puede apreciar que en la validación tiene tres partes: 1) Entrada permitida, 2) Comparación con la respuesta del estudiante y 3) Propiedades adicionales.

En la primera parte, puede elegir entre *General* (fórmulas, expresiones, ecuaciones, matrices...) *Cantidad* (números, unidades de medida, fracciones, fracciones mixtas, razones) o *Texto* (palabras, frases, cadenas de caracteres).

En la opción *General* se puede seleccionar la no utilización de ciertas constantes de forma predeterminada como π, e o i, así como cierto tipo de funciones (trigonométricas, hiperbólicas, entre otras), además se puede elegir como entrada las listas



(a) Validación General (b) Validación Cantidades

Figura 4.10: Opciones de validación

y la forma en que se ocupan el punto, la coma y el espacio para separar miles, decimales o elementos de una lista.

En *Cantidad*, se eligen opciones particulares para las constantes, las unidades, los prefijos de las unidades, fracciones mixtas y al igual que en la opción *General*, se pueden optar como entrada listas o configuraciones particulares para los separadores.

Wiris trabaja con unidades del Sistema Internacional de Medida, como metro, gramo o kelvin y sus respectivos prefijos, como por ejemplo, mili, hecto o centi, entre otros. También trabaja con otras unidades[4] como el litro o el bar para la presión atmosférica y con monedas[5] como el dólar, euro o bitcoin. Esto implica, que los estudiantes, en una preguntas pueden dar como respuesta 3,5cm o 7\$.

En la siguiente parte se pueden elegir diferentes posibilidades de comparación con la respuesta del estudiante. Aquí las opciones permiten elegir entre "Literalmente igual" que hace que no se tomen en cuenta las propiedades matemáticas y simplemente sea una comparación entre una cadena de caracteres, "Matemáticamente igual" que se utiliza para un solo objeto, tal como una expresión algebraica, "Ecuaciones equivalentes" para comparar ecuaciones como las de figuras 4.8 y 4.9, "Cualquier respuesta" que sirve para dar una retroalimentación para las respues-

[4]La lista completa de unidades de medida se puede consultar aquí.
[5]La lista completa de monedas se puede consultar aquí.

Tabla 4.2: Ejemplo de sistema de validación

Expresión	Factorizada	Factorizada y simplificada
$(x-3)^2$	✓	✓
$(3-x)^2$	✓	✓
$(x-3)(x-3)$	✓	x
$(3-x)(3-x)$	✓	x
$9(1-x/3)^2$	✓	x

tas incorrectas, "Función de calificación" que permite dar condiciones específicas de comparación. Esta última opción permite establecer preguntas más abiertas, por ejemplo: Ingresar una matriz de 2x2 cuyo determinante sea 1. La función de calificación permite mediante una sintaxis particular, tomar la respuesta del estudiante y aplicarle la condición para saber si cumple o no con la condición establecida.

No obstante, como se discutió en la subsección 1.4.3, a pesar de que las opciones de comparación con las respuesta del estudiante son potentes, para ciertos problemas usuales que se trabajan en matemática, resultan insuficientes, puesto que se necesita que el sistema además reconozca propiedades adicionales, tales como: simplificado, factorizado, expandido, entre otros. En esta opción se puede elegir la estructura del objeto que se está analizando, entre las opciones están: número entero, fracción, notación científica, polinomio, función racional y combinación de funciones elementales.

Por ejemplo, en Sangwin et al. (2010) los autores proponen varias expresiones equivalentes y factorizadas de manera diferente:

$$(x-3)^2, (3-x)^2, (x-3)(x-3), (3-x)(3-x), 9(1-x/3)^2$$

y se preguntan cómo corregirían distintos sistemas si se les pide a los estudiantes factorizar.

Si se marca como factorizado o factorizado y simplificado en Wiris, el sistema marca correcto o incorrecto tal como se muestra en la tabla 4.2.

Al igual que en los objetos del enunciado, hay diferentes opciones que por una parte, vienen definidas por defecto y que por otra, pueden ser configuradas de una manera particular y esto cambia la forma en que el sistema reconoce las respuestas de los estudiantes como correctas o incorrectas. Esto implica que quien diseña debe tener claro que es lo que está buscando y a su vez, notificarlo a sus estudiantes.

4.4.4. Opciones de retroalimentación

La plataforma Moodle, por defecto, tiene retroalimentación de tarea, es decir, una vez que el estudiante responde, el sistema le indica si es correcto o incorrecto. Moodle también incorpora espacio para una retroalimentación general y retroalimentaciones específicas en las respuestas.

Al integrarse con Wiris, es posible escribir una retroalimentación en función de los parámetros aleatorios del enunciado.

En la figura 4.7 de la subsección 4.4.1, se mostró un ejemplo de una pregunta de álgebra diseñada por un profesor del campus La Serena. A partir de estos elementos, el profesor diseñó una retroalimentación en función de los parámetros aleatorios que se muestra en la figura 4.11.

¡¡Muy Bien!!

Para la resolución de este problema debes recordar lo siguiente:

a) El área A de un rectángulo , se determina multiplicando largo por ancho , es decir :

$$A_{\square} = a \cdot b$$

En el caso del rectángulo verde. de la figura, se tiene que:

$$A = (8a+3)\cdot(7b+2)$$

Operando y reduciendo términos semejantes se tiene que:

$$A = 56ab + 16a + 21b + 6$$

b) El perímetro P del rectángulo se determina sumando todos los lados del rectángulo, de modo que :

$$P_{\square} = 2\cdot a + 2\cdot b$$

Reemplazando los valores, queda:

$$P = 2(8a+3) + 2(7b+2)$$

Operando y reduciendo términos semejantes queda finalmente:

$$P = 16a + 14b + 10$$

¡¡Muy Bien!!

Para la resolución de este problema debes recordar lo siguiente:

a) El área A de un rectángulo , se determina multiplicando largo por ancho , es decir :

$$A_{\square} = a \cdot b$$

En el caso del rectángulo azul. de la figura, se tiene que:

$$A = (9m+4)\cdot(9n-5)$$

Operando y reduciendo términos semejantes se tiene que:

$$A = 81mn - 45m + 36n - 20$$

b) El perímetro P del rectángulo se determina sumando todos los lados del rectángulo, de modo que :

$$P_{\square} = 2\cdot a + 2\cdot b$$

Reemplazando los valores, queda:

$$P = 2(9m+4) + 2(9n-5)$$

Operando y reduciendo términos semejantes queda finalmente:

$$P = 18m + 18n - 2$$

Figura 4.11: Enunciado SEDOL-M en álgebra

En la figura, se puede observar que hay elementos fijos en la retroalimentación y otros variables como el color del rectángulo sobre el que se calcula (verde en el de la izquierda y azul en el de la derecha) y los coeficientes de las expresiones algebraicas con las que se trabaja en el enunciado..

Otro tipo de retroalimentación, es la que se puede realizar en función de la respuesta del estudiante. Es decir, el estudiante ingresa una respuesta y el sistema puede operar con ella para dar que quien programa diseñe una retroalimentación con ella. Por ejemplo, si se le pide al alumno resolver la ecuación $x^2 - 5 = 0$ y este ingresa $x = 2{,}3$, se podría diseñar una retroalimentación que tome este valor, lo evalúe en la expresión algebraica y le muestre que $2{,}3^2 - 5 = 0{,}29 \neq 0$ o haciendo cambios de registro como la que reportan Cazes and Vandebrouck (2008).

4.5. Conclusión del capítulo

En este capitulo se hizo una descripción del proyecto SEDOL-M en el cual se enmarca esta investigación y también de INACAP, que es la institución donde se está desarrollando e implementando.

Pudimos observar que el tamaño de la institución es un factor relevante a la hora de pensar en la implementación de un proyecto en matemáticas y, más aún si la tecnología es parte de este.

El proyecto, hasta el primer semestre del año 2017, llevaba cuatro etapas, en las cuales se han ido incorporando pequeños equipos de diseñadores en los campus que han participado. El proyecto comenzó con 1 campus y en la cuarta etapa se implementó en 5 campus, de los cuales 4 contaban con equipos de diseño. Los equipos de los campus Renca y Santiago Sur fueron los que diseñaron y programaron las 29 preguntas para la unidad "Funciones polinómicas" que se analizan en el siguiente capítulo.

Vimos que los profesores, a partir de la segunda etapa de SEDOL-M, fueron elegidos mediante un concurso interno, que consistió en desarrollar una pregunta en una plataforma a partir de un video tutorial. Dadas las características del concurso, quienes fueron elegidos tienen un perfil tecnológico, lo que facilita su incorporación a SEDOL-M.

Los seis profesores, cuyo trabajo analizamos en esta tesis, tiene una formación similar y experiencias variadas, que van desde 7 años a 35 años como docentes en el sistema y de 4 a 31 años en la institución, con un promedio de 23 años de experiencia en el sistema y 13, en INACAP, al momento en que se realizó la entrevista (octubre del 2016). También, nos percatamos que la cantidad de horas frente a los estudiantes es bastante grande, con un promedio de 43 horas pedagógicas el primer semestre y 37 el segundo semestre. Para el proyecto, los profesores contaban con 8 horas pedagógicas semanales, de las cuales 4, eran en equipo y 4 de trabajo de programación individual.

Finalmente, se hizo una descripción de Moodle y Wiris, los cuales fueron los software informáticos utilizados para diseñar los problemas. En esta descripción, pudimos ver que los profesores tenían a disposición un sistema con una amplia variedad de posibilidades, tanto para los enunciados, como por ejemplo: números, símbolos y gráficos aleatorios; el ingreso de respuesta por parte de los estudiantes, como por ejemplo: editor de ecuaciones o sistema de reconocimiento de escritura a mano alzada; la validación de la respuesta de los estudiantes, como el reconocimiento de expresiones matemáticamente equivalentes o propiedades adicionales como que una expresión esté simplificada o factorizada; y la retroalimentación que se les entrega a los estudiantes que puede ser de tarea (correcta o incorrecta), de proceso (estrategias de solución en función de los parámetros aleatorios de los estudiantes) y en función de la respuesta del estudiante).

Del análisis que se realizó de los software utilizados, se puede apreciar que, la dimensión algebraica está bastante desarrollada, pero la interacción con objetos de naturaleza geométrica, no. Por ejemplo, los diseñadores pueden poner en los enunciados gráficos con parámetros aleatorios, pero estos son estáticos, por lo que no pueden interactuar con él y las respuestas se hacen en un espacio donde pueden ingresar más que nada números o expresiones algebraicas.

Todos estos elementos, nos ayudarán a contextualizar el desarrollo de las tareas de los profesores, puesto que por una parte sabremos las limitaciones tanto institucionales, como técnicas a la hora de diseñar las tareas que componen SEDOL-M, particularmente en la unidad de "Funciones polinómicas" que es el foco matemático de esta investigación.

Capítulo 5

Preguntas de la plataforma

Contenido

5.1. Introducción al capítulo

En este capítulo se hará un análisis de las preguntas diseñadas en la plataforma para las unidad "Funciones polinómicas".

En la primera sección se hará una descripción general de todas las tareas y de algunos elementos comunes de formato.

Luego, en las siguientes secciones, se hará un análisis particular de cada una de las tareas diseñadas y programada por los profesores A, B y C de la sede Renca y D, E y F de la sede Santiago Sur. El detalle completo del análisis de cada una de las preguntas se muestran en el anexo A en la página 271.

Finalmente, se hará una síntesis global de las tareas a partir de algunos fenómenos observados en el análisis particular de las tareas ligados al trabajo matemático potencial que los estudiantes y a las elecciones hechas por los profesores diseñadores.

5.2. Elementos comunes a todas las tareas

Los 6 profesores analizados, diseñaron y programaron 29 tareas, de las cuáles, todas son del tipo Respuesta Corta (para más detalles ver sección 4.4 del capítulo 4).

Todas las tareas tienen parámetros aleatorios en los enunciados y retroalimentación paso a paso en función de esos parámetros.

Además, cada profesor desarrolló varias tareas ligadas a un solo contexto, razón por lo cual, el profesor será la unidad de análisis.

La profesora A diseñó cuatro tareas, en las cuales utilizó una función cuadrática que modeliza el ingreso en una fábrica de pantalones en términos de la cantidad de unidades vendidas.

La profesora B diseñó cuatro tareas en las que utilizó una función afín para modelizar la distancia recorrida por una persona que corre a velocidad constante en función del tiempo.

El profesor C diseñó cuatro tareas en las que utilizó dos funciones afín para modelizar el costo de arriendo de maquinaria en términos del tiempo de arriendo, medido en horas.

La profesora D diseñó nueve tareas en las que utilizó una función cuadrática para modelizar la concentración de dióxido de carbono en términos del tiempo y de la población.

La profesora E diseñó tres tareas en las que, en la primera utilizó tres funciones:

costo, ingreso y utilidades en términos de las unidades vendidas y en las otras dos solo utilizó la función utilidad.

Finalmente el profesor F diseñó cinco tareas en las que utilizó una función afín para modelizar la cantidad de fotocopias que entrega una máquina que se está descomponiendo en términos del tiempo que transcurre.

En varias tareas aparece como observación que los decimales se deben ingresar con un punto para la separación. Esta observación se hace porque en Chile, de forma habitual se utiliza la coma como separador de decimales, no obstante hay ciertas calculadoras que utilizan el punto como separador y otras la coma. Wiris utiliza, por defecto, el punto como separación de decimales. Es posible hacer un cambio de configuración, pero los profesores prefirieron poner la observación que hacer el cambio.

Otro elemento común a todas las tareas, es que, a pesar de que las tareas son contextualizadas, los profesores colocan como observación que se ingrese solo el resultado numérico y no las unidades. Wiris permite trabajar con unidades del sistema internacional, algunas otras como el litro o el bar para la presión atmosférica o monedas como el dólar, peso o bitcoin. Sin embargo, esta opción no fue utilizada por ninguno de los profesores. No obstante, hay que señalar que solo las unidades físicas se pueden trabajar en Wiris y otras, como por ejemplo, la cantidad de un producto (como un pantalón), no.

A continuación se hará una síntesis del análisis de las preguntas diseñadas por los profesores en la plataforma.

5.3. Profesora A, tareas en la plataforma

La profesora A diseñó y programó cuatros tareas cuyo contexto era el ingreso que obtiene una fábrica al vender pantalones. La función ingreso es modelizada mediante una función cuadrática. Este contexto lo identificamos como artificial porque no es posible justificar la utilización de esta función para modelizar este fenómeno.

Las tareas que diseñó son:

- Tarea 1: Calcular la imagen de un valor a partir de una función representada de forma algebraica.
- Tarea 2: Calcular la pre-imagen de un valor a partir de una función representada de forma algebraica.

- Tarea 3: Estimar el máximo de una función representada de forma gráfica.
- Tarea 4: Calcular el máximo de un valor a partir de una función representada de forma algebraica.

La función que la profesora utiliza en todas las tareas es de la forma:

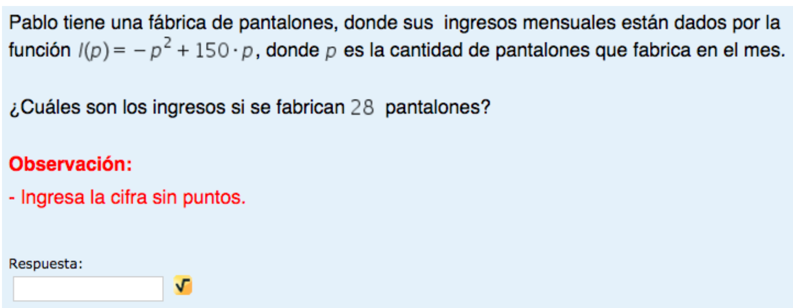
$$f(p) = a1 \cdot p - a2 \cdot p^2 \tag{5.1}$$

Donde p es la cantidad unidades vendidas, f es el ingreso y los coeficientes $a1$ y $a2$ son valores aleatorios fueron definidos de la misma forma para todas las tareas. $a1$ es un valor entero entre 50 y 300 múltiplo de 5, mientras que $a2$ puede tomar los valores 1, 5 o 10. Tanto $a1$ como $a2$ fueron definidos con un comando que los itera hasta que la coordenada x del vértice sea un número entero.

Podemos observar que ella eligió trabajar con números enteros, esto podría ser debido a la elección del contexto, puesto que en el dominio, la variable es discreta, no obstante, la condición adicional que impone al vértice nos hace conjeturar que podría ser más bien por la influencia del ETM idóneo.

En relación al contexto, la profesora no indica unidades de medida, particularmente no indica sobre cual moneda se trabaja y los órdenes de magnitud podrían no tener sentido si por ejemplo se trabajara en pesos chilenos.

En la **primera tarea** pide calcular la imagen de un valor a partir de una función representada de forma algebraica (ver figura 5.1) y el trabajo es principalmente de cálculo rutinario, acá podemos ver que es principalmente la génesis instrumental la que se activa a través del cálculo rutinario, pero es más bien en un ETM aritmético donde se trabaja.



Pablo tiene una fábrica de pantalones, donde sus ingresos mensuales están dados por la función $I(p) = -p^2 + 150 \cdot p$, donde p es la cantidad de pantalones que fabrica en el mes.

¿Cuáles son los ingresos si se fabrican 28 pantalones?

Observación:

- Ingresa la cifra sin puntos.

Respuesta:

Figura 5.1: Enunciado sobre fábrica de pantalones, tarea 1, profesora A, campus I

Un aspecto interesante que apareció en esta tarea es que entre el enunciado y la retroalimentación hay un cambio de orden en los términos de la función de segundo grado, puesto que en el enunciado aparecen en forma decreciente según la potencia de cada término, por ejemplo en la figura 5.1 se puede leer: $I(p) = -p^2 + 150p$, la cuál es la forma por defecto que utiliza el CAS para ordenar los términos algebraicos. En cambio, en la retroalimentación la profesora la escribe explícitamente (separó los términos manualmente en este orden) de manera creciente: $I(p) = 150p - p^2$. Este cambio de orden podría parecer anodino en este caso en particular, pero puede ser revelador de un fenómeno más general en la utilización de software y que ya ha sido advertido en otros trabajos (Artigue, 2002), el cual consiste en la diferencia de representación que utiliza un CAS y las que utiliza de forma habitual un profesor en su práctica docente y que para la profesora puede resultar transparente, pero podría provocar dificultades en los estudiantes.

En la **segunda tarea**, la profesora pide calcular las raíces de una función a partir de una función representada de forma algebraica. Como la función es siempre de la forma $f(p) = a1 \cdot p - a2 \cdot p^2$, el estudiante debe plantear la ecuación cuadrática y siempre el coeficiente libre será igual a cero, por lo que hay varias estrategias para obtener el resultado, como por ejemplo: factorizar por la variable p y luego solucionar las ecuaciones de grado 1, dividir la ecuación por la variable p (lo que implicaría perder una de las soluciones) o utilizar la fórmula para resolver ecuaciones de segundo grado ($x = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$).

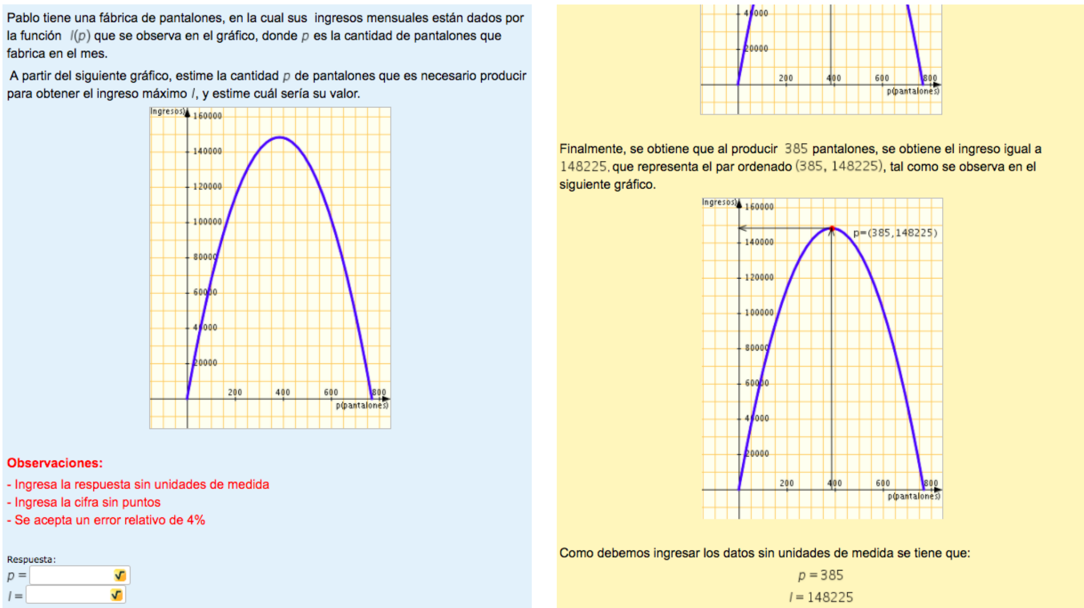
De todas las estrategias antes mencionadas, para la retroalimentación, la profesora eligió la última, que es a su vez la menos eficaz dada la forma de la función. Al elegir esta estrategia, es la dimensión instrumental la que principalmente se privilegia, donde la fórmula funciona como un artefacto simbólico.

La profesora, además comienza la retroalimentación de esta segunda tarea con la gráfica de la función mostrando con ella los dos puntos que son soluciones, al agregar otra representación entrega otro punto de vista y activa la dimensión semiótica. No obstante, a partir de esta gráfica podría haber estimado las soluciones o una vez encontradas haberlas ubicado en el gráfico, pero no lo hace. El gráfico solamente es usado para mostrar que hay dos raíces.

En la **tercera tarea**, pide estimar el máximo de la función a partir de la función representada de forma gráfica (ver figura 5.2).

Acá el trabajo es principalmente en la dimensión semiótica, no obstante, según la estrategia podría también una dimensión discursiva. Por ejemplo, si el estudiante busca el punto máximo y luego sus coordenadas apoyándose en la cuadrícula entonces el trabajo es principalmente de visualización donde la cuadrícula es utilizada como una herramienta semiótica. En cambio, si por ejemplo, utiliza la simetría de la parábola, entonces esta propiedad se evoca del referencial teórico, por lo que se estaría trabajando en el plano semiótico-discursivo.

En la retroalimentación diseñada por la profesora en esta tercera tarea, ella elige utilizar la primera estrategia y utiliza el gráfico como si este pudiese ser leído de forma exacta, tal como se puede apreciar en la sub-figura (b) de la figura 5.2, donde se muestra una parte de esta retroalimentación. Como en esta tarea la profesora no pone a disposición la representación algebraica de la función, entonces el máximo solo se puede obtener a partir del gráfico y no es complementario como en la retroalimentación de la segunda tarea.



(a) Enunciado (b) Extracto de la retroalimentación

Figura 5.2: Tarea 1, profesora A, campus I

En la **cuarta y última tarea**, la profesora pide a sus estudiantes calcular el máximo de la función a partir de la representación algebraica de la función. Al igual que en las tareas precedentes, acá hay varias posibles estrategias. Por ejemplo, calcular las raíces y luego el punto medio, lo que movilizaría la relación entre el vértice y las raíces de una función de segundo grado, activándose el plano instrumental-discursivo, donde la fórmula del punto medio sería utilizada como artefacto simbólico.

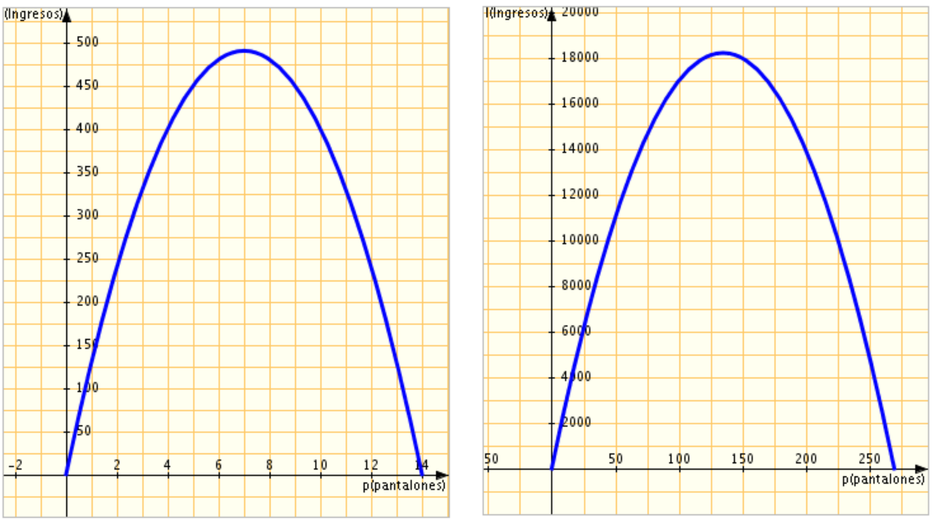
Otra estrategia posible es utilizar las fórmulas $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$ o $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$ dónde Δ es el discriminante. En este caso, es la dimensión instrumental la que se trabaja donde la fórmula funciona como un artefacto simbólico que permite resolver el problema.

En la retroalimentación de la cuarta tarea, se utiliza la estrategia descrita en el párrafo precedente. Antes de utilizar la fórmula comienza mostrando el gráfico de la función y al igual que en las tareas 3, utilizan el gráfico "leyéndolo" de forma exacta, cuando dado los valores de los ejes, esto no es posible.

En relación a los gráficos que la profesora utilizó tanto para los enunciados como para las retroalimentación, ella configuró el centro, el alto y el ancho para que se ajustasen a la función y no se perdiera espacio. También configuró otros elementos, como escribir el nombre en los ejes, el color en los ejes y los estilos de las flechas (ver figura 5.2.

A pesar que la configuración es bastante detallada en varios aspectos, la profesora configura la graduación y la cuadrícula del plano cartesiano por defecto. Esta configuración tiene como consecuencia que en una iteración en particular, los valores que se buscan pueden aparecer justo en una de las líneas de la cuadrícula, en una de las líneas con graduación o en ninguna de las anteriores.

Si además consideramos la variabilidad de los coeficientes en el algoritmo definido por la profesora, podemos ver que puede haber una diferencia de hasta dos órdenes de magnitud en la respuesta. Esto se puede ver claramente en la figura 5.3, donde en la subfigura (a) la coordenada de la abscisa del máximo está entre 0 y 14, mientras que en la subfigura (b), el máximo está entre cero y algún valor entre 250 y 275, mientras que la coordenada de la ordenada del máximo está entre 475 y 500 en la subfigura (a) y es un poco mayor que 18,000 en la subfugura (b).



(a) coordenadas del máximo con 1 y 2 órdenes de magnitud

(b) coordenadas del máximo con 2 y 4 órdenes de magnitud

Figura 5.3: Diferentes órdenes de magnitud según el gráfico

Teniendo estas diferencias a la vista vemos que en la subfigura (a) la utilización de un gráfico continuo no es una buena representación, puesto que son solo 14 puntos, mientras que en la subfigura (b) se podría justificar por la cantidad de puntos involucrados que son más de 250.

Otra dimensión en la que puede afectar los órdenes de magnitud, es el "sentido" de los valores según el contexto elegido. Si la profesora, con el fin de mejorar la pregunta, eligiera una moneda, las diferencias de orden pueden afectar su legitimidad, sobre todo si lo que se pretende es que estos tipos de tareas, el estudiante, los pueda conectar con lo "cotidiano".

Otro elemento ligado a la dimensión instrumental en el diseño es el margen de error que la profesora da en la tarea 3 sobre estimación. Al leer el algoritmo, podemos ver que si la respuesta del estudiante es un punto (a, b) y el máximo definido por la profesora es el punto (x, y), entonces será correcto si satisface que $\dfrac{|a-x|}{x} < 0{,}01 \wedge \dfrac{|b-y|}{y} < 0{,}01$, es decir, da un margen de error relativo de un 1 %, el cual no está declarado en el enunciado y es bastante pequeño, tal como se observa en la figura 5.4. De hecho, si miramos la figura, vemos que el margen de error es casi insignificante en el eje horizontal y en el eje vertical del ingreso no alcanza a ser un cuadrado de diferencia.

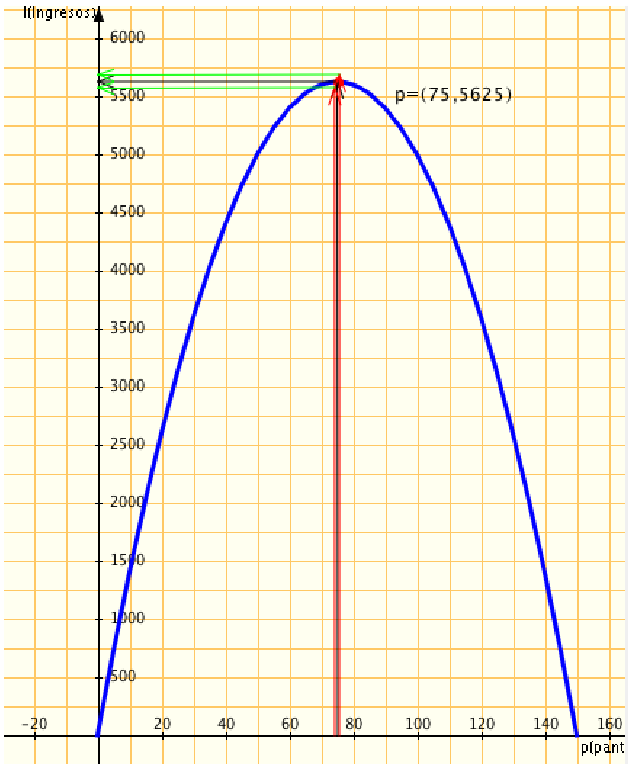


Figura 5.4: Margen de error en tarea 3, profesora A, campus I

En conclusión, vemos que todos los fenómenos estudiados afectan la dificultad de la tarea y pueden incluso bloquear lo que se espera que hagan los estudiantes. No sabemos en qué medidas las elecciones hechas por la profesora se deben a razones de naturaleza instrumental o son influenciadas por el ETM idóneo, no obstante conjeturamos que parte de lo observado se debe a que los profesores no toman en cuenta todas las diferentes variaciones que pueden tener las preguntas, lo que claramente no ocurre en un formato estático donde no interviene la aleatoriedad.

5.4. Profesora B, tareas en la plataforma

La profesora B diseñó y programó cuatro tareas en un contexto físico, en el cuál se modela la distancia recorrida por una persona utilizando una función afín. Como este contexto se justifica desde la física lo denominamos contexto real.

Las tareas que diseñó son:

- Tarea 1: Obtener la imagen de cuatro valores a partir de una función representada de forma gráfica.
- Tarea 2: Obtener la imagen del punto inicial y final del recorrido de la persona a partir de una función representada de forma gráfica.
- Tarea 3: Calcular la distancia recorrida a partir de una función representada de forma gráfica.
- Tarea 4: Calcular la pendiente de una función representada de forma gráfica.

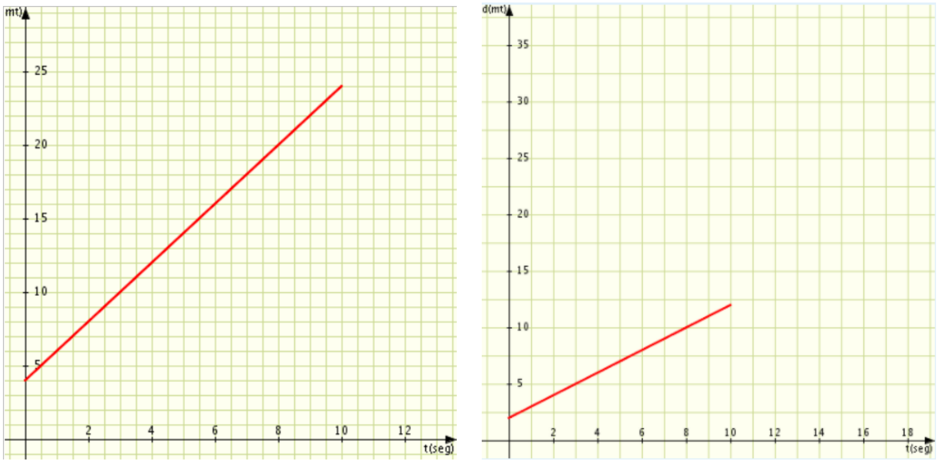
La función con la que trabaja la profesora en todas las tareas es de la forma:

$$X(t) = a \cdot t + b \tag{5.2}$$

Donde t es el tiempo, X es la posición, a y b son valores aleatorios que fueron definidos de la misma forma para todas las tareas. El parámetro a toma valores en el conjunto $\{1, 2, 3\}$ y b toma valores en el conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Cabe destacar que en todas las preguntas, la profesora utiliza una representación gráfica de las funciones.

Se puede observar que, los coeficientes de la función son números enteros, también lo son, los números de las preguntas y de las respuestas.

Como se indicó antes, todas las preguntas utilizan una representación gráfica de la función. Este gráfico en todas las tareas tiene la misma configuración. La función es trazada entre 0 y 10 en un plano cartesiano que tiene un largo fijo de 14 unidades y la altura está definida como: $10a + b + 5$ donde a y b son los coeficientes de la función 5.2 y el centro del gráfico está en el punto: $(6.5,(10a + b + 4)/2)$. Dos de las iteraciones se muestran en la figura 5.5.



(a) Ejemplo 1 (b) Ejemplo 2

Figura 5.5: Ejemplos gráficos tareas profesora B

Otros aspectos que configuró la profesora fueron los relativos al formato, tales como el color o estilo de los ejes. Sin embargo, ni la graduación ni la cuadrícula fueron configuradas y quedaron definidos por defecto.

La graduación configurada por defecto produce, para los valores definidos en el algoritmo, una graduación de dos en dos y una cuadrícula de 0.5 en 0.5 en el eje horizontal o de 1 en 1. En el eje vertical, la graduación y cuadrícula dependen de los valores que toma el máximo. Para ciertos valores la graduación es de 5 en 5 o de 2 en 2 y la cuadrícula de 2.5 en 2.5 o de 1 en 1 (ver figura 5.5).

En la figura 5.5, también podemos ver que en el plano cartesiano definió, además, los nombres de los ejes: «t(seg)» para el vertical y «d(mt)» para el horizontal.

Podemos observar que en el eje vertical la profesora utiliza d de distancia y en el enunciado utiliza X. También vemos que usa las abreviaciones «seg» y «mt», las que son usuales en Chile, pero son distintas a las utilizadas en el sistema internacional de unidades, lo que implica que en caso que las tareas evolucionen y la profesora por ejemplo utilice unidades en las respuestas, estas diferencia de abreviaciones podría causar dificultades a los estudiantes.

Al analizar el algoritmo nos preguntamos la razón por la cual la profesora definió algunos parámetros como fijos y otros como variables, esta decisión tiene una repercusión directa en las tareas 2 y 3 porque en estas se pregunta por los valores extremos, los cuales en el dominio son siempre 0 y 10.

En cada pregunta hay elementos particulares, tanto del enunciado como del algoritmo que los definen, los cuales se analizarán en forma específica a continuación.

En la **primera tarea**, la profesora pide la imagen de cuatro valores aleatorios diferentes (ver figura 5.6). En esta tarea, el trabajo es principalmente de visualización. Tanto las pre-imágenes como las imágenes del enunciado son números enteros y están en la cuadrícula, lo que implica que las líneas de la cuadrícula sirven de herramientas semióticas para resolver la tarea.

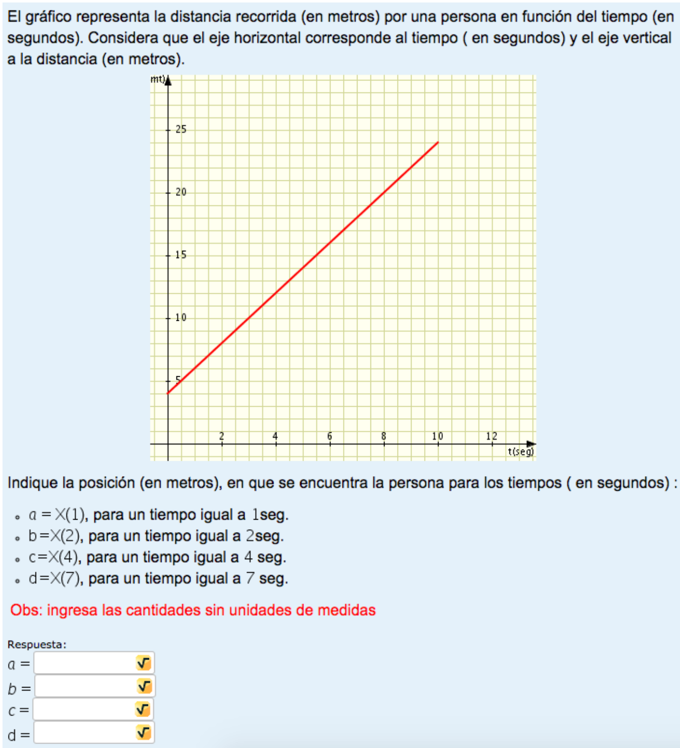


Figura 5.6: Enunciado Tarea 1, profesora B, campus I

En la **segunda tarea** la profesora pide calcular la posición final y la posición inicial del recorrido de la persona, en términos funcionales, la profesora está pidiendo la imagen de los dos valores extremos. Al igual que en la tarea anterior, el trabajo privilegia la dimensión semiótica, donde la cuadrícula nuevamente es utilizada como herramienta semiótica.

En la **tercera tarea** la profesora pide calcular la distancia recorrida por la persona. Para resolver esta tarea, el estudiante debe calcular la imagen de los puntos extremos (lo que pidió en la tarea 2) y luego hacer la resta de estos valores, por lo que en un comienzo se trabaja la visualización para poder obtener las imágenes de los valores extremos y luego se realiza un cálculo aritmético entre dos números enteros.

En la **cuarta y última tarea**, la profesora pide calcular la velocidad de la persona, que en términos funcionales implica calcular la pendiente de la recta. Como en las tareas anteriores, el resultado es siempre un número entero, más específicamente puede ser 1, 2 o 3.

En la retroalimentación la profesora elige dos puntos de la recta y calcula la pendiente a partir de estos puntos. Una vez que obtiene las coordenadas de los puntos, utiliza la fórmula 5.3 para calcular la pendiente.

$$m = \frac{y_2 - y1}{x_2 - x_1} \tag{5.3}$$

Esta fórmula se utiliza como artefacto simbólico, por lo que en esta parte se trabaja en la dimensión instrumental en un registro algebraico. Una vez que se obtienen los puntos para ser utilizados en la fórmula, el gráfico no es utilizado para complementar la solución de la tarea, tal como se puede ver en la figura 5.7. Notamos además que en el ejemplo mostrado, la profesora hace una lectura exacta para valores que no están en la cuadrícula.

Una vez analizada cada una de las tareas, un elemento que podemos destacar es que en todas las tareas se privilegia un trabajo de visualización, donde la cuadrícula es utilizada como una herramienta semiótica, pero como se observó en la subfigura (a) de la figura 5.5, el hecho de dejar la graduación y cuadrícula configurada por defecto puede dificultar esta visualización, puesto que se espera una respuesta exacta, pero los valores no se pueden leer de forma clara.

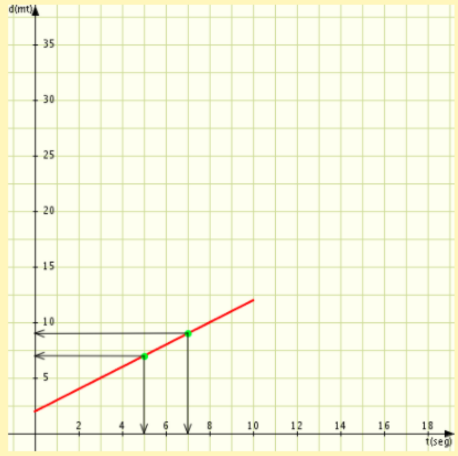
También podemos destacar, en relación a las elecciones que hizo la profesora sobre los objetos matemáticos utilizados, el hecho que utilizó una sola función y de un solo tramo, lo que limita el trabajo matemático potencial si se compara por ejemplo con el uso de una función por partes o dos funciones afines para realizar tareas de comparación. Esta elección puede tener múltiples razones, puede ser los costos tanto instrumentales como de tiempo, puesto que de las elecciones posibles es la que conlleva menos tiempo de programación. También puede ser por la dificultad matemática que puede implicar para los alumnos trabajar con una función por partes o con dos funciones.

Otra elección que notamos, es que en el enunciado no se menciona el sistema de referencia utilizado para indicar desde donde se toma la posición inicial y por ejemplo

Recuerda que la expresión para calcular la pendiente de una recta es:

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

donde (x_1, y_1) son las coordenadas del punto 1 (P_1) y (x_2, y_2) son las coordenadas del punto 2 (P_2), entonces, del gráfico :



Puedes obtener (P_1) y (P_2), por ejemplo $P_1=(5,7)$ y $P_2=(7,9)$, con estos valores determinemos la pendiente "m".

$$m=\frac{9-7}{7-5}$$

$$m=\frac{2}{2}$$

$$m=1$$

Como la pendiente representa la velocidad de la persona, entonces $V=1$

Figura 5.7: Retroalimentación Tarea 3, profesora B, campus I

en la tarea 1 (ver figura 5.6), se observa que en $t = 0s$ la posición es $X(0s) = 5m$, pero no se explicita en relación a qué marco de referencia son esos $5m$. Puede ser que esta elección fue tomada para dar más variabilidad a la tarea y no fue pensada necesariamente en el contexto.

También, pudimos observar que en todas las preguntas no se utilizan las unidades y se entrega como observación a los alumnos la siguiente consigna: « Ingresa las cantidades sin unidades de medida ». Como este contexto es físico, Wiris permite trabajar con las unidades que propuso la profesora, es decir en metros, segundos y metros/segundos.

Una observación que no escribió la profesora B en el enunciado pero que sí utilizó la profesora A, fue la de indicar el uso de coma para separar decimales. Esto suponemos que fue a raíz de la utilización exclusiva de enteros en las respuestas. La ausencia o aparición de este tipo de observaciones puede dar a los estudiantes una idea de la naturaleza de las soluciones.

Finalmente concluimos que a diferencia del profesor A del campus I, el contexto no impone trabajar sobre números enteros, por lo que no sabemos en qué medida esta elección se debe a un fenómeno de naturaleza instrumental, por ejemplo, la falta de expertis en la utilización de comandos para configurar el plano cartesiano o es el resultado de la influencia de su ETM idóneo.

5.5. Profesora C, tareas en la plataforma

El profesor C diseñó y programó cuatro tareas cuyo contexto es el costo por arrendar equipos de generación eléctrica en función del tiempo y que además depende de dos parámetros: un costo fijo y de un costo variable (valor por hora de arriendo). Esta situación es modelizada mediante dos funciones afines.

En las cuatro tareas se entrega información en lenguaje natural y los coeficientes de las funciones se entregan en una tabla de valores en el enunciado. Además algunas de estos enunciados se complementan con las expresiones algebraicas de las funciones y/o los gráficos de las funciones.

Las tareas que diseñó son:

- Tarea 1: Generar la expresión algebraica de dos funciones a partir de información entregada en forma algebraica y tabular.
- Tarea 2: Calcular y comparar la imagen de dos valores a partir de una función expresada de forma algebraica.
- Tarea 3: Calcular la pre-imagen en un punto de intersección entre dos funciones afines representadas de forma algebraica y gráfica.
- Tarea 4: Dar el intervalo solución de una inecuación que se obtiene al comparar dos funciones representadas de forma gráfica.

Las dos funciones que están presentes en ambas tareas son de la forma:

$$f_1(t) = a + c \cdot t \tag{5.4}$$

$$f_2(t) = b + d \cdot t \tag{5.5}$$

Donde f_1 y f_2 entregan el costo total en función del tiempo t en horas y a, b representan el costo fijo y c, d representan el costo variable.

El algoritmo que define los coeficientes es el mismo para las tareas 1 y 2, mientras que el algoritmo que define las tareas 3 y 4 el profesor le agregó una condición.

Además en el algoritmo, las funciones f_1 y f_2 son denominadas con las letras A y B tal como lo muestra la figura 5.8.

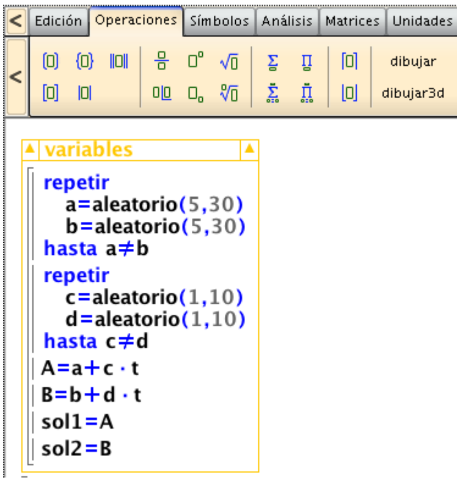


Figura 5.8: Algoritmo común a las tareas del profesor C, campus I

Los valores de a y b son definidos como números aleatorios enteros entre 5 y 30 (incluyendo los extremos), con la condición que ambos valores deben ser diferentes. La condición para c y d son las mismas, salvo que estos parámetros son definidos como un número aleatorio entero entre 1 y 10 (incluyendo los extremos).

Para las tareas con gráficos, los valores de los coeficientes son las mismos, la única diferencia es que se agregan las siguientes condiciones:

$$24 > \frac{b-a}{c-d} > 0 \wedge \frac{b-a}{c-d} \in \mathbb{Z} \tag{5.6}$$

Donde $\frac{b-a}{c-d} > 0$ es la solución de la ecuación $f_1(t) = f_2(t)$ (ver las funciones 5.4 y 5.5).

La condición que obliga a la solución ser positiva se debe al contexto, aunque, se podría pensar en una solución negativa, que dado el contexto se podría interpretar como solución vacía. En cambio, la condición que obliga que la solución sea un número entero no se puede justificar por el contexto, es una decisión que tomó el profesor y podemos conjeturar que viene dada por la influencia del ETM idóneo.

Finalmente hay una condición que acota la solución de la ecuación y la obliga a ser menor a 24. Esta condición en un comienzo puede parecer más extraña, pero al mirar el algoritmo que define el gráfico podemos ver que está dada por la elección que el profesor hizo del ancho del plano cartesiano, el cual es fijo y tiene un valor de 26, tal como se muestra en la figura 5.9. Esta condición la interpretamos como una elección cuya razón se debe a una dificultad de tipo instrumental asociada al diseño, puesto que el profesor acomoda el gráfico a la variabilidad de la función y no a la inversa.

```
t1=tablero({centro=punto(12,98),anchura=26,altura=200,etiqueta_de_ejes={"t [horas]","[M$]"},color_ejes=negro})
anchura_ventana(400)
altura_ventana(400)
graf=dibujar(t1,A,0..30,{anchura_linea=1,color=azul}),dibujar(t1,B,0..30,{anchura_linea=1,color=rojo})
```

Figura 5.9: Algoritmo común para las los gráficos de las tareas del profesor C, campus I

En la figura, además, se observa que las funciones f_1 y f_2 se grafican siempre entre 0 y 30 (A y B en el algoritmo) en un plano cartesiano donde además del ancho, el centro y el alto también son fijos.

Lo que se observa también, es que la malla y la graduación son configuradas por defecto y dado el carácter aleatorio de los coeficientes, esto produce que los valores que se piden a los estudiantes, se encuentran en las líneas de la malla y/o la graduación para el caso del eje de las abscisas, en cambio en el caso del eje de las ordenadas, los valores pueden estar entre dos líneas de la malla.

El profesor también configuró el color y definió etiquetas para los ejes: « $t[horas]$ » para el eje de las abscisas y $[M\$]$ para el eje de las ordenadas. Al igual que la profesora B, el profesor no utiliza la abreviación del sistema internacional para la hora, a pesar de que el software la admite como unidad de medida. Si pensamos en la evolución de las tareas y que el profesor utilice unidades en las respuestas esperadas, el nombre de los ejes deben cambiar.

A continuación se muestra una síntesis del análisis que se hizo de cada pregunta diseñada por el profesor C.

En la **primera tarea** se pide generar la expresión algebraica de dos funciones afines a partir de información que se entrega en lenguaje natural, en una tabla de valores y las expresiones algebraicas. Esta tarea se muestra en la figura 5.10.

Una constructora necesita arrendar equipos industriales para generar electricidad. Se dispone de las ofertas de dos empresas A y B cuyos costos asociados por equipo se especifican en la siguiente tabla:

	Costo fijo por transporte por equipo (miles de pesos)	Costo por hora de uso por equipo (miles de pesos)
Empresa A	19	8
Empresa B	5	9

Si la relación funcional de costos para un equipo es de la forma $f(t) = CV \cdot t + CF$, donde t es la variable tiempo en horas, CV son los costos variables y CF corresponde a los costos fijos por transporte.

Determine la función de costos asociada para arrendar un equipo en cada empresa:

- Sea f_A, función que modela el costo de arrendar un equipo en la empresa A.
- Sea f_B, función que modela el costo de arrendar un equipo en la empresa B.

Respuesta:
$f_A(t) = 8 \cdot t + 19$
$f_B(t) = 9 \cdot t + 5$

Figura 5.10: Tarea 1, profesor C, campus I

Para resolver la tarea, el estudiante debe reemplazar los valores de que están en la tabla en la fórmula: $f(t) = CV \cdot t + CV$, por lo que el trabajo del estudiante es de cambio de registro, por lo que es la génesis semiótica la que se privilegia. La retroalimentación que diseñó la profesora es bastante corta y toma los valores de la tabla y los reemplaza en la función.

En la **segunda tarea** se pide calcular la imagen de un valor en dos funciones que son representadas de forma algebraica y comparar estos valores. Además de las funciones representadas en forma algebraica, se entrega información en lenguaje natural y una tabla de valores, tal cual como en la tarea 1 (ver 5.10). Para resolver la tarea hay al menos dos estrategias:

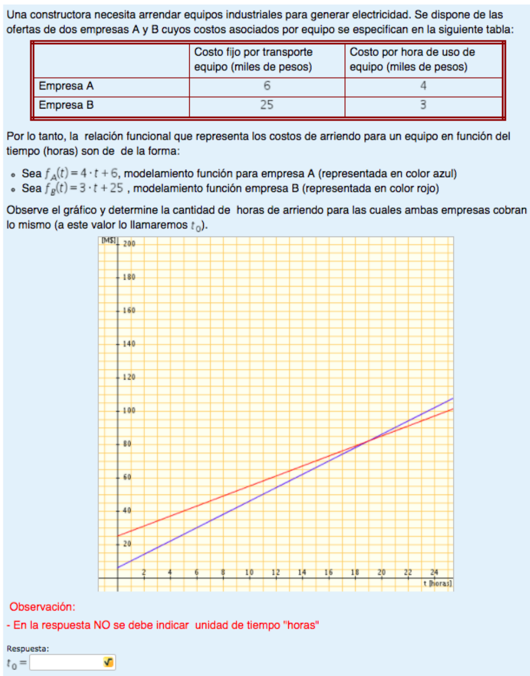
- Estrategia 1: Calcular las imágenes sin utilizar las funciones y hacer un cálculo aritmético. En este caso, el trabajo no está en un ETM de funciones y más bien en un ETM aritmético.

- Estrategia 2: Calcular las imágenes a partir de la representación algebraica de la función. Esto se puede hacer “a mano” puesto que todos son números enteros relativamente pequeños, en este caso el trabajo es aritmético. Si se utiliza una calculadora, el trabajo es más bien instrumental.

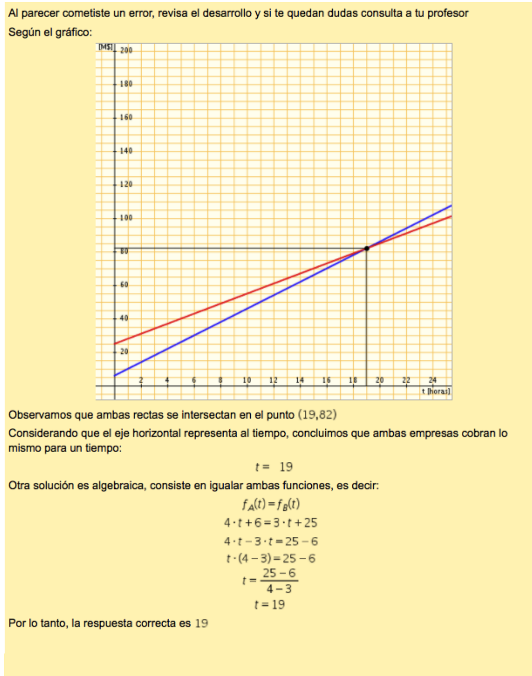
Finalmente es la estrategia 2 la que el profesor programa como retroalimentación.

En la **tercera tarea** el profesor pide calcular la intersección de dos funciones, la cuales están representadas de forma algebraica, gráfica y donde además hay elementos en lenguaje natural y en una tabla de datos.

Como la información es variada, las estrategias posibles son múltiples. En la figura 5.11 se puede observar el enunciado y la retroalimentación de esta tarea.



(a) Enunciado



(b) Retroalimentación

Figura 5.11: Enunciado y retroalimentación tarea 3, profesor C, campus I

En la retroalimentación diseñada por el profesor, se comienza entregando la solución exacta a partir del gráfico, solución que no es evidente obtener, puesto que la coordenada del eje de las ordenadas es un valor que no se puede ver claramente (ver gráfico de la subfigura (b) de la figura 5.11).

Luego resuelve la tarea de forma algebraica, igualando las dos funciones y resolviendo la ecuación de primer grado que obtiene. Una vez que la obtiene, podemos observar que no hace una relación con el registro gráfico, ambos registros los hace funcionar por separado.

En la **cuarta y última tarea** el profesor pide el intervalo solución que se obtiene al comparar dos funciones que son representadas de forma gráfica en el eje de las abscisas.

Esta tarea es interesante porque, hasta el momento, es la única que solicita como respuesta un intervalo, no obstante, el profesor hace una observación sobre el formato en el que indica: “Los intervalos de solución se ingresan de la siguiente forma: $I_A = (3, +\infty)$ $I_B = (0, 3)$”, entonces el estudiante solo debe cambiar el número que separa a los dos intervalos para ingresar la respuesta correcta. Si el profesor da una observación de formato, sería mejor indicar los tipos de intervalo de forma más general.

Después del análisis de los elementos comunes y particular de cada tarea, pudimos constatar que tanto los coeficientes de las funciones, las imágenes, los puntos de intersección y los extremos de la función son números enteros. Al igual que las tareas de la profesora B del campus I (ver sección 5.4), el contexto elegido por el profesor C no impone como condición trabajar con números enteros, nuestra conjetura es que es debido a una influencia del ETM idóneo del profesor.

También vimos que el profesor utilizó los gráficos pero de forma complementaria y sin hacer una articulación explícita con el registro algebraico y es más bien el trabajo sobre este último registro el que predomina.

5.6. Profesora D, tareas en la plataforma

La profesora D diseñó y programó nueve tareas utilizando dos contextos. El primero es la concentración de monóxido de carbono en el aire en función de la población, fenómeno modelizado por una función afín. El segundo fenómeno es la cantidad de población en función del tiempo, el cual es modelizado por una función cuadrática.

Estos contextos pueden considerarse artificiales puesto que no es posible justificar si las funciones elegidas modelizan los fenómenos propuestos. No obstante, como veremos en detalle en el análisis de cada tarea, el uso de gráficos no simétricos y el uso de decimales dan la impresión de que los contextos son "menos artificiales".

De las nueve tareas, en las tareas 1, 3, 5, 6, 8 y 9 se utiliza como principal registro para las funciones el algebraico. En cambio, en las tareas 2, 4 y 7 se utiliza como principal registro para las funciones el gráfico.

Las tareas que la profesora D diseñó son:

- Tarea 1: Calcular la función compuesta a partir de dos funciones representadas de forma algebraica.

- Tarea 2: Obtener la imagen de cero para una función representada de forma gráfica.

- Tarea 3: Obtener la imagen de cero para una función representada de forma algebraica.

- Tarea 4: Obtener la imagen de cero para una función representada de forma gráfica.

- Tarea 5:Calcular la imagen de cero para una función representada de forma algebraica.

- Tarea 6: Calcular la imagen de una función compuesta a partir de dos funciones representadas de forma algebraica.

- Tarea 7: Obtener el antecedente de una función representada de forma gráfica.

- Tarea 8: Calcular la pre-imagen de un valor para una función compuesta a partir de dos funciones representadas de forma algebraica.

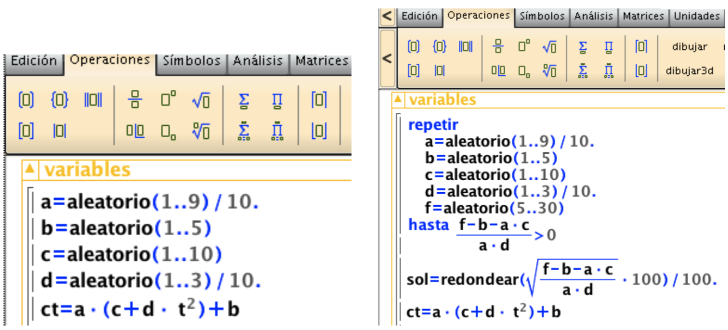
- Tarea 9: Calcular la pre-imagen de un valor para una función representada de forma algebraica.

Las dos funciones que están presentes en las nueve tareas son:

$$p(t) = a \cdot p + b \tag{5.7}$$

$$c(p) = c + d \cdot t^2 \tag{5.8}$$

Donde a, b, c y d son valores aleatorios que se definen en el algoritmo que se muestra en la figura 5.12. En esta figura podemos ver que: $a \in \{0{,}1, 0{,}2, 0{,}3, \ldots, 0{,}9\}$, $b \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $c \in \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$ y $d \in \{0{,}1, 0{,}2, 0{,}3\}$. Las funciones no fueron definidas de forma explícita en el algoritmo, pero las nombramos como p y c porque en los enunciados la profesora eligió estas denominaciones para dárselas a los estudiantes.



(a) Algoritmo común preguntas 1 a 6

(b) Algoritmo común preguntas 7 a 9

Figura 5.12: Algoritmos comunes que definen los valores de los coeficientes

Además, en el algoritmo común a las tareas 7, 8 y 9 (ver figura 5.12 (b)), hay un valor y una condición suplementaria: f es un valor aleatorio que toma valores en el siguiente conjunto $f \in \{2, 3, \ldots, 15\}$ y se itera hasta que satisfaga la siguiente condición:

$$\frac{f - b - a \cdot c}{a \cdot d} > 0 \tag{5.9}$$

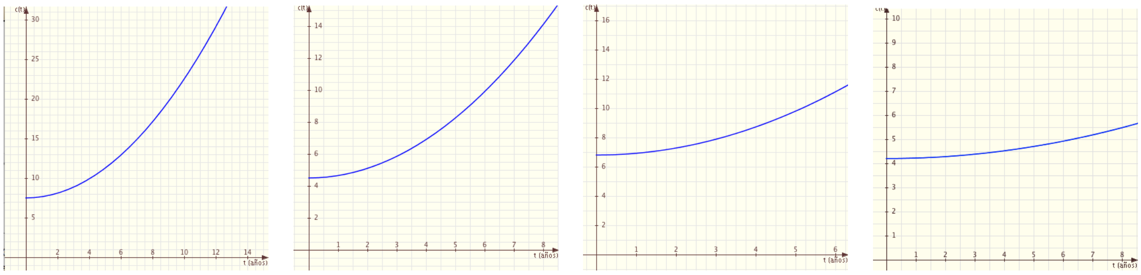
Esta condición permite que la ecuación $a \cdot d \cdot t^2 + a \cdot c + b = f$ tenga solución, donde la parte izquierda de la ecuación es la función compuesta $c(p(t)) = a \cdot d \cdot t^2 + a \cdot c + b$. Volveremos sobre esta condición en el análisis particular de la tarea 7 para comprender mejor cuales son las implicaciones de esta condición sobre la variabilidad de la tarea.

En la definición de los coeficientes podemos apreciar que los valores pueden ser decimales o enteros. En el caso de las funciones c y p siempre tienen un coeficiente entre 0 y 1 con un solo decimal y otro entero. Por otra parte, la función compuesta $c \circ p$ siempre tiene un coeficiente entre 0 y 1 con dos decimales y otro coeficiente que puede ser entero o decimal con 1 decimal.

El gráfico de la función se dibuja en un plano cartesiano que está configurado de tal forma que varía el centro, la altura y el largo según los valores que toman los coeficientes de las funciones que se grafican. Además, en los gráficos, los ejes tienen etiquetas que indican la unidad de medida de cada uno.

Otro elemento a destacar, es que la estructura de los algoritmos que definen la gráfica son los mismos en las tres tareas que contienen una gráfica en el enunciado, la única variación importante entre las tareas es que el centro del gráfico cambia según la tarea, así por ejemplo en la tarea donde pide la imagen de un valor determinado, este valor sirve como centro. Este cambio produce una malla por defecto diferente para cada tarea, lo que a su vez cambia la dificultad de la tarea.

En general, se observa una elección similar a la que realizaron los profesores analizados anteriormente, la profesora configuró varios elementos de la gráfica, pero no configuró ni la malla ni la graduación y esta cambia por "decisión" del software, tal como se muestra en la figura 5.13.



(a) Graduación: 2 en 2 y 5 en 5, malla: 0.5 en 0.5 y 1 en 1

(b) Graduación: 1 en 1 y 2 en 2, malla: 0.5 en 0.5 y 0.5 en 0.5

(c) Graduación: 1 en 1 y 2 en 2, malla: 0.25 en 0.25 y 1 en 1

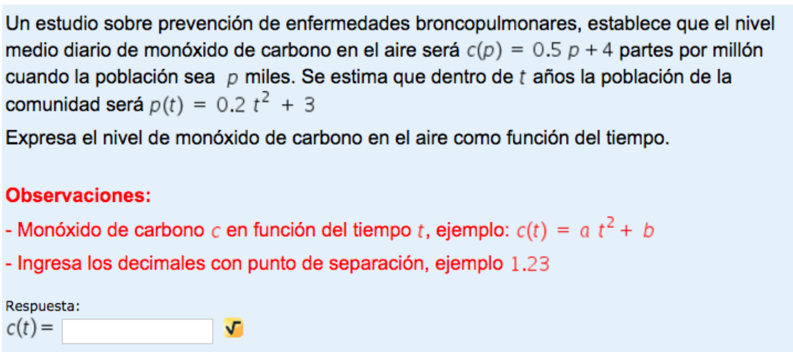
(d) Graduación: 1 en 1 y 1 en 1, malla: 0.5 en 0.5 y 0.5 en 0.5

Figura 5.13: Mallas y graduaciones variables

En las preguntas gráficas, además, la función se traza entre cero e infinito. Como se grafica desde cero, la gráfica muestra solamente la parte derecha de la parábola que es la parte creciente de la función.

Además de estos elementos comunes a todas las tareas, hay elementos que son característicos a cada tarea. A continuación hacemos una síntesis del análisis particular de cada tarea.

La **primera tarea** (ver figura 5.14) pide a los estudiantes componer dos funciones que están representadas de forma algebraica. La tarea no pide componer de forma explícita, sino que el estudiante debe interpretar esto del contexto. En este trabajo de interpretación entre lenguaje natural y algebraico se observa una dimensión semiótica.



Un estudio sobre prevención de enfermedades broncopulmonares, establece que el nivel medio diario de monóxido de carbono en el aire será $c(p) = 0.5\,p + 4$ partes por millón cuando la población sea p miles. Se estima que dentro de t años la población de la comunidad será $p(t) = 0.2\,t^2 + 3$

Expresa el nivel de monóxido de carbono en el aire como función del tiempo.

Observaciones:

- Monóxido de carbono c en función del tiempo t, ejemplo: $c(t) = a\,t^2 + b$
- Ingresa los decimales con punto de separación, ejemplo 1.23

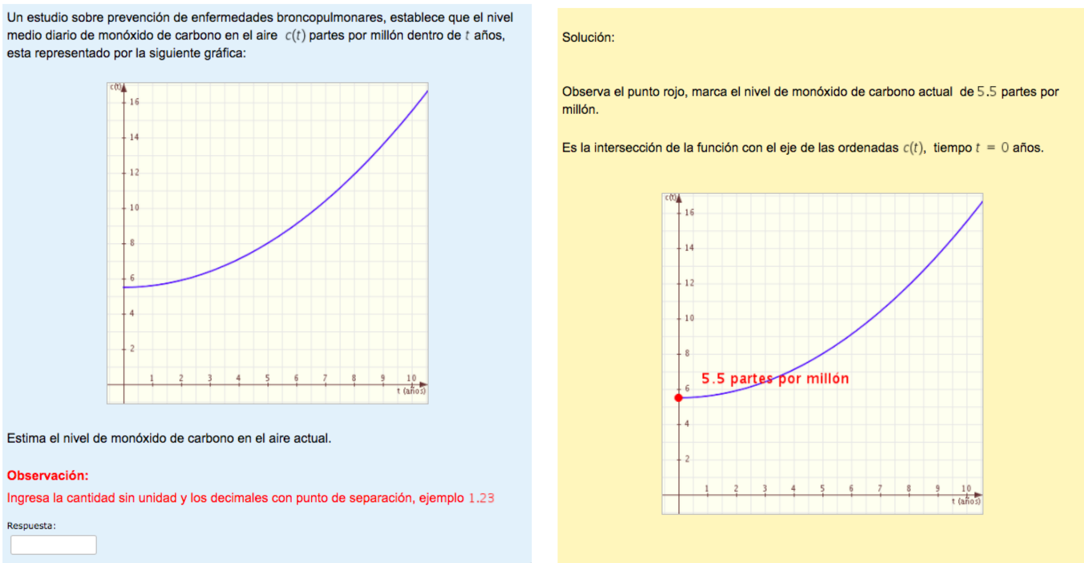
Respuesta:

$c(t) =$

Figura 5.14: Iteración tarea 1, profesor D, campus I

En la composición, se debe utilizar la función cuadrática como un argumento de la función afín. Después de realizar esta acción, lo que podemos inferir a partir de la retroalimentación es que, el trabajo es más bien algebraico, puesto que desarrolla paréntesis y reduce términos semejantes, aunque si ingresa la respuesta no simplificada, el sistema la considera correcta de todas formas.

En la **segunda tarea** la profesora pide estimar la intersección de la gráfica con el eje vertical a partir de una función representada de forma gráfica, tal como se muestra en la subfigura (a) de la figura 5.15.



(a) Enunciado (b) Retroalimentación

Figura 5.15: Enunciado y retroalimentación tarea 2, profesora D, campus II

Lo primero que debe realizar un estudiante que resuelva esta tarea es interpretar la pregunta que está formulada mediante lenguaje natural: "Estimar el nivel de monóxido de carbono en el aire actual" como la imagen de $t = 0$ bajo c o la intersección de la gráfica de c con el eje vertical. Una vez que esta interpretación se realiza, debe estimar el valor en el eje vertical, que en este caso particular se encuentra entre 5 y 6. Es entonces la dimensión semiótica la que se privilegia y donde la malla y graduación sirven de herramientas semióticas para resolver la tarea.

Si observamos la retroalimentación que se muestra en la subfigura (b) de la figura 5.15 podemos ver que la profesora realiza una retroalimentación donde entrega un valor exacto, lo cual no es posible obtener a partir de la información del gráfico.

Además, en el enunciado, la profesora no indica cual es el margen de error. Al observar el algoritmo vemos que si x es la respuesta del estudiante y s la solución exacta, entonces la profesora acepta como correcta las estimación si $|x - s| \leq 0.3$, es decir, acepta un $3\,\%$ de error absoluto. En este caso en particular, como la respuesta exacta es 5.5, entonces la plataforma lo considerará correcto si la respuesta está entre 5.2 y 5.8, este margen puede ser "adecuado" según la graduación y la malla que defina el software y el cual puede cambiar tal como se observó en la figura 5.13. Estos elementos que son de naturaleza instrumental ligada al diseño de las tareas, pueden hacer que la utilización de la malla y graduación como herramientas semióticas se bloqueé.

En la **tercera tarea** se pide calcular la imagen de cero a partir de una función representada de forma algebraica. Esta es tarea es similar a la anterior, lo que cambia es el registro de la función involucrada, por lo que el estudiante también debe interpretar la frase "aire actual" como $t = 0$. Una vez que hace esto, el estudiante puede reemplazar y calcular (estrategia diseñada por la profesora en la retroalimentación) u observar simplemente que la respuesta es el coeficiente libre de la función.

En la **cuarta tarea** la profesora pide la imagen de un valor a partir de una función representada de forma gráfica. Al observar el algoritmo vemos que el antecedente que se entrega es siempre un número entero por lo que este valor siempre está en una de las líneas de la malla, pero la imagen al ser un valor decimal, debido a los coeficientes decimales de la función, es probable que esté en una posición intermedia entre dos líneas de la cuadrícula.

Acá el estudiante una vez que ubica el antecedente en el eje horizontal debe proyectar (mentalmente o apuntando con un dedo) una línea vertical hacia la gráfica de la función y luego proyectarla de forma perpendicular hacia el eje horizontal. Acá vemos que el trabajo es más bien semiótico, donde la cuadrícula juega un rol importante como herramienta semiótica, puesto que guía la solución del problema. Al igual que en la tarea 2, en la retroalimentación, la profesora no entrega ni el margen de error y además da un resultado exacto, siendo que el valor exacto no es posible entregarlo.

En la **quinta tarea**, se pide a los estudiantes calcular la imagen de una función representada de forma algebraica. El trabajo que debe realizar el estudiantes es reemplazar el valor, que es entero, sobre la función cuadrática, que tiene algunos coeficientes decimales, y hacer cálculos rutinarios. En la retroalimentación diseñada por la profesora, no se dan muchos detalles sobre el cálculo.

En la **sexta tarea** se pide calcular la imagen de una compuesta entre dos funciones que están representadas algebraicamente. Para resolver la tarea, el estudiante puede seguir al menos dos estrategias: calcular la función compuesta $c \circ p$ y luego evaluarla en el valor dado o calcular la imagen de la función p y luego evaluar esa imagen en la función c. Es esta segunda estrategia la que la profesora elige para diseñar la retroalimentación. En ambos casos, los conceptos de imagen, pre-imagen, dominio y recorrido deben ser movilizados desde el referencial teórico para poder hacer los cálculos.

En la **séptima tarea** se pide estimar el antecedente de un valor en una función representada de forma gráfica. Al igual que en las otras tareas donde aparece el gráfico, se privilegia la dimensión instrumental.

En esta tarea, el valor que se entrega como imagen siempre es un número entero, pero como la graduación y la malla están configuradas por defecto, se puede dar el caso que el valor se pueda ubicar en las líneas de la malla y/o en alguna línea de la graduación y otros donde esto no es posible, como en el ejemplo de la figura 5.16, donde la imagen que se da es 27 y la graduación es de 2.5 en 2.5. Por otra parte el antecedente generalmente es un valor irracional cuya aproximación no está ni en la malla ni en la graduación. En la figura 5.16 se muestra un ejemplo donde la pre-imagen se aproxima a 15.97 años. Como podemos observar, al igual que en las otras preguntas sobre gráficos, en la retroalimentación diseñada por la profesora se lee de forma exacta el gráfico, aún cuando la tarea es de estimación.

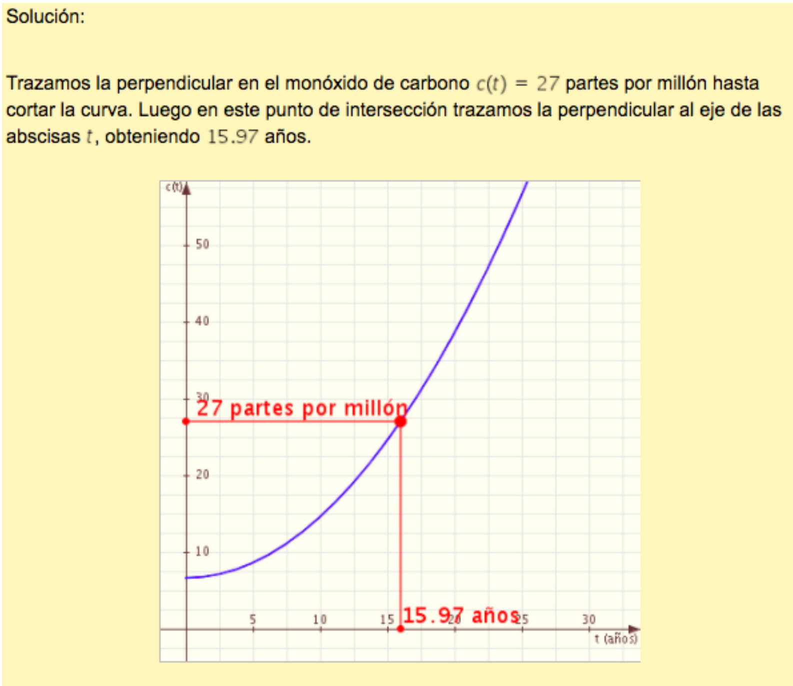


Figura 5.16: Retroalimentación tarea 3, profesora D, campus II

En la **octava tarea**, se pide calcular el antecedente de una función compuesta, donde cada uno de sus componentes c y p (ver 5.7 y 5.8) están representadas de forma algebraica.

Para resolver la tarea, el estudiante debe plantear primero una ecuación de primer grado: $c(p) = c_1$ donde c_1 es un valor aleatorio entero entre 5 y 30 que satisface la condición 5.9. Luego, una vez que se resuelve esta ecuación, el estudiante debe plantear una ecuación de segundo grado: $p(t) = p_1$ donde p_1 es la solución de la ecuación resuelta previamente. Dependiendo de las estrategias elegidas, y de la justificación o no de los pasos de resolución privilegiará un trabajo en el plano instrumental-discursivo o instrumental semiótico. En la retroalimentación diseñada por la profesora se plantean las ecuaciones, pero no se justifican todos los pasos de la solución. Además, al final utiliza la aproximación de las soluciones con radicales como una igualdad.

Finalmente, la **novena y última tarea** pide calcular el antecedente de un valor a partir de una función cuadrática representada de forma algebraica. Esta tarea puede ser vista como una sub-tarea de la anterior, puesto que la función compuesta está ya dada y el estudiante debe plantear la ecuación de segundo grado y resolverla. Al igual que en el caso anterior, el trabajo se desarrolla en los planos instrumental-discursivo e instrumental-semiótico según la estrategia elegida por el estudiante. A pesar de que hay números decimales involucrados, la forma de la ecuación: $ax^2 - b = 0$ con a y b positivos permite utilizar técnicas de resolución donde la fórmula: $(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$ no necesariamente es la más eficiente.

En síntesis, podemos ver que la profesora D es, hasta el momento, la única que utiliza números decimales, y aunque es “artificial” puesto que la elección de las funciones para modelizar los fenómenos de concentración de monóxido y crecimiento de la población no se puede justificar, el uso de los números decimales y de gráficas no simétricas dan la “impresión” de que el contexto es menos ficticio.

Por otro lado, la presencia de números enteros también es fuerte, puesto que los utiliza en parte de los coeficientes y en las imágenes o pre-imágenes que se dan como datos en todas las tareas.

Con respecto a los gráficos, se observó una configuración sofisticada, salvo en el caso de la graduación y la malla, que quedaron configuradas por defecto. Además, en las retroalimentaciones diseñadas por la profesora en que habían gráfico se observó que estos fueron leídos de forma exacta, a pesar de que al observarlos no es posible tener este grado de precisión.

5.7. Profesor E, tareas en la plataforma

La profesora E diseñó y programó tres tareas cuyo contexto son las funciones costo, ingreso y beneficio (en pesos chilenos) en función de las unidades vendidas. Estos fenómenos están modelizados por una función afín.

Este contexto es bastante utilizado en ciencias económicas y provienen de un modelo que utiliza los conceptos de costo variable por unidad y costos fijos, por lo que es un contexto que denominamos real.

En las tres tareas, el registro principal para las funciones es el lenguaje natural y el algebraico.

Las tareas que diseñó y programó la profesora E son:

Las tareas que diseñó son:

- Tarea 1: Generar la expresión de tres expresiones algebraicas a partir de datos dados en lenguaje natural y de expresiones representadas de forma algebraica.
- Tarea 2: Calcular la imagen de un valor a partir de una función representada de forma algebraica.
- Tarea 3: Calcular la pre-imagen de un valor a partir de una función representada de forma algebraica.

Las funciones con las que trabajó en las tareas son:

$$C(x) = a1 \cdot x + a2 \tag{5.10}$$

$$I(x) = a3 \cdot x \tag{5.11}$$

$$U(x) = (a3 - a1) \cdot x - a2 \tag{5.12}$$

Donde C es la función costo; I es la función ingreso y U es la función utilidad; $a1$ es un número entero aleatorio múltiplo de 10 entre 1,500 y 3,000; $a2$ es un número aleatorio entero múltiplo de 4,000 entre 10,000 y $a3$ es $a1$ multiplicado por alguno de estos factores: 1.1, 1.2 o 1.3.

Solo en la primera tarea se trabajó con las tres funciones. En las tareas dos y tres solo se trabajó con la función beneficio.

La **primera tarea** solicita a sus estudiantes generar las funciones costo, ingreso y utilidad. En el enunciado se da el costo variable por unidad, el costo fijo y el valor de venta, además de las fórmulas para cada una de las funciones, tal como se muestra en la figura 5.17.

Para generar las expresiones algebraicas, en las dos primeras funciones debe identificar los valores y reemplazaros en las fórmulas, por lo que es la dimensión semiótica la que se privilegia. En cambio, en la función utilidad, se indica con lenguaje

El costo unitario de un producto es $\$ 1830$, el costo fijo total es $\$ 4300$, el precio de venta p de cada producto es $\$ 2379$.

Determine:

- La función costo, la cual tiene la forma $CT(x) = CU \cdot x + CF$ donde CT es costo total, CU es costo unitario, x es la cantidad de productos y CF es el costo fijo.
- La función ingreso, la cual tiene la forma $I(x) = p \cdot x$ donde p es el precio de venta y x es la cantidad de productos.
- La función utilidad, la cual está dada por la diferencia entre el ingreso y el costo total.

Respuesta:

$CT(x) =$ $1830 \cdot x + 4300$

$I(x) =$ $2379 \cdot x$

$U(x) =$ $549 \cdot x - 4300$

Figura 5.17: Enunciado tarea 1, profesora E, campus II

natural que esta se obtiene haciendo la resta entre las funciones ingreso y costo, a partir de esta información, acá también es la dimensión semiótica la que se trabaja, puesto que es una conversión de registro, pero también hay un trabajo algebraico de operación entre funciones.

En la **segunda tarea** la profesora pide calcular la imagen de un valor a partir de una función representada algebraicamente.

Una estrategia puede es reemplazar el valor en la función y realizar los cálculos, cómo los coeficientes y el número a reemplazar son números más grandes, es posible que el trabajo se realice con una calculadora, privilegiando la dimensión semiótica-instrumental.

Otra estrategia consiste en realizar un trabajo puramente aritmético, puesto que en el enunciado también están los valores del costo fijo, variable y precio de venta, tal cual como en la tarea anterior. En este caso se estaría trabajando más bien en un ETM aritmético.

Finalmente la **tercera y última tarea** se pide a los estudiantes calcular la pre-imagen de un valor a partir de una función representada algebraicamente. El estudiante debe plantear la ecuación, interpretando la pregunta que se plantea en lenguaje natural, por lo que se trabaja la dimensión semiótica. Luego debe resolver la ecuación, para hacerlo, puede utilizar propiedades de los números reales o realizar un proceso algorítmico rutinario. En el primer caso, estaría trabajando la dimensión discursiva y en el segundo caso la dimensión instrumental.

En síntesis, pudimos constatar que la profesora E utilizó en los coeficientes, en las preguntas y respuestas números enteros, en este caso, esta elección puede estar influenciada por el contexto elegido.

Con respecto al contexto, este es utilizado de forma frecuente en cursos de matemática, no obstante, generalmente se aprovecha el análisis de las tres funciones para compararlas, por ejemplo, buscando la intersección de la gráfica de las funciones con los ejes o la intersección entre las funciones e interpretando estos elementos en términos del contexto o a la inversa, es decir, preguntar por los punto de equilibrio y luego darle sentido en término de los objetos estudiados.

También podemos notar que esta fue la única profesora, hasta el momento, que no utilizó gráficos ni en los enunciados ni en las retroalimentaciones.

5.8. Profesor F, tareas de la plataforma

El profesor F diseñó y programó cinco tareas cuyo contexto es la cantidad de hojas impresas que entrega una máquina en desperfecto en función del tiempo. Este fenómeno es modelizado por una función afín decreciente.

Este contexto lo catalogamos de artificial, puesto que, aunque el decrecimiento podría estar modelado por una función afín, nos parece poco probable que en algún contexto profesional se modelice la producción de una máquina de impresiones en desperfecto. El contexto parece ser más bien un pretexto para trabajar con una función decreciente.

Las tareas que diseñó el profesor F son:

- Tarea 1: Generar la expresión algebraica de una función a partir de un enunciado con lenguaje natural.
- Tarea 2: Estimar la imagen de un valor a partir de una función representada de forma gráfica.
- Tarea 3: Calcular la imagen de un valor a partir de una función representada de forma algebraica..
- Tarea 4: Calcular la pre-imagen de un valor a partir de un enunciado con lenguaje natural.
- Tarea 5: Calcular la raíz de una función a partir de un enunciado escrito en lenguaje natural.

La función con la que trabaja en todas las tareas tiene la forma:

$$y = \frac{a3 - a1}{a2 - a4} \cdot (x - a4) + a1 \tag{5.13}$$

Donde y es la cantidad de hojas impresas, x el tiempo en horas, $a1$ y $a3$ son números aleatorios que representan una cantidad de hojas y $a2$ junto a $a4$ son números aleatorios representan parámetros de tiempo.

Para todas las tareas, salvo la tarea 2, $a1$ es un número entero múltiplo de 10 que varían entre 4,000 y 5,000; $a3$ es un número enteros múltiplo de 10 que varían entre 500 y 3,000; $a2$ es un número aleatorio entero que varía entre 1 y 15 y $a4$ es un número aleatorio entero que varía entre 1 y 3. Para este último parámetro, en el enunciado no aparece el número sino que las palabras "primera", "segunda" y "tercera" de forma aleatoria.

Además se incluye como condición para los parámetros que $res(a3-a1, a2-a4) = 0$, donde $res(a, b)$ es un comando que calcula el resto de la división entera entre dos números a y b. Esta condición obliga a que la pendiente de la función sea un número entero.

En la tarea 2, donde el registro principal es un gráfico, la definición de los parámetros pata $a1$ y $a3$ es diferente: $a1$ es un número entero múltiplo de 10 que varían entre 200 y 600 y $a3$ es un número enteros múltiplo de 10 que varían entre 10 y 100. La condición sobre la pendiente es la misma.

Este cambio en los parámetros $a1$ y $a2$ se debe a que el profesor definió el plano cartesiano con un largo y alto fijo, por lo que para que los puntos que daba como datos se pudieran ver, redujo la variabilidad y el orden de magnitud de estos elementos, por lo que son los puntos y la función que se adapta al plano y no a la inversa, tal como se muestra en la figura 5.18.

Al analizar el algoritmo podemos constatar que, al igual que el resto de los profesores antes analizados, este profesor tampoco configuró la malla ni la graduación. Como las dimensiones del plano son fijas, siempre la graduación es de 5 en 5 en el eje horizontal y de 100 en 100 en el eje vertical. Mientras que la malla es de 1 en 1 en ele eje horizontal y de 25 en 25 en el eje vertical, tal como se ve en la figura 5.18.

Ahora mostraremos un análisis particular de cada tarea.

En la **primera tarea**, el profesor pide a los estudiantes la expresión algebraica de la función a parir de información en lenguaje natural, tal como se muestra en la figura.

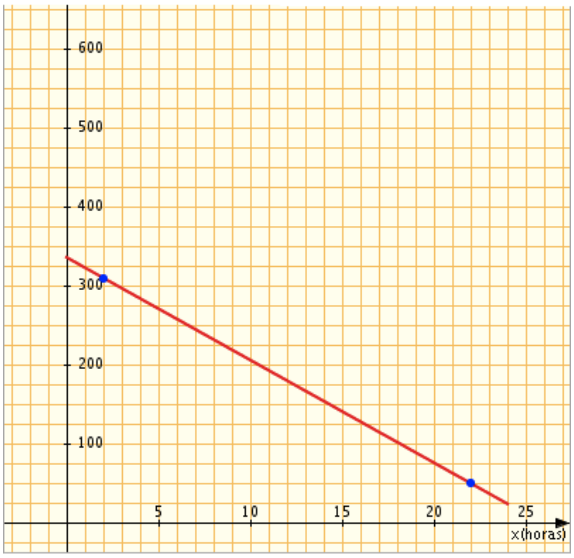


Figura 5.18: Gráfico tarea 2, profesor F, campus II

Después de observar una fotocopiadora automática de trabajo continuo, el técnico descubre que por un defecto de funcionamiento, la producción disminuirá en un número constante de hojas impresas por hora, arrojando 4190 hojas impresas la tercera hora con desperfectos. Si a la hora n° 23 con desperfecto produjo 2510 hojas impresas, determine un modelo lineal que sea capaz de predecir la cantidad de hojas impresas por la fotocopiadora con desperfecto, n en función de la cantidad de horas x.

Observación:

- Recuerda ingresar tu respuesta utilizando el formato de modelo lineal cuya forma es $n(x) = a \cdot x + b$, por ejemplo $n(x) = 15 \cdot x + 19$, utilizando letras minúsculas en la escritura.

Respuesta:

Figura 5.19: Enunciado tarea 1, profesor F, campus II

Para resolverlo, el estudiante debe movilizar algunos elementos del referencial teórico, como la fórmula para calcular la ecuación de una recta a partir de dos puntos (ver ecuación 5.14) o la ecuación principal de una recta (ver ecuación 5.15).

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{5.14}$$

Donde x e y son variables y (x_1, y_1) junto a (x_2, y_2) son puntos conocidos de la recta.

$$y = mx + b \tag{5.15}$$

Donde x e y y a y b son números reales.

Luego, el trabajo queda en el dominio algebraico de simplificación o de solución de un sistema según la fórmula movilizada. El profesor diseñó una retroalimentación donde utiliza la ecuación 5.15 y luego encuentra m y b mediante un sistema de ecuaciones.

En la **segunda tarea**, se pide estimar la imagen de un valor a partir de una función representada de forma gráfica. El enunciado es el mismo que en la primera, solo que se agrega el gráfico. Esto implica que los estudiantes podrían generar la expresión algebraica de la función y luego calcular la imagen o estimarla directamente del gráfico (ver figura 5.18).

El valor sobre el cual debe estimar la imagen es un número aleatorio entero entre 3 y 24. Como la malla en el eje horizontal es siempre de 1 en 1, este valor siempre se encuentra sobre una línea, sin embargo, la imagen de este valor no necesariamente, puesto que en el eje vertical, la malla va de 25 en 25. El margen de error que entrega es de 5 unidades hacia arriba y 5 unidades hacia abajo, lo que dependiendo de la iteración, puede hacer más o menos difícil la estimación, además, este margen de error no se declara en el enunciado.

En esta tarea, si el estudiante usa la gráfica, el trabajo que realiza es principalmente de visualización, donde las líneas de la malla se transforma en una herramienta semiótica. Tal como está configurada, la elección del margen de error puede bloquear este proceso. Además, como se puede observar en la figura 5.20 , el profesor F, al igual que los otros profesores lee de forma exacta el gráfico y no un rango de estimación.

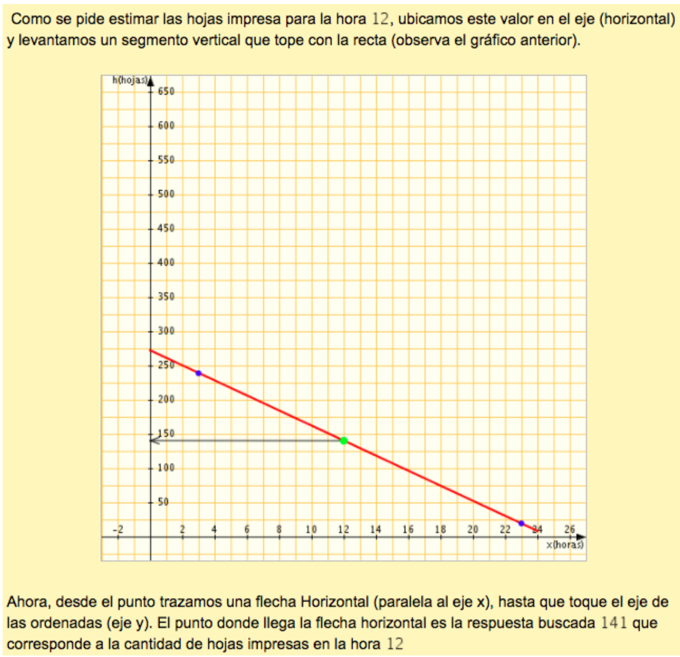


Figura 5.20: Extracto retroalimentación tarea 2, profesor F, campus II

En la **tercera tarea** se pide la imagen de un valor a partir de información dada en lenguaje natural y de la representación gráfica de la función.

Para resolver la tarea, el estudiante puede utilizar la fórmula, interpretando la pregunta que está formulada en términos de la cantidad de hojas que se imprimen después de una cierta cantidad de horas. Una vez que se realiza esta interpretación, el trabajo es de cálculo rutinario. Como los coeficientes son números grandes (debido al contexto), es probable que el cálculo se realice mediante alguna calculadora, en este caso se privilegiaría la dimensión instrumental.

En la **cuarta tarea** se pide calcular el antecedente de un valor a partir de información dada en lenguaje natural. Para resolver la tarea, el estudiante de debe encontrar la función y luego plantear la ecuación, por lo que la tarea 1 está contenida en esta tarea. Una vez que encuentra la función, puede plantear la ecuación y resolverla. Si al resolverla el estudiante evoca propiedades de los números reales, se estará trabajando en el plano semiótico-discursivo, en cambio si el trabajo se hace mediante una técnica rutinizada sin justificación, el trabajo estará más bien en el plano semiótico-instrumental. En la retroalimentación hecha por le profesor se aprecia la segunda opción, ya que resuelve la ecuación pero sin justificar ningún paso.

Finalmente en la **quinta y última tarea** el profesor pide calcular la raíz de una función a partir de información dada en lenguaje natural. Este lo podríamos ver como un caso particular de la tarea 4, puesto que lo que debe hacer el estudiante es calcular la pre-imagen de cero, por lo que el trabajo es similar al de la tarea anterior.

En síntesis, vemos que el profesor utilizó de forma mayoritaria el lenguaje natural como principal registro en las tareas que propuso. En tres de ellas es el único registro y en las otras dos es complementaria del registro gráfico en una y del algebraico en otra.

En el registro gráfico vemos el mismo fenómeno que observamos con el resto de los profesores: se lee le gráfico de forma exacta. Además hay una disminución de la variabilidad de los parámetros para que el gráfico de la función se ajuste al plano cartesiano que se configuró de manera fija.

En cuanto a los números utilizados, vemos que tanto en los parámetros, como en las preguntas y respuestas, todos son números enteros, incluso utiliza una condición para forzar que la pendiente sean números enteros. En este caso el contexto no impone la discretización de todos estos elementos, así que suponemos que es esto viene dado más bien por la influencia del ETM idóneo.

5.9. Síntesis de las tareas diseñadas en la plataforma por los profesores

Las 29 tareas creadas por los 6 profesores, al ser analizadas en su totalidad se observaron una serie de fenómenos que están relacionadas con los contextos elegidos, las funciones utilizadas y sus características, los registros de representación semióticos utilizados en los enunciados y en las retroalimentaciones, los artefactos simbólicos y los elementos del referencial teórico que se movilizan.

5.9.1. Sobre los contextos

En relación a los contextos elegidos, vemos que de los seis profesores, tres (A, D y F) eligieron contextos que denominamos artificiales, puesto que la función elegida para modelizar los fenómenos no puede ser justificada. Los otros tres utilizaron contextos reales, aunque son contextos que se utilizan de forma frecuente en instituciones de educación.

Los contextos, cuando son artificiales, parecen ser más bien una especie de pretexto para poder trabajar con cierto tipo de funciones. El hecho de que la función no se pueda justificar no permite darle sentido a los objetos matemáticos involucrados. Este parece ser el caso de la profesora D, que eligió como contexto la concentración de monóxido de carbono en función de la población y la cantidad de población en función del tiempo, puesto que a pesar que la elección de las funciones no se pueden justificar, la profesora trabajó con números decimales y con una representación gráfica donde muestra un trozo de la función, lo que da la “sensación” de ser artificial.

Por otra parte, tanto los contextos artificiales como los reales, son una fuente de restricciones en los elementos matemáticos involucrados. Por ejemplo, cuando una variable es una cantidad de unidades, necesariamente debe ser discreta, lo que a su vez provoca ciertas incoherencias, como en el caso de la profesora A, que utilizó una representación gráfica continua para un fenómeno discreto. Otra restricción que imponen los contextos, es que el trabajo se realiza generalmente en el primer cuadrante, debido a que las variables deben ser positivas.

Sin embargo, en los casos en que el contexto no impone estas restricciones, los profesores tienden a elegir estos mismos elementos, por ejemplo, los profesores B, C y F utilizaron como variable independiente el tiempo, la cuál, a pesar de ser una variable continua, solo se tomaron valores enteros cuando se utilizó. Otro caso, es la profesora E, cuyo contexto era el de la función utilidad. Esta función comprende en su recorrido números negativos, no obstante, la profesora eligió solamente imágenes positivas.

Frente a todos los fenómenos relacionados con el contexto descritas en los párrafos precedentes, se nos abren una serie de interrogantes. Por una parte, sabemos que el uso de contextos es una restricción institucional y no sabemos si en las tareas habituales de los profesores, el contexto es igual de importante y si se observan los mismos fenómenos.

5.9.2. Sobre los tipos de tareas

Con respecto a los tipos de tarea, si los analizamos de forma global vemos que hay una concentración de ciertos tipos de tarea tal como se puede ver en la tabla 5.1.

Tabla 5.1: Tipos de tareas según tipo de función involucrada

Tipo de función / Tipo de tarea	N	%
Cuadrática	**13**	**100.0 %**
Calcular la imagen de un valor	6	46.2 %
Calcular la pre-imagen de un valor	3	23.1 %
Calcular el vértice de una función	2	15.4 %
Calcular la(s) raíz(ces) de una función	1	7.7 %
Generar expresión algebraica de una función	1	7.7 %
Lineal	**16**	**100.0 %**
Calcular la imagen de un valor	7	43.8 %
Calcular la pre-imagen de un valor	3	18.8 %
Calcular la(s) raíz(ces) de una función	2	12.5 %
Generar expresión algebraica de una función	1	6.3 %
Calcular el intervalo solución de una inecuación	1	6.3 %
Calcular la intersección entre dos curvas	1	6.3 %
Calcular la pendiente de una función	1	6.3 %

Podemos observar que tanto en las funciones cuadráticas como afín, hay una concentración sobre las tareas "Calcular la imagen de un valor" y "Calcular la pre-imagen de un valor", que juntas suman el 77 % y 63 % respectivamente. Esto implica que, potencialmente, el trabajo matemático estará concentrado en dos aspectos específicos y se trabajará sobre todo el aspecto puntual de la función (Vandebrouck, 2011).

Las preguntas que trabajan sobre aspectos globales de la función, como por ejemplo "Calcular el vértice de la función" o "Calcular la(s) raíce(s) de una función" (las cuales según Vandebrouck están relacionadas con propiedades puntuales universales) o "Calcular la pendiente de una función afín", aparecen mucho menos.

Sobre cambios de representación, solo aparece como tarea: "Generar la expresión algebraica de una función" y no aparece por ejemplo, "Graficar una función". Esta último tipo de tarea no puede aparecer en la plataforma, puesto que sus limitaciones técnicas no permiten que el estudiante se acerque al proceso de graficar una función, pero tampoco aparecen preguntas similares como "Elegir el gráfico de una función" a partir de una pregunta de opción múltiple.

Tanto la concentración de ciertos tipos de tareas específicos, como la poca variedad de tipos de tareas o la no aparición de ciertas tareas, no sabemos en qué medida son debido a las limitaciones de la plataforma, por las dificultades instrumentales en el diseño, por las restricciones que imponen los contextos o más bien por influencia del ETM idóneo de los profesores.

5.9.3. Sobre las funciones involucradas y sus características

Como se observó en la tabla 5.1, de las 29 tareas, 13 (44.8 %) trabajan con la función cuadrática y 19 (55.2 %) con la función afín.

En relación a las representaciones utilizadas, estas se distribuyen por función tal como se observa en la tabla 5.2.

Tabla 5.2: Representación semiótica según tipo de función

Tipo de función / Registro semiótico	**N**	**%**
Cuadrática	**13**	**100 %**
Algebraico	9	69.2 %
Gráfico	4	30.8 %
Afín	**16**	**100 %**
Gráfico	7	43.8 %
Algebraico	6	37.5 %
L. Natural	3	18.8 %

Como podemos observar, para el caso de la función cuadrática, la mayoría de las tareas (69.2 %) utilizan como representación principal el registro algebraico y solo 4 tareas utilizan otro registro que es el gráfico.

En la función afín, la situación es distinta, puesto que la representación más usada (por una diferencia leve) es la gráfica con un 43.8 %, seguido de la algebraica con un 37.5 % y finalmente con el lenguaje natural con un 18.8 %.

Como podemos ver, al menos en la plataforma, el uso de los distintos tipos de representación y su frecuencia están relacionados de manera marcada por el tipo de función involucrada. Como analizamos profesor por profesor, pudimos observar que algunos se inclinaron más por un registro que por otro, por ejemplo la profesora B utilizó solo el registro gráfico, la profesora E solo el algebraico, el profesor F privilegió el lenguaje natural y el resto utilizó de forma combinada dos o más registros.

Las tareas donde se trabajaba con el registro algebraico, el trabajo es en general de cálculo rutinario. Se observan indicios de que ciertos elementos son utilizados como artefactos simbólicos. Por ejemplo, la fórmula $\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ se utiliza para resolver una ecuación del tipo $ax^2 + bx + c = 0$, en tareas donde se puede usar una estrategia más eficiente, como es el caso de la profesora A quien utiliza esta fórmula para ecuaciones donde $a \neq 0$ y $c = 0$.

De acuerdo al análisis particular que se hizo de las tareas, nos queremos detener en el registro gráfico, puesto que al observar los algoritmos, se constató que la utilización de este registro implica una serie de decisiones que influyen de manera directa en la actividad potencial matemática del estudiante.

Por una parte, los profesores deben decidir elementos sobre el plano cartesiano sobre el cual se debe trazar la gráfica y por otro lado, decidir las características de la curva que se trazará.

Con respecto a la configuración del plano cartesiano, hubo profesores que fijaron la altura, el ancho y el centro del plano, lo que los obligó a restringir la variabilidad de los parámetros aleatorios, esto se observó de forma clara en los profesores C y F. La profesora B también fijó estos parámetros, pero como todas sus tareas fueron gráficas no se observó de forma explícita una restricción de la variabilidad. Las otras dos profesoras que utilizaron gráfico (A y D), configuraron de forma variable el tamaño del gráfico, de tal forma que la función se adaptara al plano cartesiano y no a la inversa como el resto de los profesores.

Un elemento que ningún profesor configuró, fue la malla y la graduación, lo cual implicó que para las tareas de estimación, la dificultad de la tarea cambiase según la iteración y que la transformación de las líneas de la cuadrícula en herramienta semiótica se viera bloqueada.

Otros fenómenos recurrentes que se observaron con respecto al uso de gráficos, fueron: 1) no se observó una articulación de los gráficos con otros registros, por ejemplo, en una tarea donde aparecía el gráfico, se hacía una lectura de este, pero no se utilizaba como elemento de control para, por ejemplo, comprobar si los cálculos algebraicos estaban dentro de rangos adecuados. 2) Los gráficos se leían de forma exacta, incluso en las tareas de estimación. Esto conjeturamos que está ligado con la dimensión instrumental, puesto que el software de forma interna puede "leer" de forma exacta la imagen o pre-imagen de un valor (puesto que lo hace a través de la definición algebraica), pero en pantalla esto no era posible de hacer.

En general, se observó una serie de tareas donde se privilegia la dimensión semiótica, a través de la visualización de una función representada de forma gráfica. En estas tareas, que en su mayoría son de estimación, se espera que el estudiante se apoye en la cuadrícula del plano cartesiano, como esta fue configurada por defecto pudimos constatar que la dificultad de la tarea cambia según la iteración y que la transformación de la malla en herramienta semiótica se ve bloqueada.

Finalmente, un fenómeno que parece estar ligado a la lectura exacta de los gráficos, pero que es más global aún, es el uso casi exclusivo de números enteros. De los 6 profesores, 5 utilizaron números enteros tanto para los coeficientes de la función, como para los números de las preguntas y respuestas (por ejemplo cuando se pedía calcular la imagen de un valor). Incluso, en algunos casos se ponían restricciones extras para que ciertos elementos como la pendiente o el vértice de una función fuesen valores enteros. Solo una profesora uso números decimales en los coeficientes, pero en los números de las preguntas, los valores que entregó fueron todos números enteros.

Con respecto a esto último, teniendo en cuenta que se puede trabajar con distintos tipos de números, conjeturamos que se debe a la influencia del ETM idóneo principalmente.

Otro fenómeno que se desprende de los análisis, es que la dimensión discursiva aparece de forma poco frecuente, puesto que en las tareas, los procesos de resolución no son justificados y se recurre más bien a algoritmos rutinarios. Estos algoritmos al no tener justificaciones implican que los estudiantes difícilmente pueden establecer estrategias de control.

5.10. Conclusión del capítulo

En este capítulo se hizo un resumen de los análisis a las 29 tareas diseñadas por 6 profesores de 6 campus de Inacap.

Al hacer un análisis particular de cada tarea observamos una serie de fenómenos recurrentes en las elecciones que realizaron los profesores sobre el diseño de estas.

En primer lugar, al menos la mitad de los profesores eligieron contextos artificiales. El resto utilizó contextos reales pero que son comunes en los libros de matemáticas con aplicaciones.

La denominación de contexto artificial la realizamos cuando se elige una función para modelar un fenómeno y esta elección no se puede justificar.

Las elecciones con respecto a los contextos no creemos que se deban a fenómenos de naturaleza instrumental, pero si a restricciones de tipo institucional. No sabemos si la imposición en el proyecto SEDOL-M de diseñar y programar tareas contextualizadas llevó a los profesores a "vestir" tareas matemáticas con un contexto o esto es más bien parte de su ETM idóneo.

En segundo lugar, se observó una concentración de dos tipos de tareas: "Calcular la imagen de un valor" y "Calcular la pre-imagen de un valor"; poca variedad en los otros tipos de tareas propuestos en la plataforma y ausencia de algunos tipos de tareas, como por ejemplo, "Graficar una función". Estos fenómenos no sabemos en qué medida se deben a limitaciones de la plataforma, limitaciones en la expertis de los profesores para aprovechar las opciones del software o son mas bien elecciones influenciadas por el ETM idóneo.

En tercer y último lugar, observamos fenómenos ligados a las funciones elegidas, sus representaciones y características.

Observamos que en el caso de la función cuadrática, el registro más utilizado es el algebraico. Estas tareas trabajan cálculos rutinarios, donde se observan indicios que las fórmulas se evocan como artefactos simbólicos. El otro registro utilizado (con cerca del 30 %) en las funciones cuadráticas es el gráfico, en estas tareas el trabajo es más bien de visualización y la génesis semiótica es privilegiada.

En las tareas que trabajan con la función afín, los registros más utilizados son el gráfico y el algebraico (con una leve preponderancia del gráfico) y también aparecen algunas tareas (cerca del 20 %) que trabajan con lenguaje natural. Al igual que en las tareas con funciones cuadráticas, en las tareas algebraicas se trabaja principalmente la dimensión instrumental, al igual que en las tareas con lenguaje natural, puesto que estas tareas buscan trabajar ciertas fórmulas (como el de la pendiente o la ecuación de una recta).

Tanto en las funciones cuadráticas como afín, en las tareas en que aparecen tanto el registro algebraico como gráfico, no se observa una articulación entre ellos y se trabajan de forma independiente. También se observó que en las retroalimentaciones el registro gráfico fue leído de forma exacta, lo que a su vez también puede provocar un bloqueo en el proceso de visualización.

En los párrafos precedentes se mencionó que se privilegiaba la dimensión instrumental y semiótica, en cambio la dimensión discursiva aparece de forma débil y se evoca en pequeños pasajes de algunas retroalimentaciones.

Otro característica recurrente fue el uso de números enteros en los coeficientes de las funciones, en los números de las preguntas y respuestas de las tareas e incluso la utilización de condiciones específicas para que algunos elementos como el vértice o la pendiente sean números enteros. Este fenómeno suponemos que se debe más a la influencia del ETM idóneo que a limitaciones en la expertis en programación, puesto que agregar condiciones implica ir un paso más allá en los algoritmos diseñados.

Ahora necesitamos analizar las tareas habituales que utilizan los profesores en sus clase de tal forma de estudiar en qué medida los fenómenos observados se deben a limitaciones de la plataforma, de la expertís de los profesores al programar o a la influencia del ETM idóneo. En otras palabras, no sabemos si los profesores diseñaron las tareas con esta características porque es lo que se podía hacer, lo que ellos podían hacer o lo que ellos creían que era correcto hacer.

Capítulo 6

Tareas habituales profesores diseñadores

Contenido

6.1. Introducción al capítulo

En este capítulo se caracterizarán las tareas habituales en la unidad de funciones polinómicas de tres profesoras, que denominamos B, D y E.

Recordemos que esta caracterización tiene por objetivo poder determinar las fuentes de influencia en las decisiones que los profesores diseñadores realizaron durante la creación de las tareas en la plataforma.

En el capítulo anterior, el análisis de las tareas de la plataforma y de los algoritmos que las definen, nos permitió observar una serie de fenómenos, entre los que destacamos, la concentración de algunos tipos de tareas como: "calcular una imagen de un valor" o "calcular la pre-imagen de un valor"; el privilegio que se le da al uso del registro algebraico y el uso casi exclusivo de números enteros, tanto para los parámetros libres, como aquellos en los que se condicionaban los algoritmos para forzar un resultado entero y también el uso de la contextualización artificial.

Por lo anterior, para cada profesora, se realizará un análisis general, tomando en cuenta estos elementos, es decir, se analizarán los tipos de tareas que trabajó, los registros y características de las funciones utilizadas en los enunciados de las tareas y la contextualización.

Para realizar esta caracterización, se utilizarán como fuentes de datos los registros de todas las clases que las profesoras realizaron en la unidad de funciones polinómicas en alguno de los cursos que dictaron durante el semestre donde se tomaron datos.

Primero, se hará una descripción general de las clases, las cuales se dividen en episodios. Luego, se realizará un análisis general de las tareas propuestas por la profesora y finalmente, a partir de este análisis general, se elegirán algunos episodios para hacer un análisis particular del ETM movilizado por las tareas propuestas por la profesora.

A partir del análisis general, se eligiran algunos episodios para realizar un análisis particular. Para la elección de los episodios se utilizó como criterio que el conjunto de los episodios elegidos abarquen la mayoría de los tipos de tareas trabajados por las profesoras.

En cada uno de los episodios, se analizará el ETM movilizado por la profesora, particularmente las dimensiones privilegiadas: semiótica, instrumental o discursiva y los planos verticales trabajadas: semiótica-instrumental, semiótica-discursiva e instrumental-discursiva.

Con estos dos análisis se espera caracterizar las tareas habituales y el ETM idóneo de las profesoras diseñadoras, para poder compararlas con las tareas diseñadas en la plataforma y comprender de mejor forma las decisiones que tomaron en su concepción.

6.2. Profesora B

La profesora B, del campus I, realizó 5 clases (C1, C2, C3, C4 y C5) sobre la unidad “Funciones polinómicas” y cada una de estas duró aproximadamente 135 minutos. Cada clase fue separada en episodios (E1, E2, ..., E9) y a su vez, en cada episodio se determinó su objetivo general y su tiempo de duración. El resumen de esta información se detalla en la tabla 6.1.

Tabla 6.1: Resumen episodios profesora B

Objetivo episodio	**Minutos dedicados**	**% Dedicado**
Ejemplificar/Ejercitar	344,4	72 %
Resumir/Repasar contenidos	69,3	15 %
Definir/formalizar	57,7	12 %
Responder dudas	3,8	1 %
Total general	**475,0**	**100 %**

En la tabla podemos ver que en la mayor parte de las clases (72 %) el trabajo es de ejemplificación y/o ejercitación, en estos episodios la profesora propone tareas que los estudiantes deben resolver. La siguiente actividad más importante de la clase fue el resumir o repasar contenidos formales (15 %), es decir, la profesora no propone tareas específicas, sino que escribe teoremas y fórmulas que ya ha presentado en los episodios definir/formalizar (12 % de las clases). Finalmente, el tiempo dedicado a responder dudas es casi marginal (1 %).

A continuación, se detallará un análisis general de las tareas propuestas por la profesora, tomando en cuenta los tipos de tareas propuestos, las funciones involucradas: los registros utilizados y sus características y la utilización de contextos en las tareas.

6.2.1. Análisis general de las tareas de la profesora B

En este análisis general de las tareas, se hará una síntesis acerca de los tipos de tareas utilizados por la profesora B durante la clase, los registros utilizados según tipo el tipo de función utilizado en la tarea y los tipos de números utilizados en los coeficientes de las funciones, en los números de las preguntas y de los objetos que componen la respuesta, finalmente se hará un análisis general de los contextos utilizados.

Tipos de taras según tipo de función

Durante las clases analizadas, la profesora B propuso 39 tareas, de las cuales, la mayoría (64,1 %) corresponden a tareas sobre la función afín y el 33,3 % restante a tareas sobre la función cuadrática. Solo hay una tarea en la que se pide determinar si algunos gráficos de relaciones representan o no una función, estos gráficos son bastantes diversos por lo que el tipo de función se clasificó como “otra”. El detalle se muestra en la tabla 6.2. En casi todas las tareas solo aparece una sola función.

En la tabla, se observa además que el tipo de tarea privilegiado cambia según el tipo de función. En la función afín los tipos de tareas más utilizados son “Graficar una función” (28,0 %), “Calcular la imagen de un valor” y “Generar la expresión algebraica de una función” (20 % cada una) y “Calcular las raíces de la función” (12,0 %), las que suman 20 tareas (cerca de un 80 % del total).

En cambio, en la función cuadrática, los tipos de tareas más utilizados son “Calcular la imagen de un valor” (30,8 %), “Calcular el vértice de la función” (23,1 %) y “Calcular las raíces de una función” (15,4 %).

Tabla 6.2: Tipos de tareas según función de la profesora B

Tipos de tareas	**Todas**		**Afín**		**Cuadrática**	
	N	**%**	**N**	**%**	**N**	**%**
Calcular la imagen de un valor	9	22,5 %	5	20,0 %	4	30,8 %
Graficar una función	8	20,0 %	7	28,0 %	1	7,7 %
Calcular las raíces de una función	5	12,5 %	3	12,0 %	2	15,4 %
Generar la expresión algebraica de una función	5	12,5 %	5	20,0 %		
Calcular el vértice de una función	3	7,5 %			3	23,1 %
Calcular la pre-imagen de un valor	2	5,0 %	1	4,0 %	1	7,7 %
Calcular la intersección con el eje y	2	5,0 %	1	4,0 %	1	7,7 %
Calcular la pendiente de una función	2	5,0 %	2	8,0 %		
Calcular el ángulo entre una recta y el eje x	1	2,5 %	1	4,0 %		
Determinar la concavidad	1	2,5 %			1	7,7 %
Determinar si una relación es función	1	2,5 %				
Total general	**39**	**100 %**	**25**	**100 %**	**13**	**100 %**

En ambos tipos de funciones las tareas privilegiadas están asociadas con fórmulas de aplicación directa. También podemos apreciar que hay varios tipos de tareas que son utilizados en ambos tipos de funciones, como por ejemplo,"Calcular la imagen de un valor" o "Calcular las raíces de la función".

No obstante, hay varios tipos de tareas que se utilizan exclusivamente con un tipo de función particular. En el caso de la función afín, los tipos de tarea "exclusivos" son "Generar la expresión algebraica de una función", "Calcular la pendiente de una función" y "Calcular el ángulo entre una recta y el eje x". En el caso de los dos últimos tipos de tarea, es natural que se trabajen solo con la función afín, pero para el tipo de tarea: "Generar la expresión algebraica de una función", su ausencia para la función cuadrática puede deberse a la dificultad que podría significar para los estudiantes este tipo de tarea.

Por otro lado, en el caso de la función cuadrática, los tipos de tarea que le son exclusivas son "Calcular el vértice de la función", "Determinar la concavidad" y "Calcular la intersección entre dos funciones". En los dos primeros casos, esto viene dado por el tipo de función particular y en el último caso, podría resultar más extraño, puesto que este tipo de tarea es más sencillo en la función afín, no obstante, esa tarea en particular fue extraída de la plataforma para ser utilizada en clases.

En síntesis, podemos ver que el objeto matemático influencia los tipos de tareas privilegiados y a su vez provoca, dada la naturaleza del objeto y la posible dificultad, que ciertos tipos de tarea aparezcan de forma exclusiva para un tipo de función o para el otro.

Registros y características de las funciones en los enunciados

En la subsección anterior, pudimos observar que los dos tipos de funciones que se trabajan en los distintos tipos tareas son solamente la función afín y cuadrática. En esta subsección mostraremos de forma general, los registros privilegiados según el tipo de función y las características de las funciones trabajadas.

Como nuestro objetivo es caracterizar las tareas habituales de los profesores para compararlas con las tareas propuestas en la plataforma y sobre todo con los fenómenos observados en su diseño, analizaremos particularmente, la naturaleza de los números utilizados en las tareas y el uso que se hace del registro gráfico.

Para comenzar, en la tabla 6.3 se muestra el resumen de los registros utilizados según el tipo de función.

En la tabla se puede observar que, en ambos tipos de funciones, el registro que

[1] En estas tareas la profesora dibuja un plano cartesiano y en el un par de puntos junto a sus coordenadas. A pasar de que está en un soporte gráfico, se identificó como "Coordenadas en el plano" porque la gráfica de la función no aparece.

Tabla 6.3: Registros utilizados según función por la profesora B

Registro	**Afín**		**Cuadrática**	
	N	%	N	%
Algebraico	11	48 %	12	92 %
Lenguaje natural	7	28 %		
Coordenadas en el plano[1]	3	12 %		
Gráfico	2	8 %	1	8 %
Tabla de valores	1	4 %		
Total general	**25**	**100 %**	**13**	**100 %**

más se privilegia es el algebraico, aunque de manera mucho más marcada en la función cuadrática donde 13 de 14 tareas utilizaron este registro para la representación de la función en el enunciado y solo una el registro gráfico.

En cambio, para la función afín, a pesar de que la mayoría de las tareas también se representa algebraicamente en el enunciado, un poco más del 50 % de las tareas utiliza otros registros, como el lenguaje natural (28 %), coordenadas en el plano (12 %), gráfico (8 %) y tabla de valores (4 %).

Por último, en relación a los gráficos, estos son muy poco utilizados por la profesora. Por una parte, hay solo tres tareas que utilizan como representación de las funciones un gráfico y estos son: "Calcular la pendiente de una función", "Generar la expresión algebraica" y "Calcular la imagen de un valor". Cabe destacar que estas tres tareas fueron extraídas por la profesora desde la plataforma. Estas tareas fueron caracterizadas en el análisis que se hizo de estas preguntas en el capítulo 5.

Por otra parte, están los gráficos que aparecen como respuesta a las tareas del tipo: "Graficar una función", de las cuales 8 son sobre función afín y 1 es sobre función cuadrática (ver tabla 6.2).

Salvo en las preguntas que vienen de la plataforma, se observa que los gráficos son utilizados como "producto final" y no como una representación de la cual se puede extraer información para resolver un problema o estudiar a la función de una forma que no permiten los otros registros.

Por otro lado, en la tabla 6.4 se resume la información sobre la naturaleza de los números utilizados en los coeficientes de la función, en las preguntas y en las respuestas de cada una de las tareas que la profesora B trabajó en la clase.

En el caso de los coeficientes de las funciones utilizados en los enunciados de las tareas, vemos que en la función afín, la totalidad de las funciones trabaja con coeficientes enteros. Por otra parte, en la función cuadrática, también se utiliza mayoritariamente los números enteros, sin embargo, también aparecen otros tipos de números: 5 tareas (de 13) con coeficientes decimales y una con fracciones.

Tabla 6.4: Naturaleza de números utilizados en las tareas de la profesora B

	En coeficientes		**En preguntas**		**En respuestas**	
Afín	N	%	N	%	N	%
Enteros	23	100 %	4	100 %	22	96 %
Decimales					1	4 %
Total Afín	**23**	**100 %**	**4**	**100 %**	**23**	**100 %**
Cuadrática	N	%	N	%	N	%
Enteros	8	57 %	5	100 %	9	69 %
Decimales	5	36 %			4	31 %
Fracciones	1	7 %				
Total cuadrática	**14**	**100 %**	**5**	**100 %**	**13**	**100 %**

Por otro lado, solo hay dos tipos de tareas que utilizan números en sus enunciados: “Calcular la imagen de un valor” y “Calcular la pre-imagen de un valor” y por esto son solo 9 tareas que aparecen en el conteo total, 4 para la función afín y 5 para la cuadrática y en todas se usan solo números enteros.

Finalmente, los números utilizados en los objetos de las respuestas, en el caso de la función afín, casi la totalidad de las tareas usan solo números enteros. El único caso que usa decimales es el tipo de tarea “Calcular el ángulo que se forma entre el eje x y la recta” y por la naturaleza misma de la tarea se obtiene un decimal como resultado. En el caso de la función cuadrática, aparece mayoritariamente el uso de números enteros con un 69 %, el resto de las preguntas utilizan coeficientes decimales en 4 tareas, que a su vez, son las mismas (salvo 1) que utilizaron decimales en los coeficientes de la función del enunciado.

Contextualización

Otro elemento que se analizó fue el de la contextualización de las tareas habituales y si el contexto elegido por la profesora B era real o artificial. La información se resume en la tabla 6.5.

Como podemos ver, en el caso de la función afín, un poco más de la mitad (52,0 %) de las tareas son no contextualizadas y de las restantes que sí lo son, la mayoría utilizan un contexto real (32,0 %). En el caso de la función cuadrática, la

Tabla 6.5: Contextualización de según tipo de función por la profesora B

Contextualización	**Afín**		**Cuadrática**	
	N	**%**	**N**	**%**
No	13	52,0 %	4	30,8 %
Artificial	4	16,0 %	4	30,8 %
Real	8	32,0 %	5	38,5 %
Total general	**25**	**100,0 %**	**13**	**100,0 %**

mayoría de las tareas son contextualizadas y a su vez, la mayoría de estas tareas utilizan un contexto real.

De las tareas contextualizadas hay que destacar que la mayoría fueron extraídas de la plataforma, tal como se resume en la tabla 6.6.

Tabla 6.6: Origen de las tareas contextualizadas trabajadas por la profesora B

Origen de las tareas	**Afín**	**Cuadrática**	**Total general**
No plataforma	5		5
Plataforma	7	9	16
Total general	**12**	**9**	**21**

Las tareas de la plataforma fueron presentadas a los estudiantes mediante dos guías impresas, una para función afín, entregada durante la tercera clase y otra para función cuadrática, entregada en la quinta clase (ver anexo B.1 en la página 337).

Las tareas contextualizadas que fueron elegidas de la plataforma utilizan tanto contextos artificiales como reales y durante las clases no se observó que la profesora reparara en estos o los intentara justificar.

Otro elemento que hay que destacar es que la extracción de la plataforma de estas tareas se vio forzado por la petición expresa de los alumnos a hacerlo, lo que ocurrió en el primer episodio de la clase 2. Durante este episodio, los alumnos reclamaron que en las unidades anteriores, en la plataforma habían aparecido preguntas que se resolvían con herramientas que no se habían visto en clases:

> **06:15|A:** Yo solo le dije que la guía de ahora estaba súper complicada y que hoy día íbamos a hacer un repaso para poder entender un poco y ahora me dice que no

La profesora, durante esta discusión mostró un poco de resistenacia a hacer lo que solicitaban los estudiantes, pero finalmente apareció con la esta guía a la clase siguiente.

6.2.2. Análisis particular de las tareas de la profesora B

En la sub-sección anterior se hizo un análisis general de las tareas trabajadas por la profesora B en las clases, el cuál nos dio un panorama de las tareas habituales que utiliza. Ahora analizaremos algunos episodios particulares para estudiar de forma más profunda cómo se trabajan las tareas habituales en las clases de la profesora B.

Las tres primeras clases son sobre la función afín, en las cuales se identificaron 9 episodios y en cada uno la profesora trabaja uno o más tipos de tareas. De los 9 que trabajó se eligieron 4 que cubren todos los tipos de tareas trabajados en clases: el episodio 3 de la clase 1 (C1-E3), el episodio 2 de la clase 2 (C2-E2) y el episodio 4 de la clase 3 (C3-E4).

En algunos de estos episodios elegidos hay tipos de tareas que se repiten entre sí, pero en cada uno hay al menos un tipo de tarea nuevo en relación al resto.

En las dos últimas clases se trabaja la función cuadráticay contienen solo 3 episodios, en dos de de los cuales se ven todos los tipos de tareas distintos sobre función cuadrática. Por lo tanto, los episodios elegidos son: el primer episodio de la clase 4: C4-E1 y el segundo episodio de la clase 5: C5-E2.

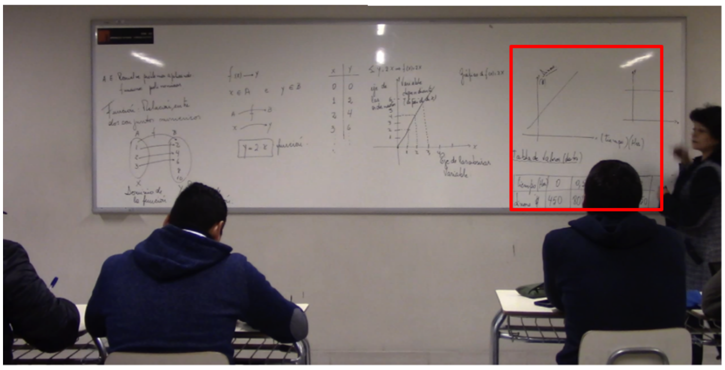
Función afín C1-E3: precio del estacionamiento en función del tiempo

En este episodio la profesora da un ejemplo del precio de un estacionamiento en función del tiempo, y les pide a los estudiantes, graficar la función correspondiente. Les indica que pueden utilizar una tabla de valores y luego les pide las imágenes de 4 valores. En la figura 6.1 (parte izquierda) se muestra una fotografía de la clase y en la parte derecha se muestra una reproducción del rectángulo marcado en pizarra donde se pueden observar las representaciones utilizadas por la profesora.

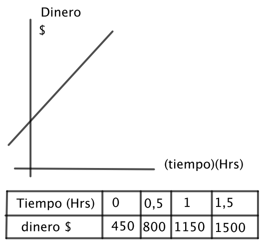
La profesora entrega el enunciado de forma oral:

> ***19:35/P:*** *Ya ¿cómo graficarían lo siguiente? por ejemplo, nosotros andamos en el centro, necesitamos estacionar, nos metemos en un estacionamiento, por entrada $450, supongamos, no es real, y por cada media hora que pasa $350 más.*
>
> ***19:50/P:****Podríamos llevarlo a una tabla de valores ¿cierto? de datos, ya, esta tabla, la voy a hacer hacia al lado por problemas de espacio ¿ya?*

Como podemos observar, esta es una tarea sobre un cambio de registro: de lenguaje natural a gráfico. Para resolverla, la profesora les propone construir una tabla de valores. A su vez, esta tabla la construye a partir del cálculo de la imagen de cuatro valores.



(a) Fotografía de la solución de la profesora de las tareas de este episodio



(b) Reproducción del rectángulo marcado en la fotografía

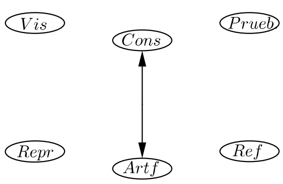
Figura 6.1: Episodio 3, clase 1, profesora B

La profesora solicita de forma oral la imagen de cuatro valores: $t = 0[h], t = 0,5[h], t = 1[h]$ y $t = 1,5[h]$, en este caso, propone realizar estos cálculos de forma mental. Podemos concluir que este trabajo es de tipo instrumental y es más que nada aritmético y la función utilizada queda implícita.

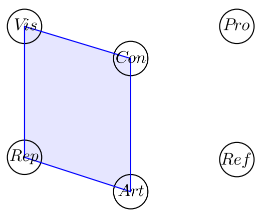
Este es uno de las pocas tareas donde utiliza números decimales debido a la conversión de la unidad de tiempo: $30[min]$ en $0,5[h]$ y dados los datos iniciales elegidos, estos decimales no presentan dificultades en los cálculos.

A partir de estos cálculos se confecciona la tabla de valores, la cuál es un registro semiótico particular, pero en este caso es utilizado como artefacto simbólico, el cuál sirve finalmente para colocar los puntos sobre el plano cartesiano y graficar la función, por lo tanto se trabaja en el plano semiótico-instrumental.

La circulación de esta tarea se resume en la figura 6.2.



(a) Calcular la imagen de un valor

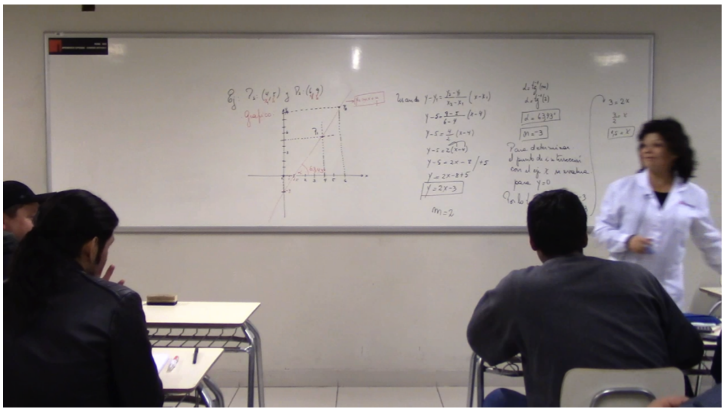


(b) Graficar mediante tabla de valores

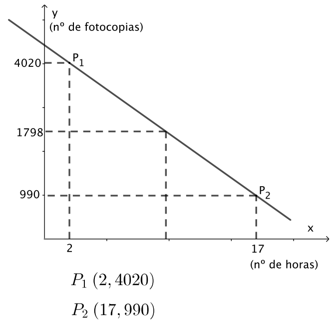
Figura 6.2: Circulación ETM Episodio 3, clase 1, profesora B

Función afín C2-E2: calcular la ecuación de una recta dados dos puntos

En este episodio, la profesora da las coordenadas de dos puntos del plano, grafica la función y pide calcular ecuación de la recta, el ángulo entre la grafica de la recta y el eje x, la pendiente y la intersección con los ejes. La solución que realiza la profesora se muestra en la fotografía de la izquierda de la figura 6.3, mientras que en la imagen de la derecha de esta misma figura, se reproducen los elementos que aparecen en el gráfico.



(a) Fotografía de la solución de la profesora de las tareas de este episodio



(b) Reproducción del gráfico dibujado por la profesora

Figura 6.3: Episodio 2, clase 2, profesora B

Para comenzar, la profesora entrega el enunciado de forma oral:

> ***35:58/P:*** *Por ejemplo, si el punto uno tiene coordenadas* $(4, 5)$ *y el punto dos tienen coordenadas* $(6, 9)$ *dos puntos cualesquiera, esta ecuación que tiene este formato es la ecuación (apunta hacia la fórmula escrita en la pizarra) que yo la puedo obtener a través de dos puntos.*

Primero ubica los puntos $P_1 : (4, 5)$ y $P_2 : (6, 9)$ en un plano cartesiano que construye en la pizarra y luego traza la gráfica de la recta que pasa por esos dos puntos, por lo que está activando la dimensión semiótica.

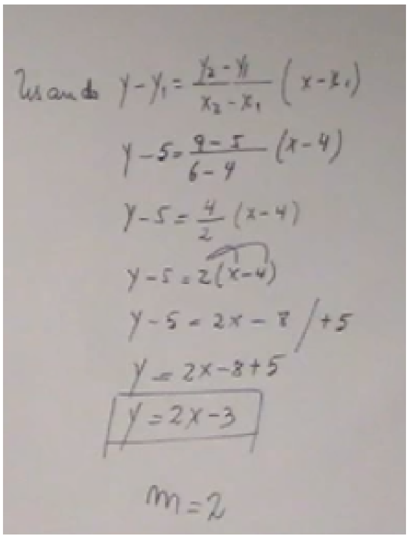
Para calcular la ecuación de una recta a partir de dos puntos, reemplaza los valores en la ecuación 6.1.

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{6.1}$$

En este caso, la fórmula funciona como artefacto simbólico, por lo tanto, se activa la dimensión instrumental.

Cabe observar que la notación funcional no se utiliza y es más bien en el subdominio de geometría analítica donde se trabaja.

Otro elemento a destacar es que los coeficientes que componen las coordenadas de los puntos son números enteros, y la pendiente obtenida también es un número entero, tal como se muestra en la figura 6.4, lo que implica que las operaciones algebraicas y aritméticas para expandir los paréntesis y simplificarlos es más sencilla si se compara con el mismo desarrollo que involucre fracciones.



(a) Fotografía de la extraída de la pizarra

Usando $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$$y - 5 = \frac{9 - 5}{6 - 4}(x - 4)$$

$$y - 5 = \frac{4}{2}(x - 4)$$

$$y - 5 = 2(x - 4)$$

$$y - 5 = 2x - 8 \;/ + 5$$

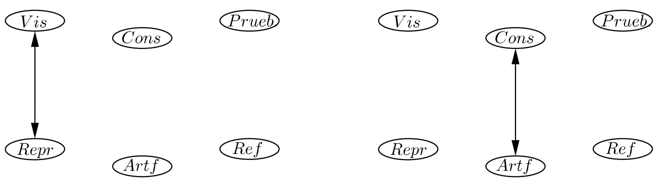
$$\boxed{y = 2x - 3}$$

$$m = 2$$

(b) Reproducción de la fotografía

Figura 6.4: PB-C2-E2: generar la expresión algebraica

La circulación del ETM en esta tarea se puede resumir en la figura 6.5



(a) Graficar puntos y recta en el plano

(b) Obtener ecuación de la recta

Figura 6.5: Circulación ETM Episodio 3, clase 1, profesora B, parte 1

Una vez que tiene la ecuación de la recta, hace una serie de preguntas (todas de forma oral) sobre los elementos asociados a la función afín.

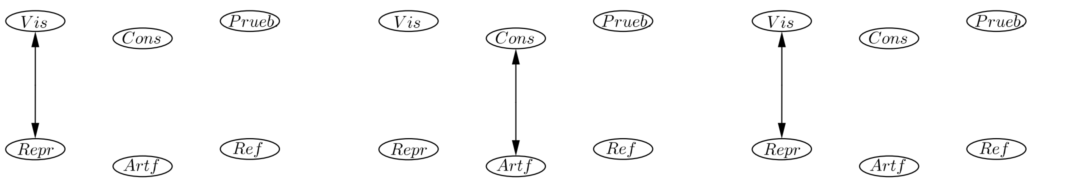
Primero les pregunta por la pendiente y el ángulo que forma la recta con el eje x e inmediatamente ella misma responde:

> ***47:25/P:*** *¿Cuánto vale la pendiente? Chicos ese es una m ¿Ya? es una m de pendiente $m = 2$ y eso significa que el ángulo alfa lo calculo ¿cómo? Tangente a la menos 1 de 2 ¿cierto? Porque ya lo borré, pero habíamos dicho que el ángulo era tangente a la menos 1 de la pendiente y eso es tangente a la menos 1 de 2.*

Para la pendiente, la profesora simplemente les indica que es el coeficiente que acompaña al eje x en la ecuación de la recta, por lo tanto, es la dimensión semiótica la que se activa.

Para el cálculo del ángulo, los estudiantes obtienen el valor usando la calculadora, lo cual activa la dimensión instrumental. Una vez calculado el ángulo, lo ubica en el gráfico, entonces es el plano semiótico-instrumental el que se activa.

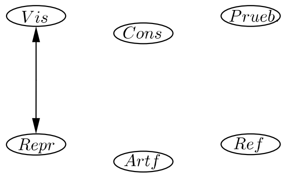
La circulación activada dentro del ETM por estas dos tareas se esquematiza en la figura 6.6.



(a) Identificar pendiente (b) Calcular ángulo recta-eje x (c) Dibujar ángulo en el plano

Figura 6.6: Circulación ETM Episodio 4, clase 3, profesora B, parte 2

Luego les pide identificar, en la ecuación, el coeficiente de posición, indica que corresponde a la intersección de la recta con el eje y y lo ubica en el gráfico. En esta tarea es la dimensión semiótica la que se activa (ver figura 6.7) coordinando tanto el registro algebraico como el gráfico.



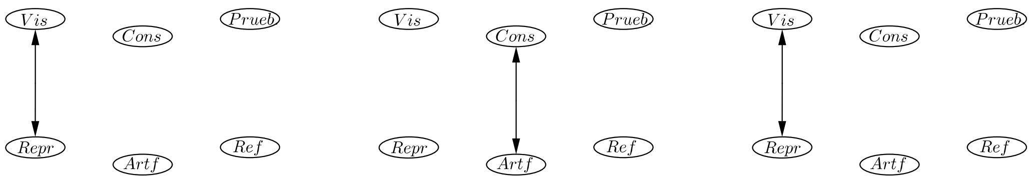
(a) Intersección con eje y

Figura 6.7: Circulación ETM Episodio 4, clase 3, profesora B, parte 3

Finalmente pregunta por la intersección con el eje x. Para resolver esta tarea, se apoya en el gráfico para indicar que la intersección se obtiene cuando la coordenada $y = 0$, lo cual le permite plantear la ecuación $2x - 3 = 0$. La resuelve y obtiene como solución $x = 1,5$. Por último ubica este valor en el plano cartesiano donde está graficada la recta.

En términos del ETM podemos ver que parte en la dimensión semiótica, luego se activa la dimensión instrumental, donde la ecuación se resuelve mediante un algoritmo que es utilizado como artefacto simbólico y finalmente vuelve a trabajar con la dimensión semiótica al ubicar el resultado en el plano.

Una síntesis de la circulación del ETM que se produce a partir de esta tarea se resume esquemáticamente en la figura 6.8.



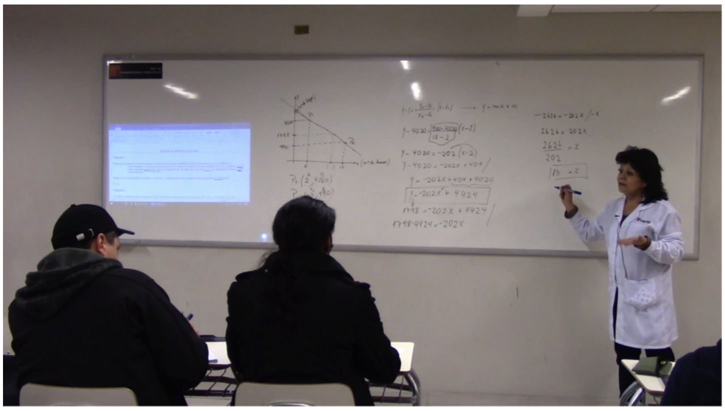
(a) Plantear ecuación (b) Resolver ecuación (c) Dibujar resultado en el plano

Figura 6.8: Circulación ETM Episodio 3, clase 1, profesora B, parte 4

Función afín C3-E4: calcular pre-imagen fotocopia en mal estado

Todos los episodios de esta clase se realizan a partir de una guía de trabajo impresa que entrega la profesora con 6 tareas contextualizadas. Todas las tareas fueron extraídas de la plataforma.

En la primera tarea, se solicita calcular la pre-imagen de un valor y los datos se dan en lenguaje natural. Para resolver la tarea, la profesora primero grafica los datos en un plano cartesiano. Luego, mediante la ecuación punto-punto obtiene la ecuación de la recta que modeliza el problema y finalmente plantea la ecuación y determina la pre-imagen solicitada. En la parte izquierda de la figura 6.9 se muestra una imagen de la clase que resume este episodio y en la parte derecha se muestra una reproducción del gráfico hecho por la profesora en la pizarra.



(a) Fotografía de la solución de la profesora de las tareas de este episodio

Usando $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$$y - 5 = \frac{9-5}{6-4}(x-4)$$

$$y - 5 = \frac{4}{2}(x-4)$$

$$y - 5 = 2(x-4)$$

$$y - 5 = 2x - 8 \; / + 5$$

$$\boxed{y = 2x - 3}$$

$$m = 2$$

(b) Reproducción del desarrollo para obtener la ecuación de la recta y su pendiente

Figura 6.9: Episodio 4, clase 3, profesora B

Para comenzar, la profesora entrega el enunciado en una guía y lo proyecta en la pizarra, el cuál se muestra en la figura 6.10.

Pregunta 1

Después de observar una fotocopiadora automática de trabajo continuo, el técnico descubre que por un defecto de funcionamiento, la producción disminuirá en un número constante de hojas impresas por hora, arrojando 4020 hojas impresas la segunda hora con desperfectos. Se sabe que a la hora n° 17 con desperfecto produjo 990 hojas impresas.

Desde que la fotocopiadora comenzó a funcionar, ¿Cuántas horas han pasado hasta que imprime 1798 hojas?

R: 13

Figura 6.10: Enunciado PB-C3-E4

La tarea pide calcular la pre-imagen de un valor, pero como los datos vienen en lenguaje natural, lo primero que la profesora hace es colocarlos en un gráfico y trazar la recta que pasa por ellos, entonces es la dimensión semiótica la que se activa.

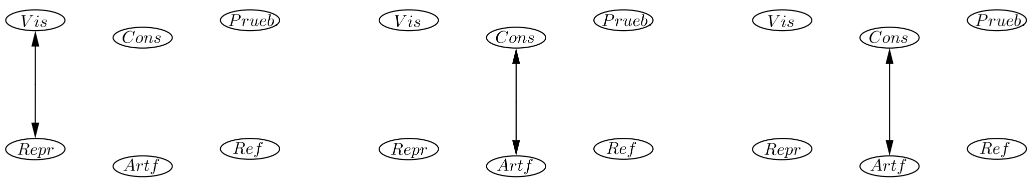
Luego, utiliza la fórmula para obtener la ecuación de una recta a partir de dos puntos (ver ecuación 6.1 de la página 163), este proceso es muy similar al descrito en el análisis del episodio 6.2.2, por lo que se trabaja la dimensión instrumental.

De hecho, al igual que en ese episodio, los coeficientes de las coordenadas de los puntos, la pendiente de la ecuación y por ende los coeficientes de la recta resultante son números enteros.

Finalmente, una vez que obtiene la ecuación de la recta, plantea la ecuación y despeja la incógnita de forma algorítmica. Este algoritmo se puede interpretar como un artefacto simbólico, por lo que en esta parte se trabaja nuevamente la dimensión instrumental.

Es importante señalar que la profesora no realiza una coordinación entre el registro gráfico de la recta y la solución encontrada, es decir, traza el gráfico, obtiene la ecuación de la recta, plantea la ecuación y obtiene la pre-imagen y cuando pasa de una tarea a otra no se apoya en la anterior. Por ejemplo, podría haber utilizado el gráfico para estimar el rango en el que se debería encontrar la solución antes de resolverla o una vez resuelta la ecuación podría haber colocado imagen y pre-imagen en el gráfico para coordinar ambos registros, pero no lo hizo.

Utilizando el esquema del ETM, la circulación que se hace en este episodio se resume en la figura 6.11.



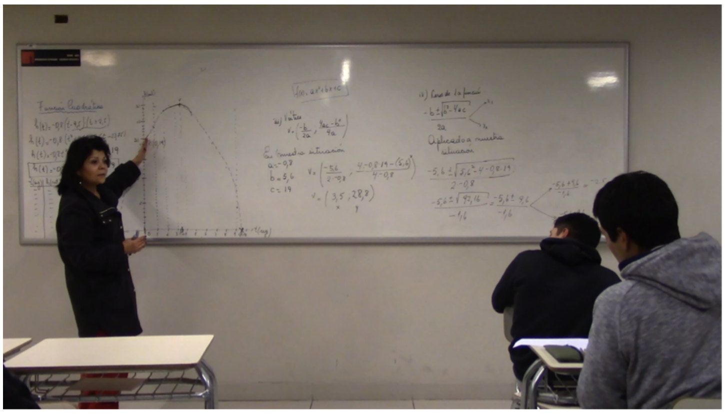
(a) Graficar puntos (b) Generar expresión algebraica (c) Resolver ecuación

Figura 6.11: Circulación ETM Episodio 4, clase 3, profesora B

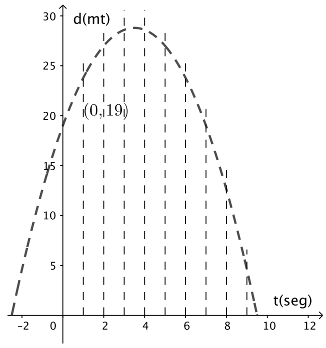
Función cuadrática C4-E1: lanzamiento de un objeto

La profesora diseña un documento en el que propone una serie de tareas que utiliza para introducir las funciones cuadráticas dentro del contexto de la modelización de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Las tareas que propone son las siguientes: calcular la imagen de un valor, calcular el máximo de la función, calcular las raíces de la función y graficar la función. En la figura 6.12 se observa una foto de la clase donde aparece, en la pizarra, gran parte de la solución que la profesora dio a las tareas que propuso.



(a) Fotografía de la solución de la profesora de las tareas de este episodio



(b) Reproducción del gráfico dibujado por la profesora

Figura 6.12: Episodio 1, clase 4, profesora B

Todos los enunciados de las tareas se muestran en la figura 6.13.

EL LANZAMIENTO DE UN OBJETO

Un objeto es lanzado hacia arriba desde una azotea que se encuentra a 19 metros de altura. Llega a un punto máximo de altura y cae al suelo. La función que modela la altura $h(\text{t})$ del objeto en un tiempo t (en segundos) está dada por

$$h(\text{t}) = -0.8\ (\text{t} - 9.5)(\text{t} + \ 2.5)$$

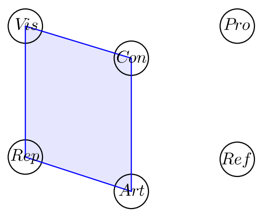
a) ¿Cuál es la altura del objeto a los 2 segundos?
b) ¿Puede el objeto alcanzar una altura mayor que en el inciso a)? De ser así, ¿Cuál es dicha altura y en qué tiempo ocurre?
c) ¿Cuál fue la altura máxima a la cual llegó el objeto?
d) ¿En qué tiempo el objeto llegó a su máxima altura?
e) ¿En qué tiempo el objeto llega al suelo?
f) Realice un bosquejo de la representación gráfica de la función.

Figura 6.13: Episodio 1, clase 4, profesora B

Como se puede observar, los coeficientes utilizados son números decimales, lo que marca una diferencia con respecto a los coeficientes utilizados en la función afín.

Otro elemento interesante a destacar es que el coeficiente que multiplica a t^2 la profesora lo eligió como $-0{,}8$, siendo que en el contexto físico debería ser $-\frac{1}{2}g$ con $g = 9{,}8[m/s^2]$ que es el valor la aceleración gravitacional de la tierra. Durante todo el episodio la profesora no hace referencia a esto por lo que podemos suponer que no presenta ninguna incoherencia para ella.

La primera tarea que ella resuelve es graficar la función. Primero dibuja un plano cartesiano, construye una tabla de valores y traza los puntos en el gráfico. Para calcular las imágenes sugiere a los estudiantes utilizar la calculadora, entonces es el plano semiótico-instrumental el que se trabaja, donde la tabla de valores funciona como un artefacto simbólico y la calculadora como un artefacto material. Dentro de las imágenes que calcula está $h(2)$ que es la primera tarea solicitada.



(a) Graficar mediante una tabla de valores

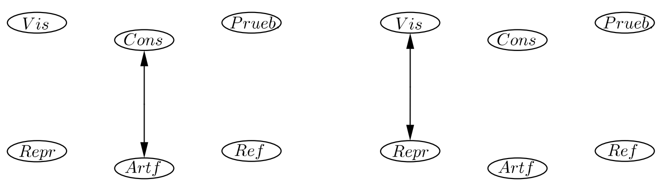
Figura 6.14: Circulación ETM Episodio 1, clase 4, profesora B, parte 1

La tres siguientes tareas están relacionadas con calcular el máximo de la función. Para hacer el cálculo del vértice utiliza la fórmula 6.2, donde $f(x) = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$.

$$V = (-b/2a, f(-b/2a)) \tag{6.2}$$

Nuevamente, como los coeficientes utilizados en la fórmula son decimales, le propone a los estudiantes hacer el cálculo utilizando la calculadora, por lo que se puede ver la utilización de dos instrumentos, uno simbólico: la fórmula para calcular el vértice y otro material: la calculadora. Cabe observar que la fórmula cuando es presentada no se justifica.

Una vez que obtiene el valor del vértice, lo ubica en el gráfico de puntos realizados en la sub-pregunta anterior y por lo tanto es la dimensión semiótica la que se activa. La circulación de la tarea se esquematiza en la figura 6.15.



(a) Calcular vértice (b) Dibujar vértice en el plano

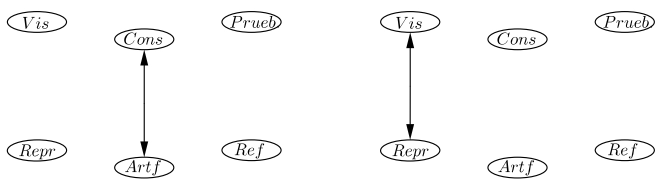
Figura 6.15: Circulación ETM Episodio 1, clase 4, profesora B, parte 2

Finalmente, para calcular los ceros de la función, se recurre a un esquema similar al anterior, es decir, utiliza la fórmula 6.3, que resuelve la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$ y $b^2 - 4ac > 0$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{6.3}$$

Los cálculos de este proceso lo hace por etapas (ver figura 6.12) y obtiene dos valores: $x_1 = -2{,}5$ y $x_2 = 9{,}5$. Lo curioso es que no utiliza la fórmula factorizada que ella misma entregó en el enunciado.

Finalmente ubica estos puntos en el gráfico, con lo que se trabaja la dimensión semiótica.



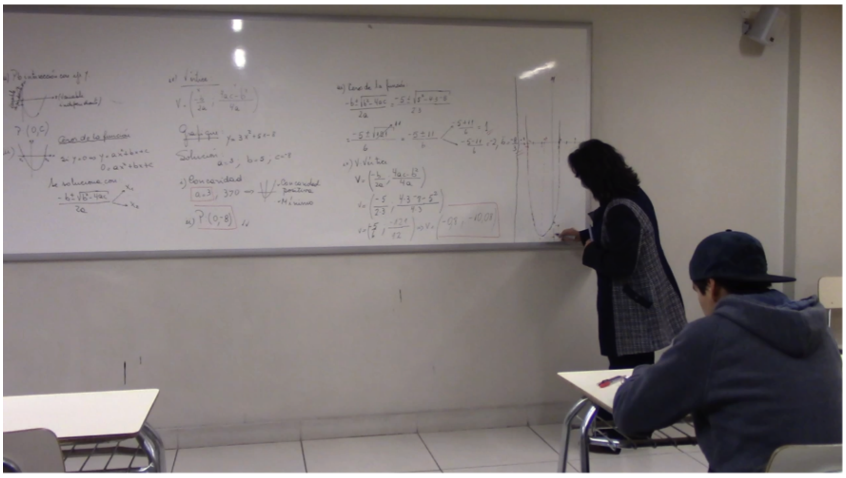
(a) Calcular raíces de una función

(b) Ubicar raíces de la función en el plano

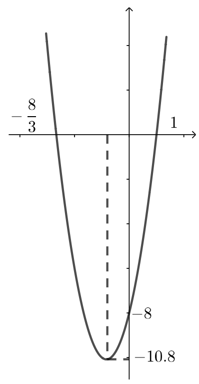
Figura 6.16: Circulación ETM Episodio 1, clase 4, profesora B, parte 3

Función cuadrática C5-E2: Ejemplo, calcular elementos y graficar una función cuadrática

En este episodio, la profesora anota la expresión algebraica de la función $y = 3x^2 + 5x - 8$ y pide graficarla mediante un análisis de la curva, solicitando explícitamente: la concavidad, la intersección de la gráfica de la función con los ejes y el vértice de la función para poder construir esta gráfica. Todos los elementos que solicita los presentó en el episodio anterior (Ver anexo: transcripciones profesora B, Episodio 1, Clase 5). En la figura 6.17 se puede observa en la parte izquierda de la pizarra los distintos elementos a analizar y las fórmulas para obtenerlos, mientras que en la parte derecha se observa el cálculo de cada uno estos elementos para este caso en particular.



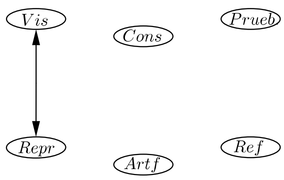
(a) Fotografía de la solución de la profesora de las tareas de este episodio



(b) Reproducción del gráfico dibujado por la profesora

Figura 6.17: Episodio 1, clase 5, profesora B

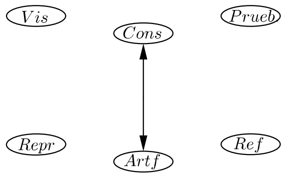
Lo primero que determina es la concavidad de la función, para esto identifica el signo del coeficiente de x^2, por lo tanto es la dimensión semiótica la que se activa (ver figura 6.18).



(a) Determinar concavidad

Figura 6.18: Circulación ETM Episodio 2, clase 5, profesora B, parte 1

Luego solicita la coordenada de la intersección con el eje y y usando la fórmula $(0, c)$ para $f(x) = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$, el cuál sirve de instrumento simbólico, por lo que se activa la dimensión instrumental (ver figura 6.19).



(a) Calcular intersección con el eje y

Figura 6.19: Circulación ETM Episodio 1, clase 4, profesora B, parte 2

Continua con el cálculo de las raíces de una función cuadrática y utiliza el mismo esquema observado anteriormente, es decir, utiliza la fórmula 6.3 como artefacto simbólico para obtener los valores, por lo que es la dimensión instrumental la que se activa.

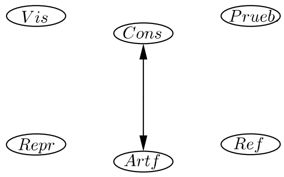
Los coeficientes de la función son enteros y les sugiere utilizar la calculadora pero ella va realizando los cálculos de forma mental y escribiéndoles por paso. Los resultados que obtienen son $x_1 = 1$ y $x_2 = -\dfrac{11}{6} = 2.\bar{6}$, y frente a este último valor tiene cierto problema puesto que comenta lo siguiente:

> ***23:46|P:*** *Hubiese sido mejor que salieran números enteros, pero no importa.*

También les indica que la calculadora puede resolver directamente la ecuación, por lo que el uso de un artefacto material se promueve de forma explícita:

> ***23:50|P:*** *¿Si? Chicos les quería contar algo, que eso lo hace la calculadora sin necesidad de hacer todo. Busquen en su calculadora para comprobarlo.*
> ***24:13|P:*** *paréntesis necesitan un paréntesis aquí y aquí.*
> ***24:19|P:*** *Busquen modo hasta que encuentren las ecuaciones y ahí trabajan con la opción 3. Ya ¿estamos ok hasta ahí? Chicos tienen que aprender a que la calculadora también lo hace ¿ya?*

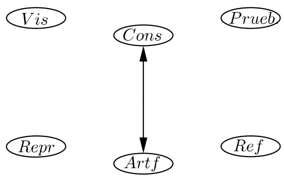
El resumen de la circulación de esta tarea se esquematiza en la figura 6.20.



(a) Calcular raíces

Figura 6.20: Circulación ETM Episodio 1, clase 4, profesora B, parte 3

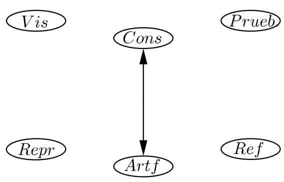
El último elemento que calcula es el vértice y lo hace de la misma forma que el anterior, es decir, utilizando la fórmula 6.2, de la página 170, como instrumento simbólico y al igual que en las tareas precedentes es solo la dimensión instrumental la que se activa (ver figura 6.21).



(a) Calcular vértice

Figura 6.21: Circulación ETM Episodio 1, clase 4, profesora B, parte 4

Para finalizar este episodio, la profesora ubica todos estos elementos en el plano cartesiano y traza la gráfica, activándose esencialmente la dimensión semiótica (ver figura 6.22).



(a) Graficar función

Figura 6.22: Circulación ETM Episodio 1, clase 4, profesora B, parte 5

Cabe destacar que la profesora pone mucho énfasis en que el gráfico debe ser algo exacto, como por ejemplo en la siguiente frase:

> ***32:50/P:*** *Trace ahí un sistema de ejes coordenados y lo que yo voy a hacer en la pizarra, es un intento de lo que Uds. tienen que hacer en el cuaderno, a Uds. les tiene que quedar perfecto*

Esta idea que tiene la profesora sobre la exactitud de los gráficos puede estar ligada a la elección privilegiada que hace de los números enteros y esto a su vez impacta en la forma cómo se trabajan los cálculos aritméticos dentro del ETM de las funciones.

6.2.3. Síntesis profesora B

En esta sección se hizo un análisis general de las tareas habituales que la profesora B utiliza en sus clases tomando en cuenta tres aspectos: 1) los tipos de tareas, 2) la contextualización (en caso de haberla) y 3) las características y representación de las funciones involucradas en las tareas.

Luego, en base a este análisis general, se eligieron algunos episodios para analizar el ETM puesto en juego, particularmente las dimensiones y planos activados. Como criterio de selección se eligieron los episodios en los que aparecieran todos los tipos de tareas trabajados por la profesora. A continuación se muestra una síntesis donde se articulan los elementos observados en cada uno de estos análisis.

Del análisis general, un primer elemento que se pudo observar es que la mayorías de las tareas (38 de 39) son sobre las funciones afín o cuadrática, por lo que el análisis se concentra en estas dos funciones.

Además, podemos concluir que la profesora utiliza una variedad de tipos de tareas y privilegia algunos según el tipo de función trabajada. Por ejemplo, en el caso de la función afín el tipo de tarea más recurrente fue "Graficar una función" (8 de 23) y para la función cuadrática fue "Calcular la imagen de un valor" (4 de 14), no obstante, el tipo de tarea "Graficar una función" aparece en casi todos los episodios y está conectada con el resto de tareas.

En el otro extremo, hay tipos de tarea que aparecen solo una vez como "Calcular la intersección con el eje y" o que aparecen exclusivamente para un tipo de función y están ausentes para el otro, ya sea porque están inherentemente asociadas con una función en particular, como "Calcular el vértice de la función" para la función cuadrática o porque, al parecer, ciertos tipos de tareas presentan para los estudiantes una mayor dificultad para una función en particular y por esta razón están ausentes, como por ejemplo "Generar una expresión algebraica" que aparece 5 veces en el caso de la función afín y ninguna para el caso de la función cuadrática.

En relación a las representaciones de las funciones utilizadas en los enunciados de las tareas, se observó que se privilegia principalmente la representación algebraica en el enunciado, siendo usada de forma casi exclusiva en el caso de la función cuadrática y en casi la mitad de las ocasiones en el caso de la función afín.

Para la función afín, además, se utiliza como representación el lenguaje natural (6 de 23 tareas), las coordenadas en el plano (3 de 23 tareas), la representación gráfica (2 de 23 tareas) y las tablas de valores (1 de 23 tareas).

Además de la representación elegida, se analizó la naturaleza de los números utilizados y se observó que tanto en los coeficientes de las funciones, en las números que aparecen en las preguntas, como en las respuestas de cada tarea, se privilegia el uso de números enteros, con más del 95 % en el caso de la función afín y más del 60 % en la función cuadrática.

Finalmente, referente a la contextualización, la profesora mezcla tanto tareas generales como contextualizadas. La mayoría de las tareas contextualizadas provienen de la plataforma y se entregan mediante una guía impresa.

Esta utilización de las tareas de la plataforma vino motivada a partir de una petición expresa de los estudiantes (ver Episodio 2, clase 2 anexo transcripciones profesora B). Este punto se detallará más cuando se analice la utilización de la plataforma en clases.

En las tareas elegidas por la profesora, elige tanto contextos artificiales como reales y ella no hace observaciones particulares sobre estos, por lo que podemos conjeturar de que no es consciente de este fenómeno.

Como síntesis del análisis particular, podemos indicar que en los episodios analizados, se aprecia un fuerte privilegio por la dimensión semiótica y la dimensión instrumental en el trabajo de la profesora B.

El trabajo de dimensión semiótica es activado principalmente por la identificación de elementos particulares en alguno de los registros de las funciones (como por ejemplo: determinar concavidad o identificar pendiente) o cambios de registro.

Por otra parte, el trabajo de dimensión instrumental lo observamos en el uso de fórmulas para calcular elementos particulares de las funciones y el uso de calculadora como artefacto material para realizar cálculos aritméticos o para resolver una ecuación.

También se observa una completa ausencia de la dimensión discursiva en las tareas, pero también en los episodios donde se presentan estas fórmulas, pues ninguna de ellas es demostrada o justificada.

De los planos verticales, el único que se observó fue el plano semiótico-instrumental, el cual se activo a partir de la utilización de tablas de valores como intermediario para graficar.

Otro elemento que es interesante es que el registro gráfico de las funciones es concebido como un producto final y no como un registro del cuál se puede sacar información. Dicho de otra forma, no se observa que la profesora se apoya en el registro gráfico para analizar la función y más bien es un resultado en si mismo al que hay que llegar. Además, la profesora considera el gráfico como un registro "exacto" y pone énfasis en esto a lo largo de las clases.

Tambiién aparece como elemento característico la utilización casi exclusiva de números enteros, cuando estos aparecen, los cálculos se realizan de forma mental, pero la profesora sugiere un trabajo con calculadora. Cuando hay números decimales, el trabajo de cálculo se hace exclusivamente con calculadora y se pone el énfasis en aspectos instrumentales como, por ejemplo, el uso correcto de paréntesis cuando hay varias operaciones aritméticas involucradas. Las fracciones están casi ausentes y cuando aparece un número racional, el cual se escribe como decimal periódico, la profesora indicó que hubiese sido "mejor" que el resultado fuese un número entero.

Todos estos elementos nos muestran que el trabajo matemático propuesto por la profesora es bastante restringido y uno de los elementos fundamentales faltantes es la activación del referencial teórico y la dimensión discursiva. El trabajo se restringe a las dimensiones instrumentales y semióticas y a su vez, en estas dimensiones se trabajan solo ciertos aspectos. Además, como se trabaja casi exclusivamente con números enteros, la operatoria también se reduce y se trabaja más bien en un espacio discreto, lo que aleja el trabajo en las problemáticas de los números reales.

6.3. Profesora D

La profesora D, del campus II, realizó 4 clases (C1, C2, C3 y C4) sobre la unidad denominada “Funciones polinómicas” y cada una de estas clases duró aproximadamente 135 minutos. Cada clase fue separada en episodios (E1, E2, ..., E10) y a su vez, en cada episodio se determinó su objetivo general y su tiempo de duración. El resumen de esta información se detalla en la tabla 6.7.

Tabla 6.7: Resumen de los episodios de la profesora D

Objetivo del episodio	**Tiempo dedicado**	**% dedicado**
Definir/formalizar	41,0	9,5 %
Ejemplificar/Ejercitar	357,2	82,8 %
Responder dudas	8,7	2,0 %
Resumir/Repasar contenidos	24,5	5,7 %
Total general	**431,3**	**100 %**

En la tabla se puede observar que la mayor parte del tiempo se utiliza para ejemplificar o ejercitar (82,8 %), en todos estos episodios la profesora propone tareas que luego ella resuelve en la pizarra.

La siguiente actividad en la que se utiliza más tiempo es en definir/formalizar, aunque no alcanza a ser el 10 % del tiempo.

Los episodios que tienen otros objetivos son resumir/repasar contenidos (5,7 %) y responder dudas, el cuál es marginal con respecto a las actividades que se realizan en clases.

A continuación se detallará el análisis general de las tareas propuestas.

6.3.1. Análisis general de las tareas de la profesora D

En este análisis general de las tareas, se hará una síntesis acerca de los tipos de tareas utilizados por la profesora B durante la clase, los registros utilizados según tipo el tipo de función utilizado en la tarea y los tipos de números utilizados en los coeficientes de las funciones, en los números de las preguntas y de los objetos que componen la respuesta, finalmente se hará un análisis general de los contextos utilizados.

Tipos de taras según tipo de función

Durante las clases analizadas, la profesora D propuso 97 tareas, de las cuales la mayoría (48,5 %) están relacionadas con la función cuadrática y función afín (40,2 %) y hay 11 tareas que son sobre otro tipo de funciones (11,34 %). La información se resume en la tabla 6.8.

Como la gran mayoría de las tareas son solo sobre función afín y cuadrática, el análisis general se centrará en estos dos tipos de funciones.

Además, en la tabla se observa que según el tipo de función, los tipos de tareas y la frecuencia de aparición cambian.

Para el caso de la función afín, el tipo de tarea que más se trabaja es "Calcular la pre-imagen de un valor" (23,4 %), seguido de "Calcular la imagen de un valor" (20,5 %), "Generar expresión algebraica de una función" (17,9 %) y "Generar una tabla de valores" (10,3 %). Luego los otros tipos de tareas trabajados aparecen de forma mucho menos frecuente.

Tabla 6.8: Tipos de tareas según función de la profesora D

Tipo de tareas	**Afín**		**Cuad.**		**Otras**	
	N	%	N	%	N	%
Calcular la pre-imagen de un valor	9	23,1 %	4	8,5 %		
Calcular la imagen de un valor	8	20,5 %	4	8,5 %		
Calcular el dominio de la función	2	5,1 %	5	10,6 %	3	27,3 %
Calcular el recorrido de la función	2	5,1 %	4	8,5 %	3	27,3 %
Graficar una función	2	5,1 %	7	14,9 %		
Generar expresión alg. de una fun.	7	17,9 %				
Generar una tabla de valores	4	10,3 %	3	6,4 %		
Identificar si gráf. representa fun.	1	2,6 %	1	2,1 %	5	45,5 %
Calcular las raíces de la función			6	12,8 %		
Calcular el vértice de una función			5	10,6 %		
Calcular la pendiente de una función	3	7,7 %				
Calcular el eje de simetría			2	4,3 %		
Calcular intervalos de crecimiento/dec			2	4,3 %		
Determinar la concavidad			2	4,3 %		
Calcular la cantidad de raíces			1	2,1 %		
Calcular la intersección de dos funciones	1	2,6 %				
Calcular la intersección con el eje y			1	2,1 %		
Total general	**39**	**100 %**	**47**	**100 %**	**11**	**100 %**

Para el caso de la función cuadrática, los tipos de tareas están más equilibrados. El tipo de tarea que más trabajó la profesora D fue "Graficar una función" (14,9 %), seguido de

"Calcular las raíces de la función" (12,8 %), "Calcular el vértice de una función" y "Calcular el dominio de la función" (con un 10,3 % cada uno). También aparecen con un 8,5 % cada uno "Calcular la pre-imagen de un valor", "Calcular la imagen de un valor" y "Calcular el recorrido de la función".

Como podemos observar, los tipos de tareas movilizadas cambian según el tipo de función y hay algunos tipos de tareas que aparecen exclusivamente para una función y no para otra. Para el caso de la función afín está el tipo de tarea "Generar la expresión algebraica de una función" (17,9 %), "Calcular la pendiente de una función" (7,7 %) y "Calcular la intersección de dos funciones" (1,0 %). Por otro lado, la mayoría de los tipos de tareas que la profesora utilizó de forma exclusiva con la función cuadrática fueron los que están directamente relacionados con ella, como "Calcular el vértice", "Calcular el eje de simetría" o "Determinar la concavidad" entre otros.

En el análisis anterior podemos ver que los tipos de tareas utilizados y la frecuencia con que aparecen cambian según el tipo de función que se trabaja, en este caso afín o cuadrática.

Registros y características de las funciones en los enunciados

En esta subsección mostraremos los distintos registros y las características utilizados según la función en cada una de las tareas, de tal forma de tener una mirada general de cuales son los elementos que se privilegian. El resumen de esta información se muestra en la tabla 6.9.

Tabla 6.9: Registros utilizados según función por la profesora D

Registro	**Afín**		**Cuadrática**	
	N	**%**	**N**	**%**
Algebraico	20	51,3 %	34	72,3 %
Gráfico	8	20,5 %	8	17,0 %
L. Natural	11	28,2 %		
Tabla de valores			5	10,6 %
Total general	**39**	**100 %**	**47**	**100 %**

En la tabla se observa que tanto para la función cuadrática como para la función afín el registro que más se utiliza es el algebraico, sin embargo, en la función afín representa un poco más de la mitad (51,3 %) y en la cuadrática representa más de dos tercios (72,3 %).

El segundo y tercer registro más utilizado difiere según la función. En el caso de la función afín los registros con los que además trabaja la profesora D son el lenguaje natural (28,2 %) y el gráfico (20,5 %) y no aparece la tabla de valores. En cambio en la función cuadrática son el gráfico (17,0 %) y la tabla de valores (10,6 %) que utiliza en segundo y tercer lugar respectivamente y el lenguaje natural no se utiliza.

Luego, si analizamos los tipos de números utilizados en los coeficientes de las funciones, en los números de las preguntas y en los números de las respuestas obtenemos el resumen que aparece en la tabla 6.10.

Tabla 6.10: Naturaleza de números utilizados en las tareas de la profesora D

	En coeficientes		**En preguntas**		**En respuestas**	
Afín	**N**	**%**	**N**	**%**	**N**	**%**
Enteros	31	81,6 %	23	82,1 %	33	86,8 %
Decimales	7	18,4 %	5	17,9 %	5	13,2 %
Total afín	**38**	**100 %**	**28**	**100 %**	**38**	**100 %**
Cuadrática	**N**	**%**	**N**	**%**	**N**	**%**
Enteros	46	100 %	13	92,9 %	36	85,7 %
Decimales			1	7,1 %	6	14,3 %
Total Cuadrática	**46**	**100 %**	**14**	**100 %**	**42**	**100 %**

En la tabla podemos observar que para la función afín, los números utilizados en los coeficientes, en las preguntas y en las respuestas son mayoritariamente (entre el 81 % y 87 % aproximadamente) enteros. También aparecen los decimales, pero en una proporción mucho menor (entre 13 % y 19 % aproximadamente).

En la función cuadrática la situación es similar y más acentuada que en el caso de la función afín, ya que en los coeficientes de las funciones el 100 % corresponde a números enteros, en los números en las preguntas el 92,9 % a números enteros y solo una pregunta usa decimales y en las respuestas, el 85,5 % usa números enteros y el restante 14,3 % usa decimales.

Además del casi exclusivo uso de números enteros, se observa además la ausencia de fracciones o irracionales, como las raíces, que podrían aparecer de forma "natural" en tareas sobre la función cuadrática.

Contextualización

Otro elemento que se analizó fue el uso de la contextualización en las tareas y si al ser contextualizadas estas utilizaban contextos reales o artificiales. La información se resume en la tabla 6.11.

Tabla 6.11: Contextualización de las tareas según función por la profesora D

Contextualización	**Afín**		**Cuadrática**	
	N	**%**	**N**	**%**
No	8	20,5 %	26	55,3 %
Sí (Artificial)	12	30,8 %	17	36,2 %
Sí (Real)	19	48,7 %	4	8,5 %
Total	**39**	**100 %**	**47**	**100 %**

En la tabla podemos observar que en el caso de la función afín, la gran mayoría de las tareas son contextualizadas (79,5 %) y a su vez, de las tareas contextualizadas, la mayoría utiliza contextos reales.

En cambio, en la función cuadrática, un poco más de la mitad de las tareas (55,3 %) no son contextualizadas y a la inversa de lo que ocurre con la función afín, la mayoría de los contextos son artificiales.

En la tabla se observa que para la profesora parece mucho más simple contextualizar la función afín y utilizar contextos reales, cosa que es totalmente a la inversa en la función cuadrática.

A continuación, se hará un análisis particular de las tareas de la profesora D, tomando en cuenta los elementos del análisis general.

6.3.2. Análisis particular de las tareas de la profesora D

En la sub-sección anterior se hizo un análisis general de las tareas trabajadas por la profesora B en sus clases, el cuál nos dio un panorama de las tareas habituales que utiliza. Ahora analizaremos algunos episodios particulares para estudiar de forma más profunda cómo se trabajan las tareas habituales en las clases de la profesora D.

Función afín C1-E3

En este episodio, la profesora expone un ejemplo de una función que modela el valor total a pagar al comprar fotocopias en función de la cantidad de unidades que se solicitan. La función es: $f(x) = 30x$. Este contexto lo calificamos como real. Durante este episodio, la profesora genera una tabla de valores de la función, luego, genera la expresión algebraica y finalmente, grafica la función.

Primero, para construir la tabla de valores, la profesora comienza preguntando por el valor de una fotocopia y acto seguido por el valor que se debería pagar si se solicitan 2, 10 y 50 fotocopias, como los números son sencillos de calcular, los alumnos realizan los cálculos de forma mental y el trabajo es más bien aritmético. La formulación del enunciado lo hace mediante lenguaje natural y en esta primera parte lo transforma a una tabla de valores, por lo tanto es la dimensión semiótica la que se trabaja.

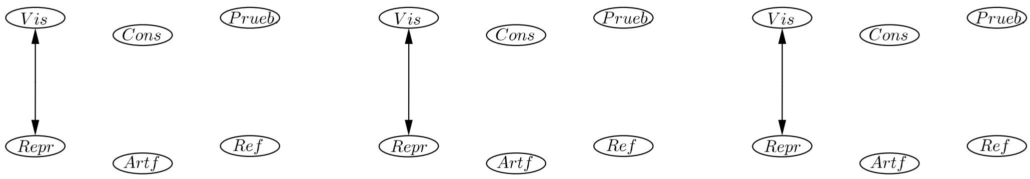
Luego, genera la expresión algebraica de la función, esto lo hace de forma oral discutiendo con los alumnos, por lo tanto, es nuevamente la dimensión semiótica la que se activa.

> ***30:02 P:*** *Ah y podrían ir pensando en la función, en la función algebraica ¿Por qué si pusieron 0.5 me da 7? ¿Qué tengo que hacer con? ¿Cómo llego a 7 mediante una expresión algebraica? ¿Cómo llego a 7 chiquillos? ¿Por qué dijeron 7 por 0.5? ¿Qué hicieron para que diera eso?*
> ***20:59: P:*** *40.260. Ya, voy anotar acá el tres serían noventa pesos, cuatro son ciento veinte pesos. Ahora para hacer este cálculo ¿Qué fue lo que hizo?, ¿Qué operación hizo?*
> ***21:16: A:*** *Multiplique.*
> ***21:17: P:*** *Multiplico, la cantidad por...*
> ***21:19: A:*** *Treinta*
> ***21:21: P:*** *Por treinta, por lo tanto, si este x y acá quiero indicar como está relacionado el precio con respecto a el número de fotocopias ¿Cuál sería la expresión que me da el precio? La multiplicación de treinta por la cantidad de fotocopias, la cantidad de fotocopias está representado por x y el precio va a ser el treinta por x. Si no saco ninguna fotocopia pago cero pesos, si saco una sola fotocopia voy a pagar treinta pesos, si saco cuatro fotocopias son ciento veinte pesos y ya 1342 lo multiplico por treinta, 40260.*

Por último, traza la gráfica de la función a partir de la tabla de valores, por lo tanto es nuevamente la dimensión semiótica la que se trabaja.

Como pudimos observar, la profesora en este episodio, se centra principalmente en la conversión entre distintos registros para la función. El contexto sirve solo como "excusa" para trabajar sobre la función y para interpretar los elementos de cada registro. No se aprecia una articulación entre los distintos registros, ni que estos sean usados para resolver algún problema en particular u obtener más información de la función. Las dimensiones instrumentales y discursivas están ausentes.

Un resumen del trabajo en este episodio se observa en la figura 6.23.

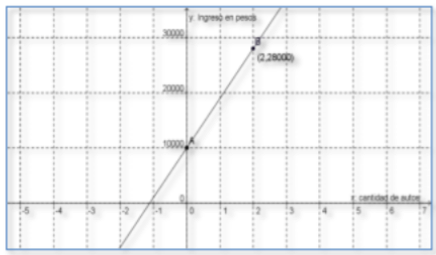


(a) Generar una tabla de valores (b) Generar la expresión algebraica de una función (c) Graficar mediante tabla de valores

Figura 6.23: Circulación ETM episodio 3, clase 1, profesora D

Función afín C2-E4

En este episodio, trabaja con una tarea de un documento oficial de Inacap. El enunciado de la tarea es el que se muestra en la figura 6.24.



1. En un taller mecánico se analizan los ingresos en pesos, obtenidos por reparación de bujías en autos. Estos ingresos están modelados por:

a) Según la gráfica, determine la función que modela la situación.
b) ¿Cuál es el ingreso al cambiar las bujías de 50 autos?
c) Si el ingreso del mes fue de $ 2.800.000 . ¿A cuántos autos les cambiaron las bujías?

Figura 6.24: Enunciado episodio 4, clase 2, profesora D

Las tareas están basadas en el contexto del ingreso por la reparación de bujías en un taller mecánico. El contexto se clasificó como artificial porque las bujías son una pieza que ya no están muy presentes en vehículos modernos, no se reparan y su precio de venta es bajo (aproximadamente 7USD cada uno) en comparación con el precio que cobran por repararlo en la tarea.

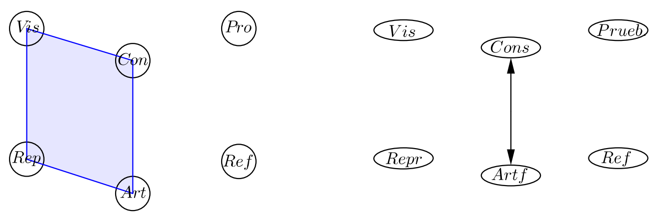
Además la función ingreso, en general, depende exclusivamente de la cantidad de unidades vendidas y del precio de cada unidad, por lo que debería comenzar en $(0,0)$ y en este caso, en $x=0$, da 10,000.

Las tareas que solicita la profesora son: calcular la expresión algebraica de una función dados dos puntos sobre un gráfico, calcular la imagen de un valor (50 autos) y la pre-imagen de un valor ($2.800.000) y calcular la expresión algebraica de la función.

Para calcular la expresión algebraica, comienza calculando la pendiente de la recta que pasa por los dos puntos que se entregan como información en el gráfico. La profesora utiliza el gráfico, dibujando un triángulo a partir de los puntos y calcula los catetos de los triángulos, luego, utiliza la fórmula $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. En este caso, la profesora utiliza el gráfico y la fórmula de forma coordinada, por lo que vemos un trabajo en el plano semiótico-instrumental.

Una vez que calcula la pendiente, utiliza la fórmula $y - y_1 = m(x - x_1)$ para generar la expresión algebraica. En este caso, la fórmula es utilizada como artefacto simbólico.

El trabajo en esta primera parte del episodio, en términos del ETM, se pude resumir en la figura .



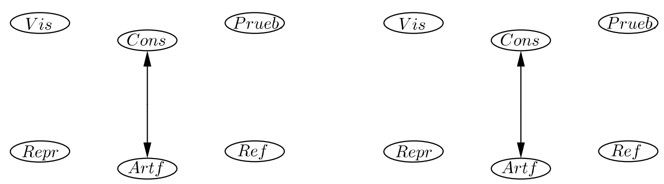
(a) Calcular la pendiente (b) Generar la expresión algebraica de una función

Figura 6.25: Circulación ETM parte 1, episodio 4, clase 2, profesora D

Luego, para calcular la imagen, reemplaza el valor $x = 50$ en la fórmula que obtuvo en la parte anterior y los estudiantes resuelven mediante la calculadora, por lo que se trabaja la dimensión instrumental, donde la calculadora funciona como artefacto material.

Para la pre-imagen, plantea la ecuación y despeja la variable x para obtener la solución. En este caso, es la dimensión instrumental la que se trabaja, donde el algoritmo de solución funciona como artefacto simbólico.

La circulación de esta segunda parte se muestra en la figura 6.26.



(a) Calcular la imagen de un valor (b) Calcular la pre-imagen de un valor

Figura 6.26: Circulación ETM parte 2, episodio 4, clase 2, profesora D

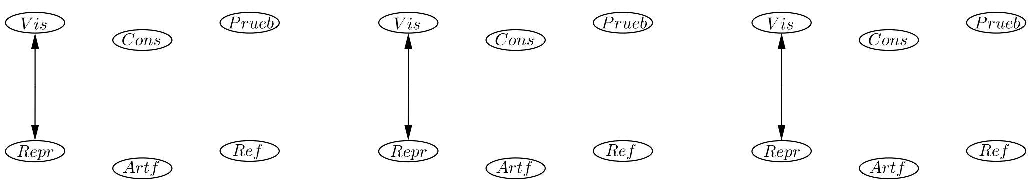
Función cuadrática C3-E3

En este episodio, la profesora propone una serie de tareas sobre la función $f(x) = x^2 - 2x - 2$. Las tareas que propone son: calcular el vértice de la función, calcular las raíces de la función, calcular el eje de simetría, determinar la concavidad, calcular intervalos de crecimiento y decrecimiento y graficar una función.

La profesora comienza escribiendo el enunciado en la pizarra:

> ***39:46 P:*** *Veamos un ejemplo. Hicimos un resumen completo de todas las características. Ejemplo.* $y = f(x) = x^2$˘$2x$˘3. *Obtener vértice, raíces o ceros, eje de simetría, concavidad, intervalos crecimiento y decrecimiento. Entonces, determinando todos estos puntos vamos a realizar luego la gráfica.*

Comienza un trabajo de identificación de los coeficientes de la función para determinar la concavidad y la intersección con el eje y. También identifica los coeficientes a, b y c de la fórmula $f(x) = ax^2 + bx + c$, para luego utilizarlos en las fórmulas de cada uno de los puntos que trabaja. En esta parte trabaja con la dimensión semiótica, lo que se resume en la figura 6.27.

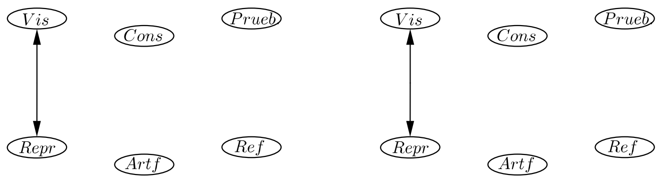


(a) Determinar la concavidad (b) Identificar la intersección de f con el eje y (c) Identificar los coeficientes de la función

Figura 6.27: Circulación ETM parte 1, episodio 3, clase 3, profesora D

Luego, para el caso del cálculo de las raíces, utiliza la fórmula, que es utilizado como un artefacto simbólico, pero, además, les muestra como alternativa una estrategia de factorización, en este caso esta técnica funciona buscando, a partir de la función escrita bajo la forma $f(x) = x^2 + bx + c$, dos números que multiplicados den c y sumados den b. Una vez que se factoriza, se evoca el teorema de los números reales que dice que si $a \cdot b = 0$ entonces $a = 0$ o $b = 0$, no obstante, se utiliza también como una técnica. Cuando una de las estudiantes pregunta más detalles sobre ella, la profesora responde de forma sucinta, por lo que se puede suponer que los alumnos no tienen claro porqué deben hacer eso, ni porqué funciona esa técnica. En ambas estrategias observamos un trabajo en la dimensión instrumental.

El trabajo, en términos del ETM, de esta segunda parte del episodio se resume en la figura 6.28.



(a) Calcular las raíces (usando fórmula para resolver ecuaciones de 2do grado)
(b) Calcular las raíces (usando técnica de factorización para ecuaciones de 2do grado)

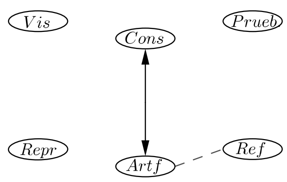
Figura 6.28: Circulación ETM parte 2, episodio 3, clase 3, profesora D

Una vez que calcula las raíces, las utiliza junto con la fórmula del punto medio para calcular el eje de simetría:

> ***54:54/P:*** *Eje de simetría, letra c,* $x = (x_1 + x_2)/2$. *El* x_1 *es* -1, x_2 *es el 3 partido por* $2/2$ *1. Se fijan que el eje de simetría es igual a la coordenada* x *del vértice. Tenemos acá el eje de simetría.*

Como podemos observar, la profesora utiliza la propiedad de simetría para evocar la fórmula del punto medio y también lo conecta con la coordenada x del vértice, lo que implica que está trabajando con una propiedad del referencial teórico, sin embargo, lo hace de forma implícita, sin justificar porque lo hace de esa forma, por lo que el trabajo está principalmente en la dimensión instrumental con una leve evocación del referencial teórico.

El trabajo, en términos del ETM, de esta tercera parte del episodio se resume en la figura 6.29.



(a) Calcular el eje de simetría

Figura 6.29: Circulación ETM parte 3, episodio 3, clase 3, profesora D

Función cuadrática C3-E5

En este episodio, la profesora propone, a partir de una función que modela la cantidad de contagiados de un virus en función del tiempo (en meses), una serie de tareas en torno a este contexto. En este caso, el modelo no puede ser justificado, por lo que fue calificado como artificial.

La función con la que modela el fenómeno es $f(t) = 100t^2 - 1200t + 4000$, donde t es la cantidad de tiempo (en meses) y f la cantidad de personas contagiadas. Las tareas que pide resolver a los estudiantes son: calcular la imagen y pre-imagen de un valor, dominio, el recorrido y el vértice de la función (estas últimas tres tareas las solicita de forma oral). Además construye una tabla de valores de la función y la gráfica de esta.

La profesora comienza escribiendo la representación algebraica de la función y dos preguntas sobre imagen y pre-imagen:

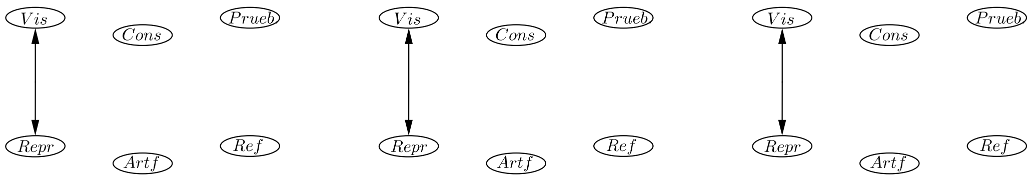
> ***31:37 P:*** *La propagación de cierto virus estival se modela por la función* $f(t) = 100t^2 - 1200 + 4000$ *donde* $f(t)$ *indica el número de contagiados y* t *indica los meses del año* t *varía de 1 hasta 12. a) ¿cuántos contagiados se estima que habrá al finalizar marzo? b) ¿en qué mes del segundo semestre del año se estima que habrá 800 contagiados?*

No obstante, antes de resolver estas tareas, de forma inmediata plantea otras preguntas oralmente sobre la concavidad, máximo/mínimo y sobre dominio de la función a partir de los datos entregados.

Se puede observar que la profesora para responder a las preguntas sobre la concavidad y sobre el máximo/mínimo, utiliza los coeficientes de la función, por lo tanto está dando énfasis a la conversión de registros, privilegiando la dimensión semiótica.

Para el caso del dominio de la función, la información aparece en el enunciado y lo que resalta, es que la variable independiente es el tiempo en meses, por lo tanto, nuevamente es la dimensión semiótica la que se privilegia.

En esta primera parte de este episodio, el trabajo en términos del ETM se resume en la figura 6.30.



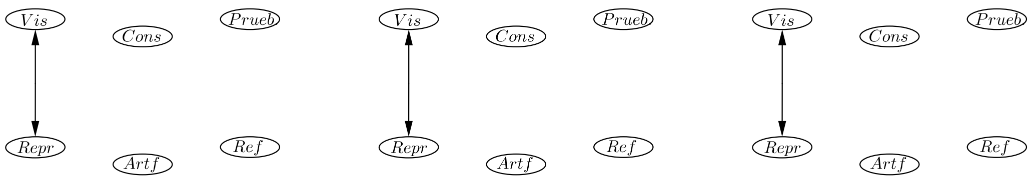
(a) Determinar la concavidad (b) Determinar si tiene máximo o mínimo (c) Identificar dominio

Figura 6.30: Circulación ETM parte 1, episodio 5, clase 3, profesora D

Luego, vuelve nuevamente a las preguntas originales y da un tiempo para que los estudiantes trabajen sobre la primera, que pide calcular la imagen de $t = 3$. En esta parte, la profesora retroalimenta a los estudiantes sobre dudas que tienen con la operatoria y con el uso de la calculadora. Por lo tanto es principalmente la dimensión instrumental la que se trabaja. Los estudiantes tienen dificultades para trabajar con los signos y con operaciones aritméticas de suma y multiplicación con números negativos en la calculadora.

Posteriormente da tiempo a los estudiantes para trabajar sobre la pregunta b) que pide la pre-imagen de 800 y comienza a retroalimentarlos sobre la solución de esta pregunta. Las ayudas que da son en un primer momento para interpretar la pregunta para plantear una ecuación y luego para resolverla. En el caso de la interpretación de la pregunta y de los datos para plantear la ecuación, el trabajo es más bien semiótico y luego en la solución de la ecuación es un trabajo instrumental, donde el artefacto simbólico utilizado es la fórmula para resolver ecuaciones de segundo grado.

El trabajo en esta parte del episodio, en términos del ETM, se resume en la figura 6.31.



(a) Determinar la concavidad (b) Determinar si tiene máximo o mínimo (c) Identificar dominio

Figura 6.31: Circulación ETM parte 2, episodio 5, clase 3, profesora D

Luego, mientras los estudiantes siguen trabajando sobre la tarea, construye una tabla de valores e indica que la utilizará más tarde. Además, comienza a dar una retroalimentación general de las dos preguntas y retoma las consultas particulares que hicieron los estudiantes sobre la retroalimentación. También, interpreta las soluciones en el contexto.

Finalmente muestra a los alumnos como construyó la tabla de valores y hace una gráfica de la función a partir de esta, la cuál se muestra en la figura 6.32. Aquí, la tabla funciona como un registro semiótico, pero también como un artefacto para construir la gráfica, por lo que se trabaja en el plano semiótico-instrumental.

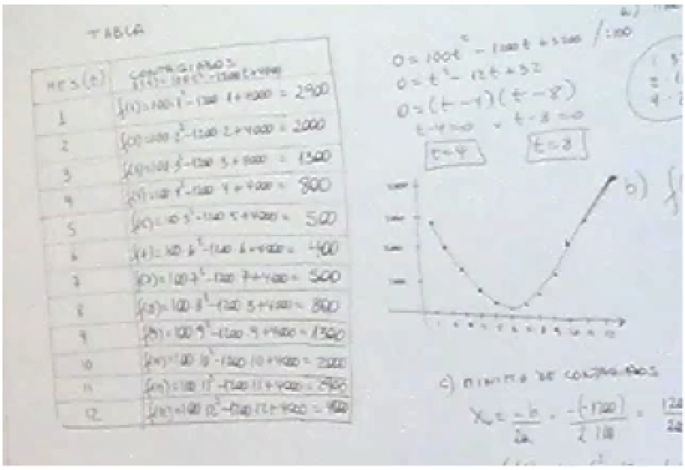


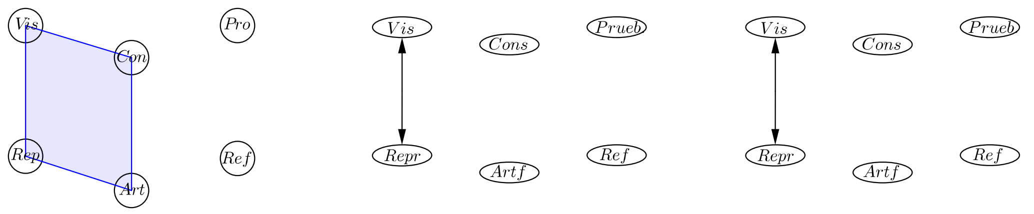
Figura 6.32: Foto con la gráfica de la función dibujada por la profesora en la pizarra

Con la tabla y la gráfica, da una mirada global a las tareas sobre la imagen y pre-imagen de un valor, pero también retoma las preguntas sobre dominio y recorrido que había dado oralmente al comienzo del episodio. Acá trabaja principalmente la conversión de registros, por lo tanto es la dimensión semiótica la que se activa.

En el caso del recorrido, lo obtiene eligiendo el menor y el mayor de las imágenes que obtuvo en la tabla de valores, esto implica que asume implícitamente que el vértice es un número entero.

Además, agrega otras preguntas a partir de la lectura de la tabla y el gráfico: calcular la imagen de un valor que no está en el recorrido. Esta tarea la responde leyendo el gráfico, por lo que podemos ver que trabaja la dimensión semiótica.

El resumen de esta última parte del episodio en términos del ETM se muestra en la figura 6.33.



(a) Graficar función (b) Calcular recorrido (c) Calcular pre-imagen de un valor que no pertenece al recorrido

Figura 6.33: Circulación ETM parte 3, episodio 5, clase 3, profesora D

6.3.3. Síntesis profesora D

En esta sección se analizaron las tareas habituales que trabajó la profesora D en la unidad de funciones polinómicas. Primero se hizo un análisis general, donde se estudió el tipo de tareas que se trabaja, los registros y características de las funciones involucradas y la contextualización. Luego, en base a este análisis general, se eligieron algunos episodios para estudiar de forma más detenida el ETM que se trabajó con las tareas.

En el análisis general, se observó que de las 97 tareas propuestas, 39 sobre función afín, 47 tareas son sobre función cuadrática y solo 11 sobre otras funciones que en realidad, son gráficos de relaciones o relaciones representadas con diagramas sagitales. También se constató que no hay tareas que combinen más de una función y como veremos más adelante más de un mismo tipo de función en el mismo enunciado.

En relación a los tipos de tareas que trabajó la profesora D, pudimos observar que dependiendo de la función el tipo de tarea privilegiado cambia.

Como la gran mayoría de las tareas son solo sobre función afín y cuadrática, el análisis general se centrará en estos dos tipos de funciones. Tomando en cuenta lo anterior, se vio que según el tipo de función, los tipos de tareas y la frecuencia de aparición cambian.

Para el caso de la función afín, el tipo de tarea que más se trabaja es "Calcular la pre-imagen de un valor", seguido de "Calcular la imagen de un valor", "Generar expresión algebraica de una función" y "Generar una tabla de valores". Luego los otros tipos de tareas trabajados aparecen de forma mucho menos frecuente.

Para el caso de la función cuadrática, los tipos de tareas están más equilibrados. El tipo de tarea que más trabajó la profesora D fue "Graficar una función", seguido de "Calcular las raíces de la función", "Calcular el vértice de una función" y "Calcular el dominio de la función". También aparecen con un poco menos de frecuencia, "Calcular la pre-imagen de un valor", "Calcular la imagen de un valor" y "Calcular el recorrido de la función".

Como podemos observar, los tipos de tareas movilizadas cambian según el tipo de función y hay algunos tipos de tareas que aparecen exclusivamente para una función y no para otra. Para el caso de la función afín está el tipo de tarea "Generar la expresión algebraica de una función", "Calcular la pendiente de una función" y "Calcular la intersección de dos funciones" (1,0 %).

Por otro lado, la mayoría de los tipos de tareas que la profesora utilizó de forma exclusiva con la función cuadrática fueron los que están directamente relacionados con ella, como "Calcular el vértice", "Calcular el eje de simetría" o "Determinar la concavidad" entre otras.

En relación a los registros semióticos privilegiados de las funciones que aparecen en el enunciado, se observó que tanto para la función cuadrática como para la función afín el registro que más se utiliza es el algebraico, sin embargo, esta tendencia es mucho más fuerte en la función cuadrática.

El segundo y tercer registro más utilizado difiere según la función. En el caso de la función afín los registros con los que además trabaja la profesora D, en orden decreciente son, el lenguaje natural y el gráfico. En cambio en la función cuadrática son el gráfico y la tabla de valores.

Luego, si analizamos los tipos de números utilizados en los coeficientes de las funciones, en los números de las preguntas y en los números de las respuestas se constató una uso predominante de números enteros.

Finalmente, en el análisis general, con respecto a la contextualización, se observó que esta se utilizó en más de tres cuartas partes de las tareas de función afín y que a su vez, la mayoría de los contextos eran reales. En cambio, en la función cuadrática, un poco más de la mitad de las tareas son contextualizadas y la mayoría utiliza contextos artificiales.

En el análisis particular, se pudo observar en general, que se trabaja principalmente la dimensión semiótica y la instrumental y en algunas ocasiones se observó un trabajo en el plano semiótico-instrumental.

El trabajo semiótico se da principalmente por la conversión de registros y por hacer la relación entre elementos de distintos registros, por ejemplo, la relación entre los coeficientes de las funciones y su gráfica. También se observó que la profesora utilizó los gráficos para dar una mirada global de las funciones y para estudiar algunos elementos y responder algunas preguntas utilizando este registro.

El trabajo instrumental se observó en el uso de fórmulas para calcular algunos elementos de las funciones estudiadas, como la fórmula de la ecuación de la recta en el caso de la función afín y la fórmula para calcular el vértice o las raíces de una función cuadrática. También se observó un trabajo instrumental con el uso de la calculadora y particularmente con el uso de paréntesis cuando se evaluaba un valor negativo en expresiones de la forma x^2 o $-x^2$.

El trabajo discursivo casi no aparece, salvo cuando, en la clase 3, sobre funciones cuadráticas, justifica la fórmula de la ordenada del vértice, calculando el punto medio de las raíces y evocando la propiedad de simetría de las parábolas.

El trabajo en el plano semiótico-instrumental se observó cuando la profesora D utilizó, de forma coordinada, la gráfica y la fórmula para calcular la pendiente. La profesora tomó el gráfico de la recta y los puntos marcados sobre ella y dibujó un triángulo del cual, a partir de los catetos, calculó la pendiente. Después en la misma clase, se observa que cuando los alumnos resuelven una tarea similar, recurren al mismo esquema de trabajo.

Finalmente, pudimos observar que el uso casi exclusivo de números enteros determina el trabajo en las distintas dimensiones del ETM. Por ejemplo, en el último episodio analizado, se calcula el recorrido de la función utilizando la gráfica y la tabla de valores, asumiendo que el máximo estaba en esa lista de valores enteros. Otro ejemplo es el de ciertas técnicas de factorización que solo resultan si las raíces del polinomio asociado son números enteros, por lo que la ausencia de otros tipos de números, como fracciones o la esporádica aparición, como los decimales, empobrece el trabajo potencial de los estudiantes.

En síntesis, la profesora D privilegia principalmente las dimensiones semiótica e instrumental, aunque se observa la aparición del referencial teórico en la justificación de una de las fórmulas que utiliza para la función cuadrática y también un trabajo en el plano semiótico-instrumental cuando trabaja con la fórmula para generar la expresión de una recta a partir de dos puntos.

6.4. Profesora E

La profesora E, del campus II, realizó 4 clases (C1, C2, C3 y C4) sobre la unidad denominada "Funciones polinómicas" y cada una de estas clases duró aproximadamente 135 minutos. Cada clase fue separada en episodios (E1, E2, ..., E12) y a su vez, en cada episodio se determinó su objetivo general y su tiempo de duración. El resumen de esta información se detalla en la tabla 6.12.

Tabla 6.12: Resumen de los episodios de la profesora E

Objetivo del episodio	**Minutos dedicados**	**% Dedicado**
Ejemplificar/Ejercitar	323,5	69,1 %
Definir/formalizar	133,4	28,5 %
Resumir/Repasar contenidos	11,3	2,4 %
Total general	**468,2**	**100,0 %**

En la tabla podemos ver que la mayor parte del tiempo se utiliza para ejemplificar o ejercitar (69,1 %). En estos episodios la profesora propone una tarea que, en el caso de ser un ejemplo, la resuelve inmediatamente y en el caso de ser un ejercicio, da un tiempo para que el alumno lo trabaje y luego ella lo resuelve en la pizarra. La otra actividad importante en términos de tiempo es el de definir/formalizar que ocupa un 28,5 % del tiempo total de las clases. En estos episodios la profesora muestra, sin mucha justificación, las fórmulas que deben ser utilizadas en los episodios cuyo objetivo es ejemplificar o ejercitar. Finalmente, hay una pequeña porción del tiempo (2,4 %) dedicada a resumir o repasar contenidos que ya fueron vistos en clases anteriores.

A continuación, se detallará un análisis general de las tareas propuestas.

6.4.1. Análisis general de las tareas de la profesora E

En este análisis general de las tareas, se hará una síntesis acerca de los tipos de tareas utilizados por la profesora E durante la clase, los registros utilizados según el tipo de función utilizado en la tarea y los tipos de números utilizados en los coeficientes de las funciones, en los números de las preguntas y de los objetos que componen las respuestas, finalmente se hará un análisis general de los contextos utilizados.

Tipos de taras según tipo de función

Durante las clases analizadas, la profesora E propuso 43 tareas, 40 corresponden a tareas sobre la función afín y cuadrática y las otras tres a otro tipo de funciones. Entre las funciones de primer y segundo grado, las tareas sobre función afín representan el 47,5 %, esta información se resume en la tabla 6.13.

Hay tres tareas que no aparecen en la tabla puesto que no corresponden ni a función lineal ni cuadrática y al ser una cantidad pequeña, se decidió dejarlas fuera para facilitar la lectura de la tabla.

Las tres tareas que no aparecen están relacionadas con graficar un función o identificar el gráfico de una función. En una de estas tareas, la profesora pide graficar mediante una tabla de valores la función valor absoluto ($f(x) = |x|$) y en las otras dos no aparece la función de forma explícita y se pide identificar la función o la relación a partir de características generales de estas. Estas tareas se analizarán con mayor detalle en el análisis particular de las tareas (ver sub-sección 6.4.2).

Tabla 6.13: Tipos de tareas según función de la profesora E

Tipo de tareas	**Todas**		**Afín**		**Cuadrática**	
	N	%	N	%	N	%
Graficar una función o identificar su gráfico	11	27,5 %	4	21,1 %	7	33,3 %
Calcular/identificar la pre-imagen de un valor	9	22,5 %	5	26,3 %	4	19,0 %
Calcular la imagen de un valor	8	20,0 %	4	21,1 %	4	19,0 %
Generar la expresión algebraica de una función	3	7,5 %	3	15,8 %		
Calcular el vértice de la función	2	5,0 %			2	9,5 %
Calcular/identificar intervalo crecimiento/dec	2	5,0 %			2	9,5 %
Generar/identificar una tabla de valores	2	5,0 %	2	10,5 %		
Calcular el eje de simetría	1	2,5 %			1	4,8 %
Identificar el recorrido de la función	1	2,5 %	1	5,3 %		
Identificar parámetro que satisface condición	1	2,5 %			1	4,8 %
Total general	**40**	**100 %**	**19**	**100 %**	**21**	**100 %**

En la tabla se puede observar que los tipos de tareas privilegiados cambian según la función. Para el caso de la función afín, la tarea que más se trabaja es "Calcular/Identificar la pre-imagen de un valor" con un 26,3 %, mientras que en la función cuadrática es "Graficar una función o identificar su gráfico" con un 33,3 %. Los tipos de tareas que indican Calcular/Identificar o Graficar Identificar se fusionaron puesto que apuntan a un mismo objetivo, aunque, como veremos en el análisis particular (ver sub-sección 6.4.2), el trabajo matemático producido por cada tipo de tarea es distinto.

Las siguientes tareas que más aparecieron en las clases de la profesora fueron "Calcular la imagen de un valor" y "Graficar una función o identificar su gráfico" con un 21,1 % cada una, para el caso de la función afín y en el caso de la función afín y "Calcular/Identificar la pre-imagen de un valor" y 'Calcular la imagen de un valor" con un 19,0 % cada una para el caso de la función cuadrática.

Luego, para los otros tipos de tareas, su aparición cambia según el tipo de función. Por ejemplo, "Generar la expresión algebraica" aparece 3 veces y solo para la función afín. En el caso de la función cuadrática, el tipo de tarea "Calcular el vértice de una función" aparece por razones naturales solo en el caso de la función cuadrática.

Finalmente hay una serie de tareas que solo aparecen una vez tanto para la función afín como para la función cuadrática. Como su frecuencia es baja, podemos inferir que no son tan importantes para la profesora, sobre todo si la comparamos con los otros tipos de tarea.

En síntesis podemos ver que una parte importante de las tareas que aparecen son las mismas para ambas funciones, aunque con algunas diferencias en su frecuencia de aparición. El resto de los tipos de tareas no aparece de forma tan frecuente y lo hacen de forma exclusiva para un tipo de función o para otra.

Registros y características de las funciones en los enunciados

En la subsección anterior, pudimos observar que los dos tipos de funciones que mayoritariamente (95,3 %) se trabajan, son la función afín y cuadrática. En esta sub-sección mostraremos de forma general, los registros privilegiados según el tipo de función y las características de las funciones trabajadas.

En la tabla 6.13 se muestra un resumen de los registros utilizados para cada función.

Tabla 6.14: Registros utilizados según función por la profesora E

Registro	**Afín**		**Cuadrática**	
	N	%	N	%
Algebraico	11	57,9 %	14	66,7 %
Tabla de valores	3	15,8 %	1	4,8 %
Descripción de características[2]			3	14,3 %
Coordenadas en el plano[3]	2	10,5 %		
Gráfico	2	10,5 %	3	14,3 %
L. Natural	1	5,3 %		
Total general	**19**	**100 %**	**21**	**100 %**

Como se observa en la tabla, el registro más utilizado, tanto para la función afín como para la función cuadrática, es el algebraico. Aunque, en el caso de la función cuadrática aparece con mayor preponderancia (66,7 %) que en el caso de la función afín (57,9 %).

[2]En estas tareas la profesora indicaba características generales de las funciones como por ejemplo: función lineal cuyo gráfico intersecta al eje x en u valor positivo.

[3]En estas tareas la profesora dibuja un plano cartesiano y en el un par de puntos junto a sus coordenadas. A pasar de que está en un soporte gráfico, se identificó como "Coordenadas en el plano" porque la gráfica de la función no aparece.

En la función afín, la utilización de registros es más variada que para la función cuadrática, puesto que la profesora trabaja con tabla de valores (15,8 %), coordenadas en el plano, una representación gráfica de la función (10,5 % cada una) y en una pregunta con lenguaje natural. No obstante, a pesar de haber mayor variedad, la frecuencia de los otros registros es bastante pequeña en comparación con la representación algebraica.

En la función cuadrática, la variedad de registros es menor, puesto que además del algebraico, se utiliza la descripción de características y el registro gráfico con tres tareas cada uno (15,8 %) y la tabla de valores con una tarea.

Por otro lado, también se analizaron los números utilizados en los coeficientes de las funciones, en las preguntas y en las respuestas, la tabla 6.15 resume esta información.

En esta tabla se puede observar que independiente del tipo de función, cuando aparecen números, estos en su gran mayoría son enteros.

Para el caso de los coeficientes de las funciones, se constata que de las 19 tareas que la profesora trabajó en clases sobre la función afín, el 89,5 % utiliza números enteros y en solo dos tareas aparecen números decimales. Para el caso de la función cuadrática, todas las tareas usan solo números enteros.

Tabla 6.15: Naturaleza de números utilizados en las tareas de la profesora E

	En coeficientes		**En preguntas**		**En respuestas**	
Afín	**N**	**%**	**N**	**%**	**N**	**%**
Enteros	17	89,5 %	9	100 %	16	84,2 %
Fracciones					2	10,5 %
Decimales	2	10,5 %			1	5,3 %
Total Afín	**19**	**100 %**	**9**	**100 %**	**19**	**100 %**
Cuadrática	**N**	**%**	**N**	**%**	**N**	**%**
Enteros	17	100 %	12	100 %	15	93,8 %
Fracciones						
Decimales					1	6,2 %
Total Cuadrática	**15**	**100 %**	**10**	**100 %**	**14**	**100 %**

Las tareas en las que aparece un número en la pregunta, tanto en la función afín como cuadrática solo se utilizan números enteros.

Finalmente en los números que aparecen en los objetos de las respuestas, para el caso de la función afín el 84,2 % utiliza números enteros y hay solo dos preguntas (que representan el 10,5 % del total) que utilizan fracciones y una pregunta que utiliza decimales en la respuesta. Para el caso de la función cuadrática, el 93,8 % utiliza números enteros y solo una pregunta utiliza números decimales.

Contextualización

Otro elemento que se analizó de forma general es la utilización de contextos en las tareas. En la tabla 6.16 se muestra un resumen de la contextualización para el caso de las funciones afín y cuadrática. A su vez, las tareas contextualizadas se separan entre aquellas que tiene un contexto real y aquellas que tienen un contexto artificial.

Tabla 6.16: Contextualización de tareas según función de la profesora E

Contextualización	**Afín**		**Cuadrática**	
	N	**%**	**N**	**%**
No	10	52,6 %	11	52,3 %
Sí (Artificial)	6	31,6 %	10	47,3 %
Sí (Real)	3	15,8 %		
Total general	**19**	**100 %**	**21**	**100 %**

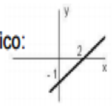
En la tabla se puede observar que un poco más de la mitad (52,6 %) de las tareas no son contextualizadas. De las que sí lo fueron, en el caso de la función afín, la mayoría (31,6 %) de las tareas se usaron contextos artificiales y sólo un 15,8 % usaron contextos reales. Para en la caso de la función función cuadrática, también, un poco más de la mitad (52,3 %) no usa contextos y de las que sí lo hicieron, todos son artificiales

6.4.2. Análisis particular de las tareas de la profesora E

En la sub-sección anterior se hizo un análisis general de las tareas trabajadas por la profesora B en las clases, el cuál nos dio un panorama de las tareas habituales que utiliza. Ahora analizaremos algunos episodios particulares para estudiar de forma más profunda cómo se trabajan las tareas habituales en las clases de la profesora E.

Función afín C1-E6

En este episodio, la profesora trabaja con el enunciado que se muestra en figura 6.34.

4. El gráfico:  ; corresponde a la tabla:

A)

x	y
−1	2
0	0

B)

x	y
0	2
−1	0

C)

x	y
0	−1
2	0

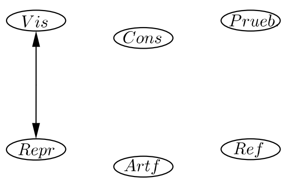
D)

x	y
2	−1
0	0

Figura 6.34: Enunciado episodio 6, clase 1, profesora E

Para resolver la tarea, la profesora identifica los puntos de intersección entre la gráfica de la función y los ejes del plano cartesiano y luego verifica cuál es la tabla de valores que la contiene. En esta tarea es la dimensión semiótica la que se trabaja, particularmente la visualización de la intersección de los ejes con la gráfica de la recta.

El trabajo del ETM en este episodio se resume en la figura 6.35.



(a) Identificar el recorrido de una función

Figura 6.35: Circulación ETM Episodio 6, clase 1, profesora E

Función afín C1-E10

En este episodio, la profesora tomó el ejemplo 3 de una guía de trabajo que dejó disponible para los estudiantes en la plataforma. El enunciado de la tarea se muestra en la figura 6.36.

Ejemplo 3: La cantidad de combustible que consume un vehículo está relacionado con la distancia recorrida. La cantidad de combustible a consumir depende de la distancia a recorrer, entonces se puede determinar cuántos litros se necesitan para viajar una determinada distancia (conociendo previamente el rendimiento que tiene el vehículo).
Se puede afirmar entonces que la cantidad de combustible está en función de la distancia a recorrer (o viceversa). La **variable** cantidad de combustible **depende** de la **variable** distancia a recorrer.

Imaginémonos que se tiene un auto que da 14 km por litro de bencina (con 1 litro de bencina puedo recorrer 14 km). Con esta información podemos llenar la siguiente tabla y luego graficar:

Figura 6.36: Enunciado episodio 10, clase 1, profesora E

Lo primero que realiza es la construcción de una tabla de valores. Esta tabla de valores la obtiene a partir de un trabajo de cálculo aritmético, solicitando a los estudiantes de forma oral la imagen de $x = 0$, $x = 1$ y $x = 1,5$ litros de bencina. Este proceso lo podemos interpretar como un cambio de representación, por lo tanto, es la dimensión semiótica la que se trabaja.

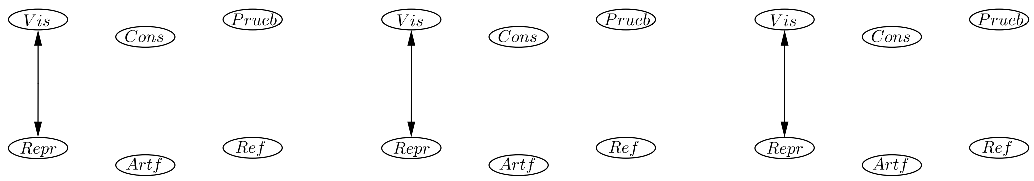
Luego, a partir de esta tabla de valores ubica los puntos en el plano para trazar la gráfica. En este proceso, también es la dimensión semiótica la que se trabaja, mediante la conversión de registros.

Finalmente, pide a los estudiantes obtener la expresión algebraica, pero para esto no sigue un método específico, según lo que se infiere de la transcripción:

> ***30:02 P:*** *Ah y podrían ir pensando en la función, en la función algebraica ¿Por qué si pusieron 0.5 me da 7? ¿Qué tengo que hacer con? ¿Cómo llego a 7 mediante una expresión algebraica? ¿Cómo llego a 7 chiquillos? ¿Por qué dijeron 7 por 0.5? ¿Qué hicieron para que diera eso?*
> ***30:47 A:*** *Coloqué un número al azar*
> ***30:51 P:*** *¿Puso 0.5 x?*
> ***30:53 A:*** *No fue tan así.*
> ***30:54 P:*** *No fue tan así, ya, ¿de qué manera?*
> ***31:01 A:*** *Puse que un litro daba 14, entonces lo saqué por la mitad.*
> ***31:04 P:*** *Claro y eso en una expresión matemática, la mitad sería dividido en 2. Entonces sería* 14/2 *o dividido en 2 sería 1/2 medio y eso sería lo mismo que 0,5. [...]*

La profesora espera que los estudiantes hagan una relación entre los valores que hay en la tabla y que de cierta manera logren "visualizar" esta relación para generar la expresión algebraica. Nuevamente, es la dimensión semiótica la que se trabaja.

El trabajo del ETM en este episodio se resume en la figura 6.37.



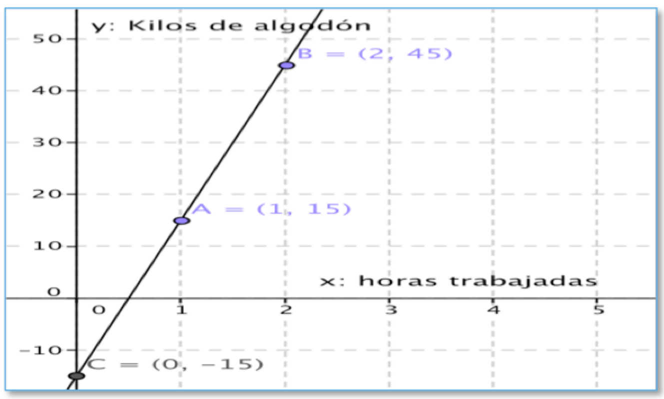
(a) Generar una tabla de valores (b) Graficar mediante tabla de valores (c) Generar la expresión algebraica de una función

Figura 6.37: Circulación ETM episodio 10, clase 1, profesora E

Función afín C2-E5

En este episodio, la profesora trabaja con el ejercicio 5 de la tercera guía, cuyo enunciado se muestra en la figura 6.38.

5) La función que determina cuantos kilos de algodón recoge un algodonero en un día de trabajo está representada en la siguiente gráfica, el algodonero demora media hora preparándose todos los días cuando inicia la jornada, donde **y** representa los kilos de algodón recogido y **x** el tiempo transcurridos en horas.



a) Según la gráfica, determine la función que modela la situación

b) ¿Cuántos kilos recoge el algodonero si trabaja 5 horas?

c) Si el algodonero quiere recoger 225 kilos ¿cuántas horas debe trabajar?

Figura 6.38: Enunciado episodio 5, clase 2, profesora E

En este enunciado hay tres sub-tareas. En la primera se pide generar la expresión algebraica de la recta que pasa por los puntos marcados en la gráfica. La profesora utiliza la fórmula 6.4 para calcular la pendiente y luego la fórmula 6.5 para calcular la ecuación de la recta.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{6.4}$$

$$y = m(x - x_1) + y_1 \tag{6.5}$$

En este caso, las fórmula funcionan como artefacto simbólico, por lo tanto, se trabaja la dimensión instrumental. Como el valor de la pendiente es un número entero, las operaciones que se realizan entre la pendiente y el término $(x - x_1)$ son sencillas y se hacen de forma mental.

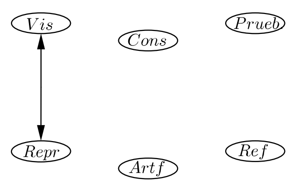
En la sub-pregunta b), la profesora lo resuelve mediante cálculos mentales, puesto que los valores no son enteros y de uno o dos dígitos. Acá se trabaja un cálculo rutinario aritmético.

Finalmente en la sub-pregunta c), la profesora utiliza la ecuación de la función que obtuvo en a) para plantear la ecuación y resolverla. Tanto los valores que intervienen, como la solución son números enteros y de tamaño pequeño, por lo que los cálculos los realiza de forma mental.

Este episodio tiene dos elementos que son interesantes de remarcar. El primero está relacionado con la contextualización. Por una parte, parece poco probable que en el mundo real, la recolección de un algodonero sea modelada de esta forma, lo que muestra un ejemplo de contexto artificial. Por otra parte, suponiendo que tal modelización se realice, la gráfica muestra una parte negativa, lo que en el contexto no tiene interpretación, lo que hace que la contextualización pierda aún más sentido.

El segundo elemento y que parece característico de lo observado en la profesora, es que a pesar de que el problema parte con una representación gráfica de la recta, esta es solamente utilizada para obtener las coordenadas de los puntos marcados y durante el resto del episodio no se vuelve a utilizar, por ejemplo, estimando las soluciones a partir del gráfico, antes de usar la fórmula para calcular tanto la imagen como la pre-imagen pedidas. Esta desarticulación se observa también en las tareas donde se pide graficar una función, puesto que después de hacer el gráfico, este no es utilizado para resolver problema alguno.

El trabajo del ETM en este episodio se resume en la figura 6.39.

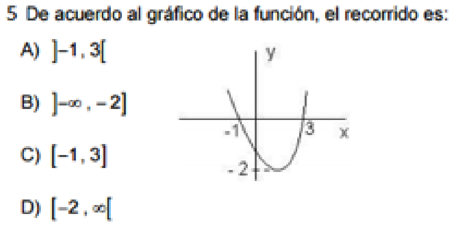


(a) Identificar el recorrido de una función

Figura 6.39: Circulación ETM Episodio 5, clase 2, profesora E

Función cuadrática C1-E7

Este episodio está registrado en el video 10: desde el minuto 01:57 hasta el minuto 07:12. En este episodio, la profesora trabaja sobre el enunciado de la figura 6.40.


5 De acuerdo al gráfico de la función, el recorrido es:

A) $]-1, 3[$

B) $]-\infty, -2]$

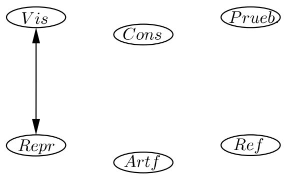
C) $[-1, 3]$

D) $[-2, \infty[$

Figura 6.40: Enunciado episodio 7, clase, profesora E

Para resolver la tarea, la profesora hace una relación entre el recorrido y las imágenes de la función en el eje y. A partir de esto, identifica el punto mínimo de la función y escribe la solución como un intervalo. En este proceso, la profesora trabaja la dimensión semiótica, haciendo una conversión de los elementos del gráfico que corresponden al recorrido. Este es uno de los pocos ejemplos donde el gráfico se utiliza para ser leído y no como un producto final.

El trabajo del ETM en este episodio se resume en la figura 6.41.

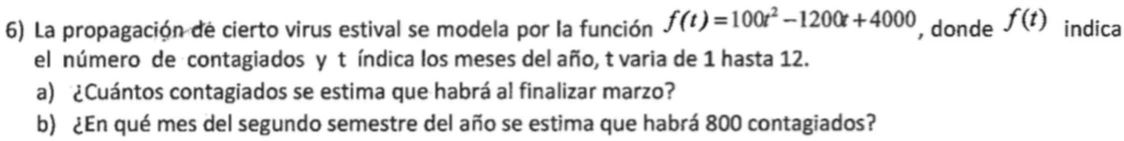


(a) Identificar el recorrido de una función

Figura 6.41: Circulación ETM Episodio 7, clase 1, profesora E

Función cuadrática C4-E4

Este episodio está registrado en el video 33, desde el minuto 06:39 hasta el minuto 18:28. En este episodio trabaja con el ejercicio 6 de la guía 2 de funciones cuadráticas, cuyo enunciado se muestra en la figura 6.42.


6) La propagación de cierto virus estival se modela por la función $f(t)=100t^2-1200t+4000$, donde $f(t)$ indica el número de contagiados y t índica los meses del año, t varia de 1 hasta 12.

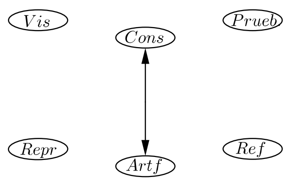
a) ¿Cuántos contagiados se estima que habrá al finalizar marzo?

b) ¿En qué mes del segundo semestre del año se estima que habrá 800 contagiados?

Figura 6.42: Enunciado episodio 4, clase 4, profesora E

En la primera sub-pregunta, la profesora interpreta la frase “al finalizar marzo” como $t = 3$ y la evalúa en la función, hace algunos cálculos mentales porque todos los coeficientes son múltiplos de 100 y los estudiantes entregan el resultado final utilizando la calculadora. En esta parte se observa la activación de la dimensión instrumental, donde el artefacto es la calculadora.

El trabajo del ETM en esta primera parte del episodio se resume en la figura 6.43.

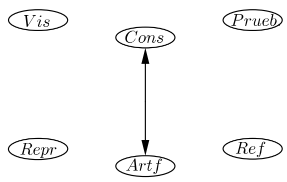


(a) Calcular la imagen de un valor

Figura 6.43: Circulación ETM Episodio 4, clase 4, profesora E

En la segunda sub-pregunta, la profesora calcula la pre-imagen de 800. Para resolverla, la plantea la ecuación y como todos los valores son múltiplos de 100, simplifica la ecuación y mediante una factorización, utilizando como técnica buscar dos números que multiplicados del el coeficiente libre y sumados den el coeficiente que multiplica a t, obtiene las soluciones. En este proceso de solución se observa un trabajo instrumental, donde está técnica funciona como artefacto simbólico.

El trabajo del ETM en esta segunda parte del episodio se resume en la figura 6.44.



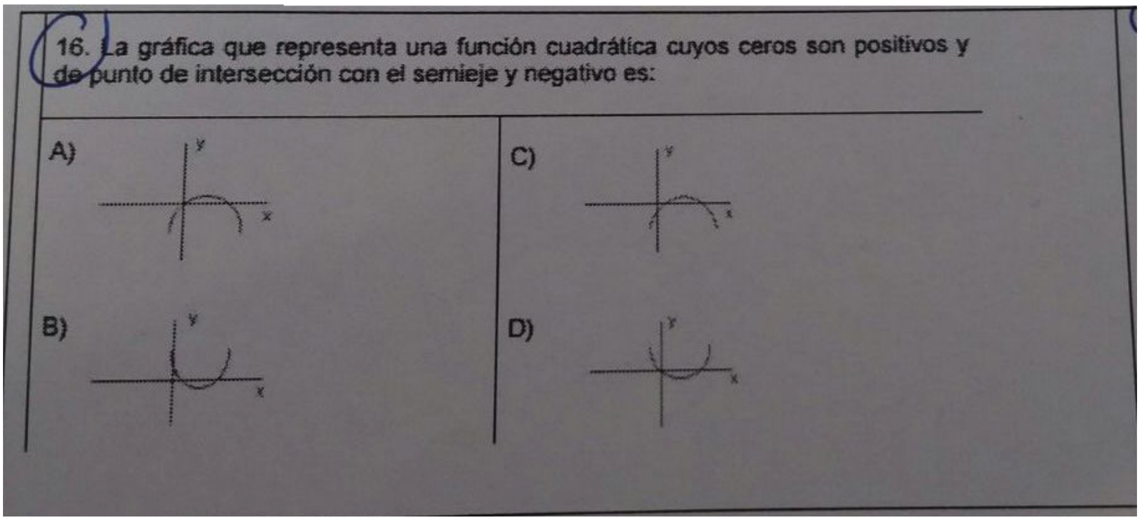
(a) Calcular la pre-imagen de un valor

Figura 6.44: Circulación ETM Episodio 4, clase 4, profesora E

Función cuadrática C3-E4

Este episodio está registrado en el video 24, desde el minuto 53:53 hasta el minuto 59:50 y en el video 25 desde el minuto 0:00 hasta el minuto 02:49.

En este episodio, la profesora trabaja sobre una guía de funciones cuadráticas y comienza sobre el ejercicio 16:


16. La gráfica que representa una función cuadrática cuyos ceros son positivos y de punto de intersección con el semieje y negativo es:

A)

C)

B)

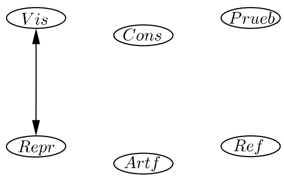
D)

Figura 6.45: Enunciado episodio 4, clase 3, profesora E

En esta tarea, la profesora comienza a realizar la conversión de los elementos descritos en el enunciado: los signos de las raíces y el coeficiente de posición, para seleccionar el gráfico que corresponde. En esta tarea es la dimensión semiótica la que se trabaja.

Esta tarea es interesante porque se describen características de la función y no hay ninguna representación explícita de ella. No obstante, el hecho que en las respuestas hayan gráficos facilita su resolución, puesto que se pueden descartar algunas opciones.

El trabajo del ETM en este episodio se resume en la figura 6.46.



(a) Identificar el gráfico de una función

Figura 6.46: Circulación ETM Episodio 4, clase 3, profesora E

Función cuadrática C3-E3

En este episodio, la profesora traza la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 2x - 3$ a través de un estudio analítico.

Para comenzar, la profesora pide a sus estudiantes identificar los valores de a, b y c en la expresión algebraica de una función de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, en este caso: $a = 1$, $b = -2$ y $c = -3$, por lo que podemos ver un trabajo de tipo semiótico.

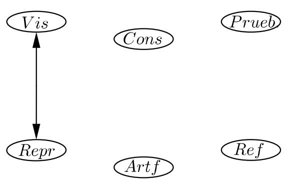
Luego, propone encontrar las raíces de la función, igualando a cero y resolviendo la ecuación. Como los valores son enteros y las soluciones son enteras, propone calcular las raíces factorizando la expresión, mediante la técnica de buscar dos números que multiplicados den -3 y sumados -2, a partir de esto encuentra $x_1 = -1$ y $x_2 = 3$ y obtiene los puntos $P_1 = (-1, 0)$ y $P_2 = (3, 0)$. En este trabajo, la técnica de factorización funciona como artefacto simbólico, y su funcionamiento depende de que las soluciones sean números enteros.

Después, establece la concavidad de la gráfica a partir del signo del coeficiente que acompaña a la variable al cuadrado, lo cual es un trabajo semiótico.

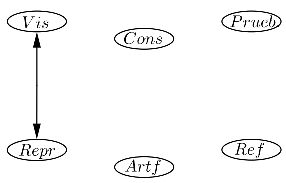
Luego, calcula el vértice, utilizando la fórmula $V = (-b/2a, f(-b/2a))$ y obtiene el punto $(-1, 4)$. En este caso, la fórmula también funciona como artefacto simbólico y se trabaja la dimensión instrumental.

Finalmente, la profesora traza la gráfica, organizando los puntos encontrados dentro de un plano cartesiano que ella dibuja. Como los valores son pequeños, no hay problemas con las proporciones ni con la graduación de los ejes. El trabajo en esta etapa es semiótico.

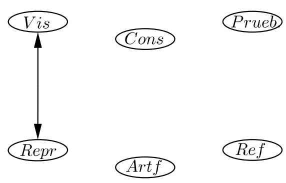
El resumen de la circulación del ETM de esta tarea se muestra en la figura 6.47.



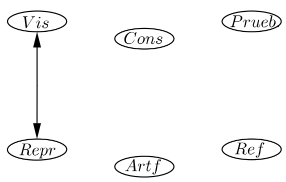
(a) Identificar coeficientes de la función



(b) Calcular las raíces de la función



(c) Calcular el vértice de la función

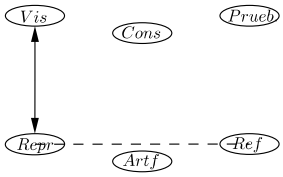


(d) Trazar la función

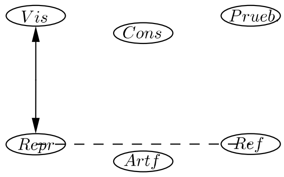
Figura 6.47: Circulación ETM Episodio 3 parte 1, clase 3, profesora E

La profesora en este mismo episodio, una vez que realiza la gráfica, obtiene el eje de simetría de la función y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Para ambas tareas, la profesora toma elementos del referencial teórico para definir de forma oral tanto el eje de simetría, el intervalo de crecimiento y el de decrecimiento. En términos del ETM estas actividades se muestran en la figura 6.48.4-GDis-Ref



(a) Calcular eje de simetría



(b) Calcular el intervalo de crecimiento/decrecimiento

Figura 6.48: Circulación ETM Episodio 3 parte 2, clase 3, profesora E

Este es el único ejemplo, en el que una vez que se obtiene el gráfico, este es utilizado para analizar elementos de la función. Hay otra tarea donde se pide identificar el intervalo de crecimiento de una función (clase 3, episodio 10, ver página B.3.3) y la profesora también gráfica la función para poder obtener el intervalo de crecimiento de la función.

6.4.3. Síntesis profesora E

En esta sección se hizo un análisis general y otro particular de las tareas habituales que la profesora propuso a sus estudiantes durante las clases sobre funciones polinómicas.

En el análisis general se tomaron en cuenta tres elementos: 1) los tipos de tareas, 2) la contextualización (en caso de haberla) y 3) las representaciones y características de las funciones involucradas en las tareas propuestas a los estudiantes. Luego, en base al análisis general, se eligieron algunos episodios, los cuales se analizaron como marco teórico los ETM, particularmente las dimensiones y planos activados. En esta sub-sección se muestra una síntesis de estos análisis.

En primer lugar, pudimos observar que la mayoría de las tareas (40 de 43) trabajan solo con la función afín o cuadrática, las otras tres tareas que usan otro tipo de función son con la función valor absoluto y las otras dos son gráficos de relaciones y no de funciones. Como estas tareas son marginales, los análisis se centran en las funciones afín y cuadrática.

En estas dos funciones hay tres tipos de tareas que son las que más trabaja la profesora E en sus clases: "Graficar una función o identificar su gráfico", "Calcular/Identificar la pre-imagen de un valor" y "Calcular la imagen de un valor". Para el caso de la función afín la más frecuente es la primera (con un 36,1 %) y para la función cuadrática es la segunda (con un 26,3 %). Las otras dos tareas para cada una de las funciones aparecen cerca de un 20 % cada una.

El resto de tareas aparece de forma menos frecuente y cambian según el tipo de función, como por ejemplo "Generar expresión algebraica de una función" para el caso de la función afín y "Calcular el vértice de la función" que aparece dos veces para el caso de la función afín y cuadrática respectivamente.

Finalmente hay 5 tareas que aparecen solo una vez ya sea para la función afín o para la cuadrática.

En relación a las representaciones utilizadas en las funciones que aparecen en los enunciados de las tareas, podemos concluir que es el registro algebraico el más utilizado tanto en la función afín (11 de 19) como en la función cuadrática (14 de 19).

En las tareas sobre la función afín se utilizan además otros registros como la tabla de valores (3 de 19), las coordenadas en el plano (2 de 19), el registro gráfico (2 de 19) y el lenguaje natural (solo 1 tarea). En cambio en la función cuadrática solo aparecen dos registros distintos al algebraico: el gráfico (en 1 tarea) y el que denominamos descripción de características (en 3 tareas).

Además de la representación elegida, se analizó la naturaleza de los números utilizados y se observó que en los coeficientes de las funciones, el los números utilizados en las preguntas y en las respuestas, los números enteros aparecen casi de forma exclusiva en la función afín y de forma exclusiva en la cuadrática.

Finalmente con respecto al uso de contextos en las tareas, se observó que en la mitad de las tareas aparecen contextos y en la otra mitad no. Cuando se usan contextos, estos son mayoritariamente artificiales y la profesora no hace observaciones sobre estos.

A partir del análisis general, se realizó un análisis de algunos episodios de las clases de profesora E, teniendo como criterio de selección, elegir los episodios que contuvieran todos los tipos de tareas trabajado por la profesora.

Como síntesis del análisis particular de los episodios seleccionados en las clases de la profesora E, pudimos constatar que se privilegia un trabajo de dimensión semiótica y en menor medida un trabajo de tipo instrumental.

El trabajo de dimensión semiótica viene dado por las tareas que son propuestas en una guía de trabajo y que son mayoritariamente de selección múltiple. El formato de esas preguntas, junto con los registros utilizados favorecen un trabajo de identificación de elementos y conversión de registros.

En menor medida, aparece un trabajo de dimensión instrumental, donde se movilizan fórmulas, como por ejemplo, la fórmula para generar la expresión algebraica de una recta a partir de dos puntos conocidos, o la fórmula para calcular el vértice de una función cuadrática. En estos casos y otros similares, se observa que las fórmulas son utilizadas para obtener un resultado sin que exista una conexión con el referencial teórico. Esta desconexión ocurre mientras se resuelven estas tareas, pero también al comienzo de la unidad, porque estas fórmulas son "presentadas" pero no justificadas.

Por otra parte, la dimensión discursiva aparece ausente, tanto en la resolución de las tareas como en los episodios donde se presentan los elementos teóricos.

Los planos verticales tampoco aparecen, como las tareas son cortas, en las tareas siempre se aprecia un trabajo en una sola de las dimensiones.

Otro elemento interesante es que los gráficos son utilizados como producto final y la mayoría de las veces aparecen como respuesta de las tareas "Graficar una función" o "Identificar el gráfico de una función". Una vez que se obtiene el gráfico, estos no son analizados, salvo en el episodio 3 de la clase 3 (ver Anexo página 205) donde una vez obtenido el gráfico, de forma oral, la profesora pide obtener, el eje de simetría y el intervalo de crecimiento y de decrecimiento de una función y utiliza el gráfico para responder.

Finalmente, en relación a los números, en el único episodio en que la profesora utiliza números decimales es en el décimo de la clase 1 (ver anexo página B.3.1), pero son solo los números 0,5 y 1,5 y los cálculos con estos números son simples. En todos los otros episodios se utilizan solo números enteros en los enunciados y como se vio en el análisis particular, los cálculos que se realizan son sencillos y los artefactos movilizados dependen de la naturaleza de los números, como, por ejemplo, cuando se buscan las raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, se buscan dos números que multiplicados den c y sumados den b.

En síntesis, se observa un privilegio en las dimensiones semióticas e instrumentales, no se aprecia, la aparición del referencial teórico y tampoco el trabajo en los planos verticales, lo que restringe el trabajo matemático potencial de los estudiantes.

6.5. Conclusión del capítulo

En este capítulo se trabajó en la caracterización de las tareas habituales de tres profesoras (de un total de 6) que trabajaron en el diseño de las tareas sobre función afín y cuadrática en la plataforma.

El análisis se hizo en base a todas las clases trabajadas en la unidad denominada "funciones polinómicas", las cuales fueron 5 para la profesora B del campus I y 4 para las profesoras D y E, del campus II. Cada una de las clases se separaron en episodios, los cuales fueron definidos como trozos de clases donde hay un objetivo claramente identificable, como por ejemplo: definir o formalizar elementos matemáticos; ejemplificar o ejercitar tareas durante la clase, responder dudas a los estudiantes y resumir o repasar contenidos.

En esta primera separación de las clases por episodios, se observa que la mayoría de las clases están centradas en ejemplificar o ejercitar, y ocupan entre el 63 % y 83 % del total del tiempo de las clases. Es en estos episodios donde se encuentras las tareas que se analizaron en este capítulo.

El siguiente tipo de episodio más recurrente fue el de definir o formalizar conceptos matemáticos, episodios en que las profesoras utilizaron aproximadamente entre el 10 % y 30 % del tiempo total de las clases.

En el resto de los episodios, se trabaja en otras actividades, como responder dudas o repasar contenidos, pero ocupan mucho menos tiempo en comparación con las actividades más recurrentes.

Recordemos, que nos interesa caracterizar las tareas habituales que trabajan los y las profesores diseñadores, tomando en cuenta los fenómenos observados en las preguntas diseñadas en la plataforma, de tal forma de poder comprender las fuentes de influencias de las decisiones que los profesores diseñadores realizaron durante la concepción de las tareas.

Los detalles de estos fenómenos se describen en el capítulo anterior, no obstante, podemos destacar algunos: la concentración de algunos tipos de tareas: como "calcular una imagen de un valor" o "calcular la pre-imagen de un valor"; el privilegio que se le da al uso del registro algebraico y el uso casi exclusivo de números enteros, tanto para los parámetros libres, como aquellos en los que se condicionaban los algoritmos para forzar un resultado entero y también el uso de la contextualización artificial.

Tomando en cuenta lo anterior, se realizó un análisis general, en el cual se estudiaron tres elementos: 1) los tipos de tareas, 2) los registros y características de las funciones involucradas en las tareas y 3) el uso de contextos en las tareas.

Después de este análisis general se hizo un análisis particular, a partir de la elección de algunos episodios con el fin de estudiar de forma más detallada el ETM puesto en juego por las tareas propuestas por la profesora, en particular las dimensiones (semiótica, instrumental o discursiva) y planos verticales (semiótico-instrumental, semiótico-discursivo e instrumental-discursivo) privilegiados por las tareas . El criterio de elección fue tomar en cuenta episodios, de tal forma, que en su conjunto abarcasen todos los tipos de tareas trabajados por cada profesora.

En el análisis general, el primer elemento estudiado fueron los tipos de tareas trabajados por cada profesora según tipo de función. Un primer elemento que se observó, fue que para todas las profesoras, se trabaja mayoritariamente solo la función afín y cuadrática. La aparición de otras funciones o relaciones es marginal y ocurre al comienzo de la unidad, por ejemplo, a partir de un gráfico identificar si una relación es función o no.

También, en este análisis se pudo constatar que, dependiendo de la función, hay algunos tipos de tareas que se privilegian más que otros y también que hay algunos tipos de tarea que se trabajaron exclusivamente en una de las funciones y no en otra.

Para el caso de la función afín, en las tres profesoras, hay cuatro tareas que fueron las que más se trabajaron, aunque el privilegio que se le da a cada tarea cambia según la profesora: "calcular la imagen de un valor", "calcular la pre-imagen de un valor", "graficar una función" y "generar la expresión algebraica de una función".

Para el caso de la función cuadrática, hay más divergencia entre las distintas profesoras. Solo la tarea "calcular las raíces" fue una de las que más aparecieron en las tres profesoras. Mientras que "calcular la imagen de una valor" y "calcular la pre-imagen de un valor" fueron tareas que privilegiaron las profesora B y E; "calcular el vértice de la función" fue una tarea privilegiada para las profesoras B y D, finalmente, "graficar una función" fue una tarea que trabajaron la profesora D y E.

Por otra parte, los tipos de tareas que se trabajaron exclusivamente en un tipo de función y no en otro, estaban relacionados con conceptos directamente relacionados a la función involucrada. Por ejemplo, en el caso de la función cuadrática, "calcular el vértice" o "determinar la concavidad" y en el caso de la función afín, "calcular la pendiente". Sin embargo, una tarea que apareció en las tres profesoras solo en la función afín y no en la función cuadrática fue: "Generar la expresión algebraica de una función", suponemos que esto se debe a que en la función cuadrática, esta tarea es más difícil para los estudiantes y no hay una fórmula de reemplazo directo como en el caso de la función afín.

En todos estos tipos de tareas, podemos observar que son de aplicación directa, donde intervienen fórmulas que permiten obtener los elementos buscados.

Con respecto a los registros utilizados, se observó que todas las profesoras, para ambas funciones, privilegiaron el registro algebraico, pero de forma mucho más marcada en la función cuadrática, puesto que, su predominancia varía entre un 67 % y 92 % aproximadamente. En cambio, en la función afín, varía entre un 48 % y 57 %.

En el caso de la función afín, además se observa que, en general, hay una mayor variación de registros, aunque la importancia que se le da a cada uno, varía según la profesora. Por ejemplo, el lenguaje natural, es el segundo registro más utilizado para la profesora B y E, en cambio, para la profesora D es la tabla de valores.

El registro gráfico aparece en tercer y cuarto lugar, puesto que como se observó, en general, el gráfico no es utilizado como un registro del cual se pueda obtener información de la función, sino más bien como un producto al que hay que llegar, generalmente mediante la conversión de registros. Salvo en un caso puntual de la profesora D, no se observó que se hiciese una lectura de los gráficos para obtener información de las funciones.

Finalmente, con respecto a los registros utilizados en los enunciados para la función afín, vemos que las profesoras B y E utilizaron cinco registros distintos: algebraico, gráfico, lenguaje natural, tabla de valores y coordenadas en el plano, en cambio la profesora D, solo trabajó con tres registros: algebraico, gráfico y lenguaje natural.

En cambio, en la función cuadrática, la variedad de registros utilizados es mucho menor, en el caso de la profesora B, además del algebraico, solo utiliza el registro gráfico. Las profesoras D y E, además del algebraico y gráfico, también utilizan las tablas de valores y la profesora E, además utiliza un registro que denominamos características, el cual es un conjunto de características con las que se describe la función, pero tal función no tiene ningún registro en particular.

Además de los registros privilegiados, se analizaron los números utilizados por las profesoras en los coeficientes de las funciones, en los números de las preguntas y de las respuestas y para ambos tipos de funciones, los números utilizados son casi exclusivamente números enteros. En el caso de las fracciones, aparecen en solo una tarea de la profesora B y los decimales aparecen en algunas tareas de todas las profesoras, pero de forma muy esporádica.

Con respecto a la contextualización, se observó que hay un cierto equilibrio entre aquellas tareas que utilizan contextos y aquellas que no. Dentro de las que utilizan contextos, una parte importante son artificiales y algunas veces la mayoría. La dificultad de utilizar contextos reales para las profesoras se observa de forma más clara en las tareas sobre función cuadrática, en cambio en función afín, parece ser que la utilización de contextos reales es más sencillo, puesto que en general son la mayoría.

Con respecto al análisis particular de las tareas de las profesoras, se observó que, en general, se privilegia un trabajo en las dimensiones semióticas e instrumental.

La dimensión semiótica se trabaja principalmente a través de la conversión de registros, sin embargo, esta se realiza, principalmente, desde el registro algebraico al gráfico. En mucho menor medida se observan otros cambios de registros, como de tabla de valores al gráfico y no se observan conversiones desde lo gráfico hacia otros registros.

Un trabajo en la dimensión semiótica también se observa cuando se pide hacer una relación entre los coeficientes de la función y algunos elementos de las gráficas de las funciones, como por ejemplo, entre el signo de m en $f(x) = mx + b$ (con m y $b \in \mathbb{R}$) y la pendiente de la gráfica de f o el signo de a en $f(x) = ax^2 + bx + c$ (con $a \in \mathbb{R} - 0, b$ y $c \in \mathbb{R}$) y la concavidad, entre otros elementos.

Un elemento que se buscó fue el uso de gráficos y después de observar las clases, se constató que en general, los gráficos no son utilizados como un registro del cual se obtiene información de las funciones y son más bien un producto que resulta de una conversión. Solo se observó una lectura del gráfico con la profesora D, quién una vez hecho el gráfico comenzó a calcular e identificar algunas características de la función estudiada.

La dimensión instrumental se trabaja principalmente mediante el uso de fórmulas para calcular algunos elementos de las funciones, como es el caso de la ecuación de la recta o la fórmula para calcular el vértice de una función cuadrática. Este trabajo se identificó como instrumental porque tales fórmulas son utilizadas como una herramienta para obtener un resultado, pero durante toda la unidad no se hace justificación de su uso, el cual está naturalizado y no hay preocupación por su validez.

También se observa un trabajo instrumental a través de la calculadora, la cual permite hacer cálculos cuando los números son muy grandes (aunque sean números enteros) o en las pocas ocasiones en los que hay decimales.

Por otra parte la dimensión discursiva aparece ausente. Las fórmulas que se presentan al comienzo de la unidad no se demuestran y los estudiantes durante los ejercicios o ejemplos aprenden a utilizarlas solamente.

Finalmente, con respecto a los planos verticales, se observó, solo en algunos casos, un trabajo en el plano semiótico-instrumental. Uno de estos casos es cuando se utiliza la tabla de valores como artefacto simbólico para poder hacer un gráfico, a pesar de que es un registro en sí mismo. Otro ejemplo donde se observó un trabajo en este plano, fue cuando la profesora D utilizó el gráfico como complemento para poder calcular la pendiente de la recta que pasaba por dos puntos, puesto que se sirvió del gráfico para construir un triángulo y mediante los catetos calcular la pendiente. Este proceso, los estudiantes lo repitieron más tarde, incorporándolo a su forma de resolución.

Esta caracterización nos permitirá en el siguiente capítulo, hacer una comparación con los fenómenos observados en el diseño de preguntas en la plataforma e intentar entender en qué medida, los fenómenos observados vienen dados por las limitaciones de la plataforma, limitaciones de tipo instrumental en la concepción o influencias del ETM idóneo.

Capítulo 7

Comparación ETM potencial de la plataforma y ETM idóneo de los profesores diseñadores

Contenido

7.1. Introducción al capítulo

En este capítulo se hace una comparación entre el ETM potencial de de la plataforma diseñada por los profesores A, B, C, D, E y F, caracterizadas en el capítulo 5 y el ETM idóneo de las profesoras diseñadoras B, D y E, que fueron caracterizadas en el capítulo 6. Como se indicó en el capítulo 2, aunque las tareas no constituyen el ETM, su organización y elección son esenciales para poder ser estudiado.

En el análisis de las tareas de la plataforma, se observaron una serie de fenómenos que guían la comparación. Los elementos a considerar son: 1) los tipos de tareas, 2) la contextualización de las mismas, 3) los registros y las características de las funciones involucradas en ellas y 4) el ETM potencial de las tareas de la plataforma y de las tareas habituales.

Con la comparación se pretende determinar las principales fuentes de influencia de los fenómenos observados en el diseño de las tareas, donde se conjeturan como fuentes de influencia: la limitación de la plataforma, las limitaciones de naturaleza instrumental y la influencia del ETM idóneo de las y los profesores diseñadores.

Una vez constatadas las similitudes y diferencias entre estos dos conjuntos de tareas, los análisis se complementan con información que dieron los seis profesores diseñadores en entrevistas que se realizaron después del registro de clases.

Por otra parte, para analizar la utilización de la plataforma según el rol del profesor, se utilizaron los datos cuantitativos que generaron la implementación de SEDOL-M entre marzo y junio del 2017 en 5 sedes.

Se hizo una comparación entre 3 grupos de profesores:

- Profesores diseñadores: 14 profesores de 4 sedes.
- Profesores usuarios en sedes donde había equipo de diseño: 56 profesores de 4 sedes.
- Profesores usuarios en la sede donde no había equipo de diseño: 17 profesores de 1 sede.

Esta información cuantitativa se complementó con información de las entrevistas que se realizaron a los 6 profesores diseñadores antes estudiados.

7.2. Tipos de tareas

El primer elemento que se analizó en las 29 tareas que los profesores diseñaron en la plataforma, fue el tipo de tarea que se les pedía a los estudiantes. Estos tipos de tareas se diferenciaron según el tipo de función. En la tabla 7.1 están los tipos de tareas trabajados.

Como se puede apreciar en la tabla, se observó una concentración en dos tipos de tareas específicas: “Calcular la imagen de un valor” y “Calcular la pre-imagen de un valor”. Para

Tabla 7.1: Tipos de tareas según tipo de función involucrada

Tipo de función / Tipo de tarea	N	%
Afín	**16**	**100.0 %**
Calcular la imagen de un valor	7	43.8 %
Calcular la pre-imagen de un valor	3	18.8 %
Calcular la raíz de una función	2	12.5 %
Generar expresión algebraica de una función	1	6.3 %
Calcular el intervalo solución de una inecuación	1	6.3 %
Calcular la intersección entre dos funciones	1	6.3 %
Calcular la pendiente de una función	1	6.3 %
Cuadrática	**13**	**100.0 %**
Calcular la imagen de un valor	6	46.2 %
Calcular la pre-imagen de un valor	3	23.1 %
Calcular el vértice de una función	2	15.4 %
Calcular la(s) raíz(ces) de una función	1	7.7 %
Generar expresión algebraica de una función	1	7.7 %

la función afín representaron el 43,8 % y 18,8 % y para la función cuadrática representaron el 46,2 % y 23,2 % respectivamente.

Para el caso de la función afín, además de las tareas mencionadas, se trabajaron otros 5 tipos de tareas distintos: "Calcular la raíz de una función" (2 tareas), "Calcular el intervalo solución de una inecuación", "Calcular la intersección entre dos curvas", "Calcular la pendiente de una función" y "Generar la expresión algebraica de una función" (cada uno con una tarea).

En el caso de la función cuadrática, además de las dos que se indicaron al comienzo, hubo otros tres tipos de tareas diferentes: "Calcular el vértice de una función" (con 2 tareas), "Calcular las raíces de una función", "Generar la expresión algebraica de una función" (cada uno con una tarea).

Como se puede observar, además de la concentración de las tareas mencionada más arriba, la variedad de tareas es poca y su frecuencia de aparición es baja.

Para compararlas con las tareas habituales de las profesoras diseñadoras, en la tabla 7.2 se muestran los tipos de tarea según tipo de función que cada una de ellas trabajó, de tal forma de tener una idea global de cuáles son las tareas movilizadas.

En términos generales, vemos que en las tareas habituales hay una mayor variedad de tipos de tareas, tanto para la función afín como para la función cuadrática. No obstante, las que trabaja cada profesora cambian, tanto en su aparición, como en su frecuencia.

De forma más específica, en la tabla se puede observar que, para la función afín, hay cuatro tipos de tareas que la trabajan las tres profesoras, entre las cuáles están: "Calcular la imagen de un valor" y "Calcular/identificar la pre-imagen de un valor", sin embargo, solo

Tabla 7.2: Tipos de tareas habituales de las profesoras diseñadoras según tipo de función

Tipo de tareas/función	Profesora		
Función afín	**B**	**D**	**E**
Calcular la imagen de un valor	20,0 %	20,5 %	21,1 %
Graficar una función o identificar su gráfico	28,0 %	7,7 %	21,1 %
Generar expresión algebraica de una función	20,0 %	17,9 %	15,8 %
Calcular/identificar la pre-imagen de un valor	4,0 %	23,1 %	26,3 %
Generar una tabla de valores		10,3 %	10,5 %
Calcular el recorrido de la función		5,1 %	5,3 %
Calcular la pendiente de una función	8,0 %	7,7 %	
Calcular la raíz de la función	12,0 %		
Calcular el dominio de la función		5,1 %	
Calcular el ángulo entre una recta y el eje x	4,0 %		
Calcular la intersección con el eje y	4,0 %		
Calcular la intersección entre dos funciones		2,6 %	
Función cuadrática	**B**	**D**	**E**
Calcular la imagen de un valor	30,8 %	8,5 %	19,0 %
Graficar una función o identificar su gráfico	7,7 %	17,0 %	33,3 %
Calcular el vértice de una función	23,1 %	10,6 %	9,5 %
Calcular/identificar la pre-imagen de un valor	7,7 %	8,5 %	19,0 %
Calcular la intersección con el eje y	7,7 %	2,1 %	4,8 %
Calcular las raíces de la función	15,4 %	12,8 %	
Calcular/identificar intervalo crecimiento/dec		4,3 %	9,5 %
Determinar la concavidad	7,7 %	4,3 %	
Calcular el eje de simetría		4,3 %	4,8 %
Generar una tabla de valores		6,4 %	
Calcular el dominio de la función		10,6 %	
Calcular el recorrido de la función		8,5 %	
Calcular la cantidad de raíces		2,1 %	

el primer tipo de tarea es uno de los más trabajados para todas las profesoras, en cambio, el segundo tipo de tarea es trabajada de forma frecuente solo por las profesoras D y E, para la profesora B, la frecuencia es baja (4,0 %). Por lo anterior, al hacer la comparación con las tareas diseñadas en la plataforma, vemos que hay una mayor concentración en esta última que en el ETM idóneo de las profesoras.

En las entrevistas, cuando se les preguntó a los profesores y las profesoras diseñadoras acerca de lo que pensaban sobre la concentración de los tipos de tareas sobre imagen y pre-imagen en la plataforma y, en general, lo consideraron algo razonable y lo justificaron de diversas formas.

La profesora B indicó (más detalles en anexo C.3.2, página 600) que la concentración de tipos de tareas lo considera algo no relevante, sin embargo, se la atribuye a la falta de coordinación:

> Profesora B *(22:30): [...] todo bien en el sentido de que cualquier cantidad de preguntas que tú le hagas a los alumnos, si deciden para estudiar, va a estar bien y el apoyo mientras más apoyo tengan, más fabuloso. Si hay que equilibrar eso, probablemente habría que equilibrar, pero no lo encuentro que esté mal, o sea, desde mi punto vista de que, porque la línea si está bien que tenga más sí pero, en ese momento se desequilibra. [...] tampoco lo pensamos, en ese momento sipo, no éramos tan especiales, la verdad es eso yo creo que faltó coordinación nomas, pudo haber sido más equilibrada.*

La profesora D y E indicaron que es algo normal dentro de las tareas contextualizadas (más detalles en anexo C.5.2, página 639 y C.5.2 y C.6.2, página 650), particularmente dijeron que, en el trabajo con preguntas contextualizadas, comenzar preguntando por la imagen y pre-imagen, es algo "natural".

También se entrevistó a los profesores A, C y F, de quienes no se tienen registros de clases, sin embargo, las respuestas frente a esta preguntas fueron similares.

La profesora A, indicó (para más detalles ver anexo C.2.2, página 584) que sería bueno aumentar la cantidad de preguntas cuyo foco no sea ni la imagen ni la pre-imagen de un valor, pero sin disminuir las que ya existen sobre estos elementos. Sin embargo, indicó que el programa oficial de la institución limita el trabajo de los profesores:

> Profesora A. *(24:43) No sé, por ejemplo, a mí me gustaría que hubiera más preguntas de calcular el vértice, porque hay varias situaciones donde uno puede analizar en el tiempo que se produce algo más, creo que hay muy poquitas de esas, yo creo que podríamos aumentar las otras, pero no creo que disminuir las otras sea un error tampoco.*
>
> *[...] Pero por ejemplo, aquí las raíces de una función lineal, por ejemplo, aquí, tenemos más de "generar una expresión algebraica de una función" que de una*

pre-imagen, pero, tenemos problemas, porque en el descriptor no aparece esto y muchos profes que no construyen la función, sino que solamente calculan imágenes, pre imágenes y se quedan en eso. Y no sé cómo irán a hacer los resultados de esta parte así.

El profesor C también argumenta una cierta naturalidad el comenzar con preguntas de imagen o pre-imagen (más detalles en anexo C.4.2, página 622), en cambio, el profesor F, además de indicar cierta naturalidad, también argumentó que estas preguntas eran más fáciles de programar y que se preocuparon más de utilizar diferentes registros (más detalles en anexo C.7.2, página 671).

Las transcripciones que se muestran y de las que se hace referencia en los párrafos precedentes, nos muestran que para los profesores no parece tan relevante la concentración de tareas en la plataforma y en algunos casos incluso lo justifican o lo consideran natural. Esto nos muestra hasta que punto es importante realizar una vigilancia epistemológica-didáctica, puesto que son precisamente las tareas, tanto que se trabajan como las que se obvian las que activan el trabajo matemático.

Retomando las tareas habituales de las profesoras diseñadoras, vemos que en la tabla 7.2, además de las dos tareas que recién se analizaron, aparecen dos tipos de tareas más: "Generar la expresión algebraica de una función" y "Graficar una función o identificar su gráfico". Si las comparamos con las tareas de la plataforma, vemos que la primera aparece solo una vez y la segunda no aparece.

El tipo de tarea "Generar la expresión algebraica de una función", es una tarea que se puede trabajar en la plataforma y, más aún, se puede ofrecer una interacción que en un entorno lápiz-papel no es posible, tal como lo muestra la figura 7.1 (extraído de (Cazes, 2008, p. 243)), donde se observa que el estudiante tiene varias oportunidades de ingresar la expresión y visualizar gráficamente sus respuestas. A partir de estos elementos, él puede ir ajustando las soluciones que propone a la plataforma. Crear esta pregunta sería interesante desde el punto de vista del diseño, puesto que el profesor debería pensar cuáles son los criterios matemáticos para que una función en particular sea una buena aproximación, lo cual revelaría elementos interesantes del ETM personal del profesor.

En cambio, el tipo de tarea "Graficar una función" no es posible de desarrollar en la plataforma debido a las limitaciones técnicas de esta. En el mejor de los casos, esta pregunta se puede transformar en "Identificar el gráfico de una función", pero como bien lo han mostrado Berg and Boote (2015), la naturaleza de la pregunta cambia bastante cuando se pasa de la construcción del gráfico por el estudiante a la identificación de este en una pregunta de opción múltiple, aunque se usen como alternativas los errores comunes de los estudiantes. No obstante, ni siquiera esta última opción está disponible, por lo que podemos ver que hay una parte del trabajo matemático que los profesores valoran en sus clases que no está y no puede estar presente en la plataforma.

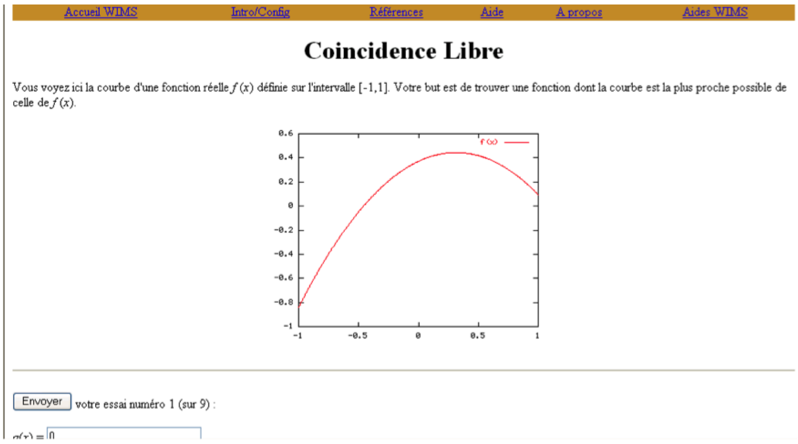


Figura 7.1: Ejemplo tarea: generar una expresión algebraica, extraído de (Cazes, 2008, p. 243)

El resto de tipos de tareas habituales no son comunes a las tres profesoras diseñadoras y las trabajan dos de ellas o solo una. Por ejemplo, “Generar una tabla de valores” y “Calcular el recorrido de una función” la utilizaron solamente las profesoras D y E, en cambio, “Calcular la pendiente de una función” la trabajaron solamente las profesoras B y D. El resto de tipos de tareas las emplea solo una de las profesoras y son: “Calcular la raíz de una función”, “Calcular el ángulo entre una recta y el eje x”, “Calcular la intersección con el eje y” que los trabaja solo la profesora B, “Calcular el dominio de una función” y “Calcular la intersección de dos funciones” que los trabaja solo la profesora D.

Si comparamos lo anterior con los tipos de tareas de la plataforma, vemos que de los 8 tipos expuestos, solo dos aparecen. Al analizar los tipos de tareas faltantes, no se observan limitaciones en la plataforma que impidan su desarrollo, por lo que esto podría ser debido a la falta de organización y al hecho que la concentración las tareas sobre imagen y pre-imagen produjo una disminución del tiempo de diseño que se podría haber dedicado a otros elementos.

Para el caso de la función cuadrática, en la plataforma también hay una concentración de tareas sobre imagen y pre-imagen y, además, de estas tareas se trabajan solo otros tres tipos de tareas:“Calcular el vértice de una función ”, “Calcular la(s) raíz(ces) de una función” y “Generar expresión algebraica de una función”.

En las tareas habituales de las profesoras diseñadoras, la variedad de tareas que se trabaja es mayor, sin embargo, no todas las profesoras trabajan los mismos tipos de tareas. Hay cinco tareas que trabajan las tres profesoras, de las cuales, tres coinciden con las de la plataforma: tareas sobre imagen, pre-imagen y sobre el vértice. También hay tareas sobre las raíces, pero solo las trabajan las profesoras B y D. El resto de las tareas, solo aparecen en las que son habituales de las profesoras y no en la plataforma.

De las tareas ausentes en la plataforma, en relación al ETM idóneo de los profesores, al igual que en la función afín, solamente "Graficar una función" no se puede diseñar en la plataforma, todas las restantes sí se pueden programar. Es interesante observar que el diseñar estas tareas que faltan en la plataforma, de cierta manera "obligaría" a algunas de estas profesoras a trabajar elementos que están ausentes en sus clases, lo que de cierta forma podría enriquecer el trabajo potencial de los estudiantes o quizás podría significar un cierto rechazo de los profesores a utilizar la plataforma, precisamente porque se evalúan elementos que ellos no trabajan.

Por otra parte, hay una tarea que aparece en la plataforma y no en las habituales de ninguna de las clases de las profesoras estudiadas: "Generar la expresión algebraica de una función". Esta tarea la diseñó la profesora D y pedía calcular la compuesta de una función a partir de otras dos funciones. En la entrevista, cuando se le pregunta por los contextos, la profesora justifica la razón de esta pregunta:

> Profesora D *(00:55): Bueno, en las guías que utilizamos para la asignatura. ¿Ya? Entonces, al elegir las preguntas, el equipo, entonces, como el profesor F ya había elegido su pregunta que era de la fotocopiadora y esta tenía para hacer la composición de funciones y después nos dimos cuenta que no estaba especificado en el programa lo de componer, pero igual nos arreglamos, porque después esto lo utilizan en cálculo entonces, necesitamos agregar este tipo de preguntas y esa pregunta siempre uno la aplicaba en una prueba y la veía en clase, por eso que elegí esta pregunta en particular, ya que era cuadrática y se podía ver tanto lineal y como cuadrática entonces, tenía las dos funciones.*

Acá se puede observar cómo el trabajo habitual que realiza la profesora influye en sus decisiones de diseño, sin embargo, esta tarea, durante sus clases no se observa.

En general, pudimos constatar que hay una relación entre los tipos de tareas de la plataforma y los que trabajan las profesoras en sus clases, sin embargo, la variedad y frecuencia en la plataforma es menor a las de las tareas habituales, por ejemplo en las clases, no se observa la misma concentración que se observó en el ambiente digital. También se observaron tareas que no se trabajan en la plataforma. A su vez, pudimos constatar que los tipos de tareas que trabaja cada profesora y la importancia que le da también es diferente, lo que nos lleva a preguntarnos cómo será la incorporación en la plataforma de tareas que no sean habituales para ellos, ¿esto los obligará a trabajar elementos nuevos o si más bien producirá un rechazo por parte de los profesores?

7.3. Contextualización

En la plataforma se observó que todas las tareas diseñadas son contextualizadas, esto se dio por una condición impuesta en el proyecto SEDOL-M, como consecuencia de la interpretación que se hizo del programa oficial del curso (para más detalles ver sección 4.3). Al analizar los contextos, se observó que muchos de estos eran artificiales o que habiendo algunos de carácter real, dentro de estos, habían elementos extraños.

Durante las entrevistas se les preguntó a los profesores diseñadores, qué opinaban sobre el rol de los contextos en matemáticas y si el modelo matemático elegido debía ser coherente con el fenómeno estudiado. La mayoría dio algún tipo de justificación sobre la razón por la cual era importante la contextualización y todos, salvo la profesora E, coincidieron sobre que los contextos debían ser justificables.

Por ejemplo, para la profesora A, la importancia está en que a partir de los contextos, los estudiantes pueden tomar decisiones:

> Profesora A *(15:44): Para mí el contexto tiene que ver con la toma de decisiones, o sea, que ellos apliquen la matemática y aprendan a tomar decisiones en determinadas soluciones, por ejemplo, en la que me mostraste hace poquito en la de los pantalones o en algún lanzamiento donde tengan que determinar un tiempo, claro, van a tener dos soluciones o a lo mejor una les va a quedar positiva y una negativa [...]*

Cuando se le pregunta a la profesora A si debe ser justificable la elección de la función que modeliza el fenómeno estudiado, la profesora indica que sí (más detalles en anexo C.2.2, página 582). Sin embargo, cuando se le pregunta sobre el contexto del ingreso de los pantalones en función de las unidades venidas, elegida por ella en las tareas que diseñó en la plataforma, se muestra sorprendida y se observa que es un elemento en el que realmente no había reparado:

> *I. (20:55): Y por ejemplo, en este caso de los pantalones ¿es posible justificar el ingreso de algo realmente se modela por esa función?*
>
> Profesora A *(20:15): Ah, me estás poniendo entre la espada y la pared. Sí, de acuerdo a los costos de los materiales, si hay alguno, no sé, me imagino, que está así.*
>
> *P. (21:39): A que tienen que estar relacionados con su modelo matemático, pero bueno, en economía son más funciones exponenciales, no sé, voy a buscar si hay alguna, me dejaste con la duda ahora.*

Por otra parte, la profesora B, indica (más detalles en anexo C.3.2, página 597) que es importante la relación entre los modelos matemáticos elegidos y su poder de explicar algún evento y que además considera importante que los estudiantes conozca algunos modelos socialmente compartidos, sin dejar de lado la operatoria más descontextualizada. Cuando se le consulta si el modelo matemático elegido debe ser justificable, indica que esto sí debe ser así y el que no sea posible, puede llevar a los alumnos a confusión.

Para el profesor C (más detalles en anexo C.4.2, página 621) la contextualización permite que la matemática sea más "cercana" a los estudiantes y que esto podría ayudar a que los aprendizajes perduren en el tiempo. Cuando se le pregunta por la justificabilidad del modelo matemático elegido, al igual que la profesora B, también indica que si no se puede justificar el modelo elegido puede causar confusión en los estudiantes.

La que tiene una opinión un poco distinta es la profesora D (más detalles en anexo C.5.2, página 636), quien argumenta que la tendencia a trabajar con tareas contextualizadas obedece a una demanda más bien institucional y que esto es relativamente reciente (hace 4 semestres), la profesora al igual que el resto de los y las profesoras mencionados anteriormente, considera que los modelos elegidos deben ser justificables y que dependiendo del nivel de los estudiantes esto lo pueden realizar ellos mismos.

Para el profesor F (más detalles en anexo C.7.2, página 668), los contextos pueden ayudar a los alumnos a motivarse, entender mejor los problemas que deben resolver, aunque para el profesor, es importante que primero, los estudiantes aprendan la operatoria sin el contexto. Con respecto a la justificabilidad de los modelos matemáticos elegidos indica que idealmente esto debe ocurrir, aunque reconoce que dependiendo de la disciplina esto puede ser más difícil de realizar:

> Profesor F *(25:25): Bueno idealmente yo creo que sí debería existir esa relación porque eso nos hace encontrarle más sentido al problema en sí porque o sino les planteamos solamente ejercicios no más lo que muchas veces nos pasaba o me pasa a veces que uno inventa un ejercicio y empieza y ¿esta cuestión será así? ¿funcionará en la realidad o no funcionará? ¿tendré alguna base? Por ejemplo, por ahí hay una guía que tiene una fórmula de frenado de un vehículo en funciones, de esas guías que te mandamos, entonces, yo pensaba ¿esa fórmula tendrá un respaldo? ¿o será inventada? Porque hay varias funciones que están ahí y que la función cuadrática es inventada no más, no está respaldada por ninguna cosa, entonces, ahora el buscar ese respaldo hay que saber, hay que manejarse en el tema ya sea si te vai a la parte física.*

La única profesora que indicó que la justificabilidad de los contextos no es necesaria fue la profesora E, quien indicó lo siguiente:

> Profesora E *(07:43): Da lo mismo en la medida que sea un porcentaje pequeño que sea así, que siempre uno tenga la posibilidad de llevar a un contexto y sacarle los datos, pero después donde estamos en otras funciones, generalmente se da el modelo algebraico. Se entrega, por lo tanto, no habría problema me parece a mí, pero si no dedica al 100 % ese tipo de contexto, no lo entrega, lo da nomas, el pago esto, pero también que este la posibilidad de generar el modelo,*

> *de hecho muchos libros de matemáticas vienen así, no explican, no hay nada, dice "dada esta información, usted calcule tanto" y uno lo hace, de hecho no cuestiona porqué. Pero, que no fueran que todos estén dados, al menos una situación que la pueda realizar él, si se puede claro, aunque todo funcione.*

Viendo un panorama general, vemos que, al menos en el discurso, los profesores dan una importancia a los contextos y esa importancia es justificada de diversas formas y en general, salvo la profesora E, todos y todas consideran que el modelo elegido debe ser justificable. Sin embargo, al momento de diseñar las tareas en la plataforma, esto se pasa por alto y no es un factor que consideren.

Por ejemplo, la profesora A, quien eligió como contexto los beneficios por la venta de pantalones en función de las unidades vendidas, cuando se le pregunta cómo eligió el contexto, se observa que está pensando más bien en criterios matemáticos que de coherencia entre el modelo matemático y el fenómeno estudiado:

> Profesora A *(01:03): ¿Cómo elegí el contexto? ¿Cómo la situación o por qué elegí el...? Ah, porque estaba buscando que se trabajaran algunos elementos de la función cuadrática, entonces, en la primera podías analizar los interceptos, en relación a la cantidad de pantalones que se habían producido. Y cuándo, en esa pregunta me parece que era porque hay dos puntos de solución, el 0 y el otro valor.*
>
> *[...] Pero era para que ellos pudieran analizar que, si bien hay dos soluciones, reales, pero hay una que está definida dentro de la situación qué te sirve para responder la pregunta y la otra no tiene sentido, entonces, es como relacionarlo un poco con la vida más cotidiana, una cosa así.*

Y en particular cuando se le pregunta por la representación gráfica continua que ella eligió de la función cuya variable independiente es discreta (unidades vendida), indica que es algo que se cuestiona, pero que finalmente, quedó así:

> Profesora A *(10:04): Sí y la curva está continua. Mira, no es el único problema, porque hay varios movimientos, hay varios, por ejemplo, cuando son... ¡ay! es que hay varias preguntas con las que teníamos el mismo problema y yo lo conversé con los chiquillos que lo íbamos a tomar como si fuera continua, aunque no podía producir esas cantidades de pantalones, pero nunca lo discutimos tampoco entre los profes y hay varias preguntas que están así.*
>
> *[...] P. (10:42): O sea, en algún momento lo cuestionamos, pero no lo... no tomamos ninguna decisión, lo dejamos así no más, no tomamos ninguna decisión al respecto, o sea, no fue un acuerdo, pero tampoco fue un desacuerdo.*

> *[...] P. (11:59): porque hay muchas funciones lineales que son discretas, entonces, uno tiende a hacer la línea de la gráfica y ahí lo conversamos cuando trabajamos con situaciones tratamos de hacer los puntos, pero igual a veces, no te miento, tiro la línea no más y lo aclaro, pero casi todos los problemas . . . no hago muchos problemas que sean discretos, porque sé que pasa eso.*

La profesora D también utilizó un criterio similar a la profesora A (más detalles en anexo C.5.1, página 631), puesto que fueron principalmente los elementos matemáticos los que la hicieron elegir el contexto de las tareas que diseñó en la plataforma. No obstante, según indicó la profesora, con la intención de hacer más reales los contextos fue que decidió utilizar números decimales:

> *[...] P. (09:46): ¿por qué estaba con decimal? en uno de los puntos que teníamos que hacer que la pregunta sea más real entonces, como era de contaminación, yo empecé a buscar en manuales, ¿cuál era el rango de contaminación? porque, también contaminación no sé. o sea, en la sala una contaminación, tal que la persona debería estar fallecida. ¿Cierto?, entonces, busqué los rangos y los valores que fui agregando aleatoriedad que no me diera mayor que ese valor, ni menor que ese valor por eso en el eje y no llegaban más de cuarenta, porque yo había leído hasta ese valor era posible.*

El profesor F, en cambio (más detalles en anexo C.7.1, página 662), indicó que el contexto lo eligió simplemente porque le pareció más sencillo de programar. Las profesoras B y E y el profesor C (más detalles en anexo C.3.1, C.6.1, C.6.1, páginas 594, 648, 648 respectivamente) eligieron contextos que consideramos reales, sin embargo, al igual que las profesoras A y D, fueron criterios matemáticos los que eligieron en primer término y luego el contexto.

Los ejemplos anteriores muestran que el contexto, en algunos casos, influyó en algunos elementos matemáticos, como la elección de decimales que efectuó la profesora D, pero no se cuestionó la pertinencia del modelo matemático elegido.

Para contrarrestar las opiniones de los profesores con su elecciones efectivas en clases sobre este tema, en las observaciones de clases de las profesoras B, D y E, se clasificaron las tareas, que ellas propusieron a sus estudiantes, en dos categorías: contextualizadas y no contextualizadas y a su vez, las primeras, se separaron entre aquellas que tenían un contexto real, versus un contexto artificial. Recordemos que definimos un contexto artificial cuando la función elegida para modelizar la situación no podía ser justificada. El resumen de esta información se muestra en la tabla 7.3.

En el caso de la función afín, vemos que tanto en la profesora B y E, hay un equilibrio entre, las tareas contextualizadas y no contextualizadas, mientras que la profesora D, trabajó en su mayoría (79,5 %) tareas contextualizadas. En las tareas contextualizadas, para

Tabla 7.3: Contextualización de tareas habituales de las profesoras diseñadoras

Afín	**B**	**D**	**E**
No	52,0 %	20,5 %	52,6 %
Sí (Artificial)	16,0 %	30,8 %	31,6 %
Sí (Real)	32,0 %	48,7 %	15,8 %
Cuadrática	**B**	**D**	**E**
No	30,8 %	52,4 %	56,5 %
Sí (Artificial)	30,8 %	47,6 %	37,0 %
Sí (Real)	38,5 %	0,0 %	23,1 %

la profesora B y D el porcentaje de tareas con contextos artificiales es menor que al de contextos reales, en cambio, para la profesora E, la mayoría de las tareas contextualizadas utilizan contextos artificiales.

Para el caso de la función cuadrática, las profesoras D y E trabajan un poco más de tareas contextualizadas que no contextualizadas, en cambio la profesora B trabaja en mayoritariamente tareas contextualizadas. Entre estas, la mayoría son en contextos artificiales para las profesoras D y E, en cambio para la profesora B la cantidad de tareas con contextos reales es levemente mayor a la cantidad de tareas con contextos reales. Sin embargo, recordemos que para la profesora B, las tareas contextualizadas son en su mayoría de la plataforma (ver tabla 6.6), lo que pudo haber alterado una elección no influenciada por la plataforma.

Esto nos lleva a concluir que hay una diferencia entre lo declarado y las elecciones efectivas de las profesoras y los profesores diseñadores con respecto a la contextualización. Puesto que cuando se les pregunta por la justificabilidad de los modelos matemáticos elegidos ellos declaran, estar de acuerdo, pero en la práctica no es algo que realicen.

Existen otras investigaciones que muestran que para los profesores la contextualización no es algo tan sencillo, aún cuando estos no sean contextos sofisticados. Por ejemplo, de Abreu propone a un grupo de profesores resolver dos poblemas similiares, el primero es un problema estándar: "Steve ha comprado 5 tablones de 2 metros cada uno, cuántos tablones puede obtener serrándolos?" y el segundo, una variación del primero que denominaron problemática: "Steve ha comprado 4 tablones de 2,5 metros cada uno, cuántos tablones puede obtener serrándolos?". Esta denominación la hicieron porque al utilizar el mismo procedimiento que para el caso estándar, resulta problemático si se toman en cuenta las consideraciones realistas.

Entre los variados resultados, se observó que de los profesores en formación inicial que se les pidió resolver el problema, más de la mitad de los casos fueron soluciones no realistas, es decir, calcularon $4 \cdot 2,5[m] = 10[m]$ y concluyeron que se pueden obtener 10 tablas. Además, cuando se les pidió evaluar la respuestas de los estudiantes, la puntuación que dieron a las soluciones no realistas fueron mayores a las que consideraron el contexto.

Si la contextualización es realmente tomada en cuenta, puede ser una herramienta que realmente contribuya a dar sentido al trabajo matemático. Sin embargo, el ejemplo anterior y los análisis de las tareas diseñadas por los profesores muestran que para esto es necesario un trabajo didáctico con los profesores, puesto tienden a resolver de forma algorítmica las tareas sin tomar en cuenta las restricciones del contexto o utilizar contextos artificiales.

7.4. Registros y características de las funciones

Otros elementos que se analizaron en las tareas de la plataforma, además del tipo de tarea y la contextualización, fueron el registro y las características de las funciones que aparecen en el enunciado.

Al analizar las 29 tareas se observó que en el caso de la función afín los profesores utilizan 3 registros diferentes (algebraico, gráfico y lenguaje natural) y en el caso de la función cuadrática solo 2, tal como lo muestra la tabla 7.4.

Tabla 7.4: Representación semiótica según tipo de función en la plataforma

Tipo de función / Registro semiótico	**N**	**%**
Cuadrática	**13**	**100 %**
Algebraico	9	69.2 %
Gráfico	4	30.8 %
Afín	**16**	**100 %**
Gráfico	7	43.8 %
Algebraico	6	37.5 %
L. Natural	3	18.8 %

En esta tabla observamos que los registros privilegiados cambian según el tipo de función, puesto que en la función cuadrática se trabaja mayoritariamente (69,2 %) el registro algebraico y el resto de tareas usan registro gráfico. En cambio, en la función afín se privilegian los registros gráfico (43,8 %) y algebraico (37,5 %) y el resto de tareas se complementan con el lenguaje natural (18,8 %).

Cuando se analizan estos elementos en las tareas habituales de los profesores, observamos que hay una predominancia clara del registro algebraico, tal como se muestra en la tabla 7.5.

[1]En estas tareas la profesora dibuja un plano cartesiano y en el un par de puntos junto a sus coordenadas. A pasar de que está en un soporte gráfico, se identificó como “Coordenadas en el plano” porque la gráfica de la función no aparece.

[2]En estas tareas la profesora indicaba características generales de las funciones como por ejemplo: función lineal cuyo gráfico intersecta al eje x en u valor positivo.

Tabla 7.5: Registros utilizados por las profesoras diseñadoras en sus tareas habituales

Tipo de función/Registro	**Profesora**		
Afín	**B**	**D**	**E**
Algebraico	48,0 %	51,3 %	57,9 %
L. Natural	28,0 %	28,2 %	5,3 %
Coordenadas en el plano[1]	12,0 %		10,5 %
Gráfico	8,0 %	20,5 %	10,5 %
Tabla de valores	4,0 %		15,8 %
Cuadrática	**B**	**D**	**E**
Algebraico	92,3 %	73,9 %	66,7 %
Descripción de características[2]			14,3 %
Gráfico	7,7 %	15,2 %	14,3 %
Tabla de valores		10,9 %	4,8 %

En la función afín para las tres profesoras, cerca de la mitad de las tareas habituales se usa el registro algebraico y el resto es complementado de distintas formas. Las profesora B y E, utilizan además el lenguaje natural, las coordenadas en el plano, el registro gráfico y las tablas de valores aunque no en la misma proporción. La profesora D trabaja solamente con dos otros registros: el lenguaje natural y el gráfico.

En la función cuadrática, la utilización del registro algebraico es mucho más marcada, puesto que las profesoras B, D y E lo utilizan más de un 90 %, cerca de 3/4 partes y 2/3 de las veces respectivamente. La profesora B lo complementa solo con el registro gráfico, la profesora D con el registro gráfico y tabla de valores y la profesora E, además, de los registros antes mencionados, utiliza también el que denominamos características.

Al comparar el uso de registros en las tareas habituales y en las tareas de la plataforma podemos observar dos elementos. El primero es que en la plataforma hay una menor variedad de registros, puesto que las tablas de valores, las coordenadas en el plano y la descripción de características no aparecen. El segundo es que en la plataforma, la preponderancia del registro algebraico disminuye en el caso de la función cuadrática y se invierte en el caso de la función afín, puesto que allí, es el registro gráfico el que se utiliza de forma mayoritaria.

El caso del uso del registro gráfico es particularmente interesante, puesto que, como vimos en la subsección 4.4.1 (página 101), en el diseño de los gráficos hay una variedad de elecciones que debe tomar el diseñador, que lo hace una opción potente, pero a la vez costosa de utilizar.

De hecho, a las profesoras y los profesores diseñadores, cuando se les consultó sobre las dificultades que tuvieron al programar, indicaron que los gráficos fueron uno de los mayores desafíos que enfrentaron (salvo la profesora E, quien no diseñó gráficos):

> Profesora A *(05:52): [...] Con lo que te decía recién, porque al principio uno graficaba y te daban valores que no eran lógicos, entonces, como estábamos, la pregunta se supone que estaba dentro de un contexto.*

> Profesora B *(38:48): El tema de que me salieran exactos, de que por lo menos en uno encontrara dos puntos, a mí me interesaba que esa recta al menos se viera clarito dos puntos, donde se pudiera leer directamente en el eje x y el eje y y después el eje x e y, cosa que me interesaban dos puntos los que estuvieran en entre medio me interesaba, pero que por lo menos, identificaran cada vez que miraban, miraban bien y yo les pudiera decir mira no encuentran ningún punto donde van respectivamente el x y la y o sea traté de hacer eso, un poco en la trampita.*

> Profesor C *(06:46): [...] lo que más me costó fue ajustar cómo centrar el gráfico al principio, ahí como que tuve que probar varias veces, pero si te fijas en la programación, es sencilla y en general, las programaciones que yo hago son sencillas, porque están pensadas así.*

> Profesora D *(11:16): [...] y en la de las gráficas vi un video. Me costó como tres veces ver el video hasta que logré entender y, ahí va después uno va aprendiendo en forma exponencial, después ya y hartas indicaciones que nos dio el profesor acompañante cuando empezó a trabajar con nosotros, en la mitad del proceso y con esos tips que nos dieron, empezamos a programar.*

> Profesor F *(14:55): No, todo tenía su problemática, la gráfica costó bastante poder lograr entender cómo ubicarse, cómo tirar el centro, el $(0,0)$ en un lugar y la programación por otro lado también, o sea el tablero y que de repente por un paréntesis o una coma, en ese aspecto nos costó, por lo menos a mí me costó harto programar.*

La razón por la cual los profesores asumieron este costo, fue porque se les pidió explícitamente que crearan preguntas con diferentes registros para las funciones en los enunciados. De hecho, fue una de las pocas indicaciones didácticas que se les dio y según las tareas que diseñaron, se observa que modificó las elecciones que realizan en relación a su ETM idóneo. La dificultad instrumental que describen los profesores podrían explicar en parte los fenómenos observados en los gráficos. Las profesoras y los profesores describen dificultades con la definición del dominio del gráfico, lo que explica porque algunos decidieron fijar algunos parámetros y restringer la variabilidad de los objetos que se graficaron.

Otra característica que se analizó, además de los registros, fue los tipos de números que se utilizaron en los coeficientes de la función, en los números de las preguntas y las respuestas en las tareas habituales. Esta información se resume en la tabla 7.6.

Tabla 7.6: Tipos de números utilizados en las tareas habituales de las profesoras diseñadoras

Números	**En coeficientes**			**En preguntas**			**En respuestas**		
Afín	**B**	**D**	**E**	**B**	**D**	**E**	**B**	**D**	**E**
Enteros	100 %	85 %	89 %	100 %	80 %	100 %	88,0 %	89,1 %	84,2 %
Decimales		15 %	11 %		20 %		12,0 %	10,9 %	5,3 %
Fracciones									10,5 %
Cuadrática	**B**	**D**	**E**	**B**	**D**	**E**	**B**	**D**	**E**
Enteros	53,8 %	100 %	100 %	100 %	94 %	100 %	66,7 %	93,3 %	93,8 %
Decimales	38,5 %				6 %		33,3 %	6,7 %	
Fracciones	7,7 %								6,3 %

En esta tabla se puede apreciar que el uso de números enteros es transversal a todas las profesoras e independiente del tipo de función.

El único caso que sale de la norma es el de la profesora B, que en uno de los episodios sobre la función cuadrática, los números decimales son utilizados de forma más importante. Una de estas tareas viene de la plataforma y las otras son 4 tareas que trabajó en el episodio 1 de la clase 4, donde usó un ejemplo de M. R. U. A[3] y el cual fue analizado detalladamente en la sección 6.2.2, página 168.

Recordemos que cuando se analizaron las tareas de la plataforma, de los 6 profesoras y profesores estudiados, 5 utilizaron solo números enteros en la programación de las preguntas e incluso, programaron líneas adicionales para condicionar ciertos elementos (como los máximos o la pendiente) para que estuviesen compuestos de números enteros y nos preguntamos si estas elecciones se debían a limitaciones de la plataforma, de naturaleza instrumental o si venían influenciados por su ETM idóneo. Luego de analizar estos mismos elementos en las tareas habituales podemos concluir que la principal razón es la influencia del ETM idóneo.

Cuando se les consultó a las profesoras y los profesores diseñadores acerca de la naturaleza de los números utilizados en las preguntas de la plataforma, parecieron reconocer en la utilización casi exclusiva de números enteros un problema, sin embargo, lo justificaban con diversos argumentos:

> Profesora A *(26:58): [...] yo creo que ellos deben trabajar con todos los tipos de números de repente uno lo hace con números enteros para que sea más fácil para ellos, pero igual uno cae en un error porque, bueno, no sé si tiene que ver con esto, pero... Yo tengo en un área un curso de cálculo son de cuarto año y no saben sumar fracciones y no quieren hacer las pruebas sin calculadoras*

[3]Siglas para movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

> *[...]. [...] yo creo que un desacierto y no sé si nosotros tenemos los profes más miedo a trabajar con esos números para que a los alumnos no les vaya mal.*
>
> Profesora B *(24:30): Sí, a los chiquillos les cuesta mucho trabajar con la parte decimales, fraccionarias, entonces, si uno está trabajando con funciones, estamos en funciones, si queremos entender el concepto de las funciones en términos del dominio, imagen y recorrido, hay que tratar de no complicarlos con los decimales o con las fracciones para no se queden en ese tema [...]. Entonces, como para entregar la información correcta, tenemos un poco que limitar el dominio, no significa que siempre lo hagamos así, significa que un poco para que entiendan el objetivo final de la clase y uno trata de que no meterse en esos líos numéricos con tanto decimal. He aprendido con el tiempo eso.*
>
> Profesor C *(20:28): Sí y no, porque la plataforma tiene un grado de como complemento a las clases entonces, estamos también frente a varios temas de que los chicos principalmente como el tiempo que disponen para estudiar sobre todo los alumnos vespertinos, ellos trabajan todo el día y en la noche, finalmente, es un factor de frustración cuando algo no les resulta, cuando lo intentan varias veces y cuando siente que estuvieron cerca pero, que anotaron mal es tiempo perdido y tiempo gastado les duele mucho o sea les afecta bastante entonces. Por eso te digo yo o sea mientras más claro y específico y simple son las cosas yo creo que funciona mejor.*

La profesora D, que fue la única que trabajó con decimales en la plataforma, pero que en sus tareas habituales trabaja mayoritariamente con números enteros, explica por qué eligió el uso de decimales:

> Profesora D *(09:46): No, debería ser más equilibrado, agregar los decimales, a lo mejor en una pregunta inicial con entero, pero después con decimales, ahora mi pregunta es ¿por qué estaba con decimal? en uno de los puntos que teníamos que hacer que la pregunta sea más real entonces, como era de contaminación, yo empecé a buscar en manuales, ¿cuál era el rango de contaminación? porque, también contaminación no se, o sea, en la sala una contaminación, tal que la persona debería estar fallecida. ¿Cierto? entonces, busqué los rangos y los valores que fui agregando aleatoriedad que no me diera mayor que ese valor, ni menor que ese valor por eso en el eje y no llegaban más de cuarenta, porque yo había leído hasta ese valor era posible.*
>
> Profesora E *(11:47): Está bien y mal. La realidad no es entera, los valores reales y los modelos matemáticos son mucho más complejos que lo que vemos*

> *en clases. Por decir, si nosotros realmente trabajáramos una situación que ocurre en la realidad, todas nuestras funciones serían mucho más complejas, no cabe duda. Pero, para el efecto de la cantidad de horas de clases que nosotros tenemos para ver esos contenidos, para también, que el alumno tenga un buen rendimiento, los número reales, en general son más complejos, a ellos les es más difícil, tienen falencias en eso, entonces, generalmente tratamos de evitarlo. Trabajamos a veces una muestra o en clase podemos colocar ejercicios con decimales, pero en la prueba tratamos de evitarlo, de hecho les aparece función cuadrática en una prueba, a mí me aparecía, porque la saqué del control, salía solución con decimales y ahí, como no les dada una raíz exacta, no sabían qué hacer y yo la saqué de control, por lo tanto, en el control también tendría que haber salido con decimales. Me llamaba mucho la atención eso y decía pero, "Calcule, tiene la calculadora, ¡hágalo!", eso le impedía, no sabían qué hacer, porque no les daba exacto. El problema, a lo mejor, es que en clases, nosotros siempre lo habíamos hecho exacto. [...] Pero, tratando de pensar en el beneficio de él, nosotros nos ajustamos a tiempos y nos ajustamos a un rendimiento que en general no es muy bueno, entonces, sabemos que un decimal, como me ocurrió a mí en la prueba, no me había pasado eso, entonces, no entendía que se pararan a "¿qué hago profesora? Aquí no me dio exacto" "pero, calcúlelo, tiene calculadora, hágalo" y yo sé que más de una persona no los terminó de hacer, se quedó con la raíz porque sintió que no le daba exacto, entonces, eso es, a lo mejor, algo que nosotros generamos, entonces, es negativo también.*

> Profesor F *(38:44): [...] principalmente porque el chiquillo no tiene tanta habilidad numérica. Él está acostumbrado a trabajar con números enteros, o sea le colocas una fracción y se hacen bola como se dice, les cuesta resolverlas o le hacen el quite, entonces, por eso yo creo que fuimos colocando más que nada siempre tendiendo a números enteros, el tema está que más arriba uno necesita ya lo otro, yo tengo chiquillos en cálculo aplicado que se les van en collera las fracciones; pero bueno, no yo creo que hay que, no sé, equilibrar eso y estaba recién pensando que estos ejercicios que hay igual hay que revisar, revisar, porque yo no me había preocupado del tipo de número, yo ocupada de mis ejercicios que yo hice, pero también vi otros números por ahí que eran un poco complicados, números muy grandes, no sé, otros muy alejados de la realidad, entonces, eso habría que, o sea es lo que yo le haría para ir mejorando poco a poco eso.*

Las opiniones de las profesoras y los profesores muestra que son conscientes de que la utilización casi exclusiva de números enteros no es algo positivo. Primero, indican que esto trae consecuencias en los cursos que siguen en matemáticas, donde la utilización de otros números, como las fracciones, les resulta bastante complicado. Segundo, argumentan, tomando en cuenta la contextualización, que la realidad no es entera y en este mismo sentido, la profesora D explica que precisamente tomando en cuenta que los valores reales sobre la concentración de monóxido de carbono en el aire, fue que utilizó decimales y rangos bien precisos. Los profesores, en general, coinciden en que debería ser más equilibrado.

Sin embargo, al mismo tiempo que indican que no debería haber un uso exclusivo de números enteros, justifican su uso. Algunos argumentan que frente a la falta de tiempo, simplifican los temas expuestos utilizando números enteros e incluso una profesora argumenta que para entender el concepto, no es necesario complicar el trabajo con decimales o fracciones. Además, se justifican en las dificultades que implica para los estudiantes, debido a su falta de habilidad, el trabajo con otros tipos de números.

Todas estas opiniones muestran que los profesores están en una especie de círculo vicioso, puesto que a raíz de la falta de habilidades que ellos perciben, de los estudiantes empobrecen el trabajo matemático potencial a partir del uso casi exclusivo de números enteros, lo que no permite mejorar las competencias con las vienen los estudiantes y que a su vez implica que en cursos superiores estas dificultades se mantengan.

7.5. ETM de la plataforma y ETM idóneo

Recordemos que cuando se analizaron las tareas de la plataforma se observaron una serie de fenómenos. Estos fueron los que guiaron el estudio del ETM idóneo de los profesores diseñadores. Este estudio se realizó a partir de la caracterización de las tareas habituales de tres de ellos. Las tareas habituales, se caracterizaron a partir del análisis de los tipos de tareas, la contextualización y las características de las funciones movilizadas y todos estos elementos configura las posibles circulaciones del ETM en una tarea específica.

Al hacer la comparación entre el ETM potencial de las tareas de la plataforma y el ETM activado por las tareas habituales que trabajaron las profesoras diseñadoras observadas, podemos constatar algunos cambios y bastantes similitudes.

En la dimensión semiótica es donde se observan mayores diferencias. Por una parte, en las tareas habituales de los profesores se observa un uso importante del tipo de tarea “Graficar una función”, el cual debido a las limitaciones de la plataforma no es posible crear.

Por otra parte, en la plataforma se observa un uso de gráficos en los enunciados de las tareas que no se observa en las tareas habituales. Este trabajo está dado por la lectura de ciertos elementos de las funciones: imagen de un valor, pre-imagen, vértices, pendientes, entre otros. Aunque son tareas simples, estas no están presentes en las tareas habituales, puesto que como se constató en las clases observadas de las profesoras diseñadoras, los gráficos son utilizados principalmente como productos al que se llega y no como un registro del cual se pueda sacar información.

Como en las tareas habituales de las profesoras diseñadoras casi no se observó un uso de gráficos para ser leídos, no se tiene un parámetro de comparación para comprender el origen de los fenómenos observados en las tareas de la plataforma: la no configuración de la cuadrícula y las graduaciones o la lectura exacta de gráficos.

Sin embargo, a la luz de las opiniones de los profesores diseñadores sobre la preguntas de estimación, podemos conjeturar que estos fenómenos se deben a limitaciones de tipo instrumental y que también pueden estar influenciados su ETM idóneo y particularmente por el uso generalizado de números enteros.

Por ejemplo, cuando a la profesora A se le consulta por la pregunta de estimación que ella realizó, responde lo siguiente:

> Profesora A *(06:43): [...] entonces, yo quería que visiblemente ellos pudieran mirar el punto y lo pudieran estimar desde la gráfica. Entonces, me costó, creo que esta pregunta hasta la trabajamos en conjunto para poder determinar el punto que había que estimar y que tuviera un error que fuera razonable. Entonces, yo quería que dieran puros puntos enteros, no que me dieran, no sé, que tú prácticamente los pudieras hacer constantes.*

Como podemos ver, ella de cierta manera, quería forzar la programación para obtener siempre un resultado "exacto", lo que muestra una cierta forma de concebir los gráficos. Cuando se le pregunta a la profesora B sobre los que ella diseñó para un movimiento de velocidad constante y donde todo se basaba en números enteros, también habla de una visión "exacta" de este registro:

> Profesora B *(30:13): [..] si yo le pregunto: ¿Al un segundo lee, a los cinco segundos lee y a los dos coma siete?, más o menos puede ser. No sé, estimar un recorrido para estimar ponte tú una distancia para valor de tiempo exacto, no sé, según yo, esta, pero no está, ¿te fijas? Le podría preguntar a los dos coma uno o a los dos coma siete, pero no van a dar una respuesta correcta exacta podría estimar.*
> Investigador *(31:00): Y eso te causa un poco de ruido, parece.*
> Profesora B *(31:05): Sí, porque el concepto no es que más o menos esté cerca de o este a diez metros o no está a los diez metros, es eso. El concepto ahora si, yo le pregunto lo mismo sin contextualizar no es válido, pero contextualizando no, o sea "estime el valor de que se yo el valor de y cuando x vale ocho o ocho coma cuatro", "¿Cuando x vale 8.4?", "profe ¿puede ser esto?" [...] "¿profe puede ser nueve coma uno? no o son nueve o son diez". ¿Me entiendes?*

El profesor C también indicó que prefiere una lectura exacta de los gráficos (más detalles en Anexo C.4.2, página 623), puesto que esto trae menos dificultades a los alumnos. La profesora D fue la que trabajó con decimales y habla más bien de las dificultades instrumentales que tuvo (más detalles en Anexo C.4.2, página 623). La profesora E no hizo preguntas con gráficos y el profesor F, se refirió a la importancia de trabajar con aproximaciones (más detalles en Anexo C.7.1, página 665), aunque reconoce que no lo hacen mucho.

Al parecer hay una relación entre la utilización de números enteros y una visión "exacta" de los gráficos, porque solo la profesora D utilizó decimales en los gráficos, como consecuencia de hacer más realistas los valores involucrados, no obstante, incluso en ese caso, realizó una lectura exacta cuando se redactó la retroalimentación.

También, se puede observar que para los profesores fue costoso diseñar gráficos, puesto que fue donde tuvieron mayores dificultades debido a las múltiples decisiones que debían tomar. A pesar de este costo, los profesores diseñaron un porcentaje de tareas importante utilizando este registro, en comparación con el uso que dan en tareas habituales. Esto permitió que se enriqueciera la dimensión semiótica, puesto que los estudiantes tenían como registro principal el gráfico para poder responder preguntas relacionadas con elementos de las funciones. Sin embargo, los objetos matemáticos pueden ser enriquecidos y se debe trabajar la visión que tienen los profesores de ellos, de tal forma que no solo se active la dimensión semiótica, sino que la instrumental y discursiva.

En cuanto a la dimensión instrumental, en la plataforma, se observan una serie de tareas que movilizan el uso de ciertas fórmulas como artefactos simbólicos. Una muestra clara de esto es el caso de la tarea 2 de la profesora A (ver sección 5.3, página 116), donde se le pide al estudiante resolver una ecuación de la forma $ax^2 + bx = 0$, con a y b números enteros y cuyas soluciones son 0 y un número entero positivo y en la retroalimentación diseñada por la profesora, utiliza la fórmula $(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$, siendo que dada las características de la ecuación, no es la estrategia más óptima.

Al observar las tareas habituales, se observó que esto también aparece en sus clases, es decir, las profesoras utilizan una serie de fórmulas como artefactos simbólicos, las cuales no se justifican y son utilizadas de forma aislada para obtener un resultado sin ser articuladas con elementos del referencial teórico.

Este aislamiento, se refiere a que las fórmulas algebraicas no son articuladas con las otras representaciones, por ejemplo, utilizando los gráficos como elemento de control de los elementos calculados mediante fórmulas. El único caso distinto fue el de la profesora D, quien en una de sus clases articuló la fórmula para obtener la ecuación de la recta con el gráfico que fue utilizado como signo y artefacto.

Este ejemplo muestra un posible camino para hacer evolucionar las tareas de la plataforma y también la forma en que los profesores trabajan las tareas habituales en clases.

Por otra parte, la dimensión discursiva está ausente, tanto en la plataforma como en las tareas habituales. Esta característica parece representativa de la forma en que las y los profesores conciben la enseñanza de la matemática y esto trae como consecuencia un empobrecimiento del trabajo de los estudiantes y un alejamiento del trabajo matemático propiamente dicho.

Reforzar esta dimensión no parece una tarea sencilla, puesto que está muy enraizada y el trabajo de diseño en la plataforma no parece suficiente para poder hacerlo, sin embargo, esta característica junto a otras, como el uso casi exclusivo de números enteros, fue detectado gracias al análisis del diseño en la plataforma, posiblemente, debido al carácter aleatorio de las tareas diseñadas los profesores trabajan con familias de tareas donde son más visibles ciertos fenómenos.

7.6. Utilización de la plataforma

La segunda pregunta de investigación de esta tesis está relacionada con el uso de la plataforma por parte de las y los profesores diseñadores versus aquellos que son solo utilizadores, específicamente la pregunta que se planteó fue:

P2: ¿Cuál es la influencia de la plataforma en el ETM idóneo de los profesores diseñadores y profesores usuarios en la unidad de funciones polinómicas?

Como hipótesis suponemos que deberían haber diferencias en la utilización de la plataforma por parte de profesores usuarios y profesores diseñadores/usuarios.

Primero haremos un análisis cuantitativo de la participación de los estudiantes. Estos resultados se complementarán con datos cualitativos: registros de clases y entrevistas a profesores diseñadores.

Estos datos son tomados en la cuarta etapa del proyecto SEDOL-M. Esta etapa se desarrolló entre marzo y julio del 2017, la cual estaba planificada inicialmente para los cuatro campus que hasta el momento habían estado trabajando en las etapas anteriores, pero durante el comienzo de año hubo un quinto campus (Puente Alto) que se sumó, lo que implicó trabajar con 96 profesores de los cuales solo 14 eran diseñadores.

En esta etapa se implementaron 10 unidades con 8.764 estudiantes repartidos en 339 secciones, las que correspondieron al 100 % de las secciones de matemática I durante este período académico para las 5 sedes participantes.

En Inacap, la asignatura Matemática I tiene diferentes versiones dependiendo de la carrera donde se imparte, para analizar la participación según el rol de los profesores, se tomaron en cuenta solo las asignaturas MTIN01 y MTES01 de las 5 sedes participantes, puesto que eran las más masivas y las que tienen la mayor cantidad de unidades en común donde se implementó SEDOL-M: 1) Manipulación Algebraica (M. Alg.), 2) Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones (Ec. y Sist.), Funciones Poliómicas (F. Pol.) y 4) Funciones exponencial y logarítmica (F. Exp y Log.).

El resumen de profesores, secciones y estudiantes que se tomaron en cuenta para analizar la participación se muestran en la tabla 7.7 y están separadas entre las que corresponden a profesores diseñadores y usuarios.

Tabla 7.7: Resumen del uso de la plataforma según rol

	Nº de profesores		**Nº de secciones**		**Nº de alumnos**	
Sede	**Diseñador**	**Usuario**	**Diseñador**	**Usuario**	**Diseñador**	**Usuario**
Curicó	4	4	17	10	497	191
La Serena	3	9	14	32	327	810
Puente Alto		17		49		1339
Renca	4	17	15	67	324	1593
Santiago Sur	3	26	8	66	215	1791
Total general	**14**	**73**	**54**	**224**	**1363**	**5724**

Como se observa en la tabla, en todas las sedes, salvo en Puente Alto, hay profesores diseñadores. La razón de esto fue que esta sede se sumó durante el mismo semestre en el que se implementó, a diferencia de las otras sedes que contaban con un año de trabajo previo en diseño e implementación a menor escala.

Si tomamos en cuenta esta diferencia, tenemos tres grupos: grupo de usuarios, grupo de diseñadores y grupo de usuarios de Puente Alto (abreviados como usuarios PA). En cada una de las evaluaciones E1 y E2, la participación se midió como la tasa de alumnos que respondió al menos una evaluación sobre el total de alumnos inscritos en la asignatura. El resumen de la información se muestra en la figura 7.2.

Como se puede observar, hay una diferencia entre el grupo donde no hay equipo diseñador y aquellos donde si lo hay. La diferencia promedio es de 23,3 % y fluctúa entre un 45 % y 11 % y se observa una disminución de diferencia en el tiempo. Por otra parte, no se observan grandes diferencias entre los profesores usuarios y diseñadores, viéndose incluso una mayor participación de los estudiantes que estuvieron con profesores que no participaron en el diseño.

Si hacemos un análisis más detallado entre los profesores diseñadores y usuarios, excluyendo a los profesores usuarios donde no hubo equipo de diseño, con el fin de saber si hay diferencias significativas entre estos dos grupos, primero debemos hacer una prueba de normalidad de los datos.

Testeamos la normalidad de los datos de cobertura, por medio de la prueba de Kolmogorv-Smirnov y el test de Shapiro-Wlik. En cada uno de los casos se evalúa la normalidad de la distribución de los datos, para los dos tipos de roles, basados en el valor de “Sig”. Si este es menor a 0,05 se rechaza la normalidad de los datos (ver tabla 7.8), concluyéndose

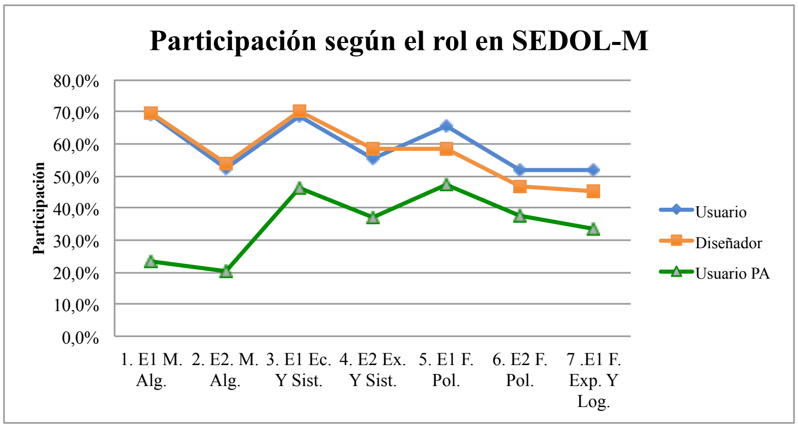


Figura 7.2: Tasa de participación de los estudiantes en SEDOL-M según rol de los profesores

que los datos no presentan una distribución normal, por lo que se aplicaron pruebas no paramétricas.

Con el objetivo de contrastar la diferencia entre los resultados de cobertura según el Rol del docente en cada uno de los controles, se aplicó la prueba de comparación de Test U-Mann Whitney, que es una prueba no paramétrica de contraste de medianas.

En la cual la hipótesis nula o H0, es la igualdad de la mediana de los resultados, en contraste con la diferencia de las medianas. En la tabla 7.9, está desarrollado la prueba por cada control y la conclusión en cada caso.

A continuación, en la figura 7.3, se presenta el gráfico de boxplot con los resultados de cobertura[4] de cada uno de las evaluaciones y su relación con el rol que tuvieron en el proyecto. Se aprecia que el rol (usuario o diseñador) no es un indicador de diferencia en la cobertura. Si es posible apreciar que el tema matemático sobre el que trabajan los estudiantes cambia la cobertura, la cual disminuye en el transcurso del semestre.

Cuando se registraron las clases de las profesoras diseñadoras, no se observó un uso de los problemas de la plataforma dentro de la sala de clases, salvo, en el caso de la profesora B, pero este uso fue solicitado de forma explícita por los estudiantes, lo que ocurrió en el primer episodio de la clase 2. Durante este episodio, los alumnos reclamaron que en las unidades anteriores, en la plataforma habían aparecido preguntas que se resolvían con herramientas que no se habían visto en clases:

> Estudiante de la profesora B *(06:15) Yo solo le dije que la guía de ahora estaba súper complicada y que hoy día íbamos a hacer un repaso para poder entender un poco y ahora me dice que no.*

[4]la cobertura se caculo como la razón entre la cantidad de estudiantes que hicieronal menos un intento en cada cuestionario sobre la cantidad de estudiantes inscritos en el curso

Tabla 7.8: Test de normalidad de datos

		Kolmogorov-Smirnov		
Evaluación	**Rol en SEDOL-M**	**Estadístico**	**gl**	**Sig.**
1. E1 M. Alg.	Diseñador	0,183	46	0,001
	Implementador	0,158	110	0
2. E2. M. Alg.	Diseñador	0,128	46	0,055
	Implementador	0,098	110	0,011
3. E1 Ec. Y Sist.	Diseñador	0,152	46	0,009
	Implementador	0,186	110	0
4. E2 Ex. Y Sist.	Diseñador	0,187	46	0
	Implementador	0,117	110	0,001
5. E1 F. Pol.	Diseñador	0,162	46	0,004
	Implementador	0,124	110	0
6. E2 F. Pol.	Diseñador	0,136	46	0,033
	Implementador	0,081	110	0,074
7. E1 F. Exp. Y Log.	Diseñador	0,156	46	0,007
	Implementador	0,116	110	0,001

Tabla 7.9: Test de comparación entre profesores diseñadores y usuarios

Evaluación	**U- Mann Whitney**	**W -Wilcoxon**	**Z**	**Sig.**
1. E1 M. Alg.	2130	8235	-1,555	0,12
2. E2. M. Alg.	2141	8246	-1,512	0,131
3. E1 Ec. Y Sist.	2496,5	8601,5	-0,13	0,896
4. E2 Ex. Y Sist.	1954	8059	-2,239	0,025*
5. E1 F. Pol.	2032,5	3113,5	-1,934	0,053
6. E2 F. Pol.	2275,5	3356,5	-0,989	0,323
7. E1 F. Exp. Y Log.	2380,5	3461,5	-0,581	0,561

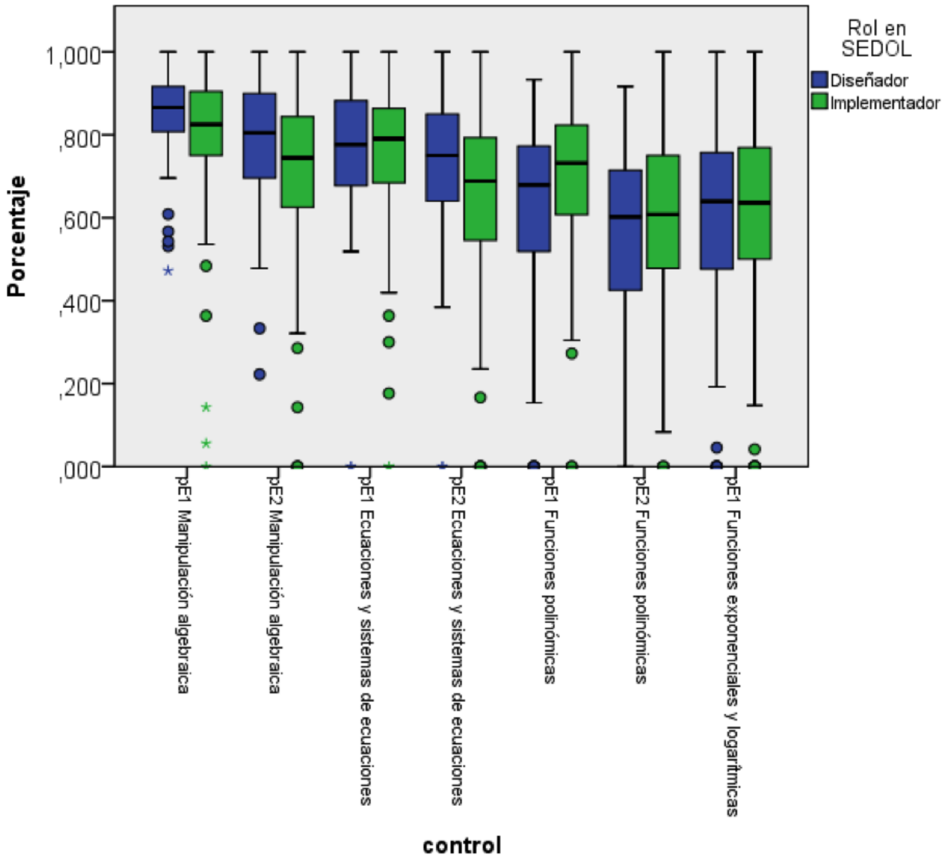


Figura 7.3: Boxplot con uso de plataforma por evaluación y según rol del profesor en SEDOL-M

La profesora, durante esta discusión, se mostró un poco de resistente a hacer lo que solicitaban los estudiantes, pero finalmente, apareció con la esta guía a la clase siguiente.

El resto de las profesoras se limitaban a recordar a los estudiantes a ingresar a la plataforma, pero no trabajaron de forma intencionada ni sistemática estas tareas.

Dentro de los roles que los profesores y las profesoras diseñadoras declararon haber trabajado durante su participación en SEDOL-M, estuvo también el de acompañar a los colegas usuarios en el proceso de implementación.

La profesora A describe de esta forma el proceso de acompañamiento que realizaron en su sede:

> Profesora A *(36:28): Son 83 secciones, entonces, nos dividimos equitativamente en 4, yo tengo 22 secciones y tratamos de que el número de profesores sumara esa cantidad de secciones y yo tengo tres profesores a cargo que tienen un número grande de secciones cada uno, entonces, el impacto del trabajo de ellos en términos del número de estudiantes también es alto [...]*
> Investigador *(37:11): ¿Y en qué consiste ese trabajo con esos tres profesores?*
> Profesora A *(37:17): Se supone que somos por equipo, pero eso no significa que cuando hay un profe que se supone que está acompañado por otro docente, nosotros no lo podemos ayudar, tratamos de conversar todas las cosas, siempre estamos poniendo el tema en la mesa cuando hay profes de mate. Entonces, ese acompañamiento pasa por enseñarle a usar la plataforma, ayudarlo a descargar las notas, hacer las transformaciones de notas, nosotros le mandamos las planillas con los reportes de sus resultados para que ellos vayan tomando remediales, conversamos con ellos para posibles remediales, escuchamos sus sugerencias escuchamos sus reclamos, porque yo creo que eso es súper importante [...]*

El resto de los profesores de esta sede describieron esta actividad de la misma forma (ver anexo C.3.3, página 606 y C.4.3, página 626).

El caso de la sede Santiago Sur es similar, cuando se les consultó a los profesores diseñadores al profesor F sobre qué significa el rol de acompañante describió lo siguiente:

> Profesor F *(41:15): Con las primeras implementaciones, cuando la hicimos cada uno de nosotros. También me tocó hacer inducción a los profes, explicarles a los profes, más que nada defender el proyecto porque era la primera vez que se les presentaba y se les decía para dónde, que esto se iba a implementar el próximo semestre, se les presentó ahí también a grandes rasgos se le mostraron preguntas y una muy breve explicación de que eran programables, porque hay preguntas que parecen muy simples, pero requieren bastante tiempo*

> *de programar. Bueno, aparte de eso, después seguimos siempre nosotros 3, el equipo de acá, cierto, preparando y siempre nos consultábamos y analizábamos las preguntas en conjunto. No había nadie que, de repente ya había cierta parte del trabajo que lo hacías ya de forma individual, pero ya después cuando había que revisar, qué sé yo, lo hacíamos en conjunto. Bueno, ahora ya estoy a cargo de 10 profes más o menos, no 5 profes o 6 profes, 5 profes, que en total deben hacer sus como 20 o 30 cursos y tengo que ir viéndoles, abrirles los controles en la determinada fecha o si hay algún problema, que el profesor faltó, que hay que correrles, que corrió la prueba, entonces, los chiquillos todavía no tenían la materia para poder hacer el control, sí le podíamos abrir más el control. Y también sacando las estadísticas para los días martes que nos reunimos, que ya hace tiempo que no hemos podido ver estadísticas, pero Pilar ha estado sacando estadísticas, porque teníamos una reunión ayer y se suspendió po, no se pudo hacer. Qué otra cosa he hecho.*

Como se puede leer en las declaraciones de los profesores, además de ser diseñadores, han sido de cierta forma los promotores y la cara visible del proyecto dentro de cada una de las sedes, lo que ha permitido un uso que importante por parte de los profesores usuarios, teniendo en cuenta la gran cantidad de docentes que hay en cada sede.

Si la utilización de la plataforma se toma como un signo de apropiación por parte de profesores usuarios, parece ser que la clave está en la participación de una parte de sus colegas en el diseño y en el acompañamiento de la integración, lo que le dio validez social a la plataforma, incluso tomando en cuenta los fenómenos que se observaron y las dificultades que han tenido estudiantes y profesores usuarios, las que han sido narradas por los profesores diseñadores.

7.7. Conclusión del capítulo

En este capítulo se hizo la comparación entre las tareas diseñadas en la plataforma para la unidad funciones polinómicas y las tareas habituales de tres de las profesoras que diseñaron estas tareas y también se analizó la utilización de la plataforma por parte de los profesores diseñadores.

La comparación se hizo en base al análisis que se hizo el capítulo 5, de las tareas de la plataforma y donde se observaron una serie de fenómenos, de los cuales no se tenía claro cual era su fuente de origen, específicamente nos preguntamos hasta qué punto eran debido a las limitaciones de la plataforma, la falta de expertiz de los diseñadores o por la influencia del ETM idóneo de los profesores diseñadores.

Teniendo en cuenta el análisis de las tareas de la plataforma, se comparó el tipo de tareas, la contextualización, las características y representaciones de las funciones movilizadas en las tareas y el ETM potencial de ambos conjuntos de tareas. Esta comparación se complementó con las entrevistas realizadas a las y los profesores diseñadores.

Finalmente, se analizó el uso efectivo de la plataforma por parte de los alumnos en cursos a cargo de profesores diseñadores y profesores usuarios. Estos datos se complementaron con las entrevistas realizadas a las y los profesores diseñadores.

Al hacer la comparación se observó que las limitaciones de la plataforma afectaron principalmente a un tipo de tarea: "Graficar una función", la cual, según lo observado en las tareas habituales de los profesores es bastante importante y que en la plataforma no se puede desarrollar.

Sin embargo, la concentración de ciertas tareas y la falta de diversidad de tareas se debe más bien a una falta de expertiz o vigilancia epistémica, didáctica y de organización, puesto que, por ejemplo, hay tareas de conversión de registros en un solo sentido y no se explora hacerlas en sentido inverso.

Por otra parte, se observó que la utilización de los contextos es una suerte de pretexto para trabajar ciertos elementos matemáticos y es algo que está presente en las tareas habituales de los profesores. Además, en algunos casos, la contextualización es una fuente de restricciones a las características matemáticas, como por ejemplo, cuando las variables son positivas y gráficamente se trabaja solo en el primer cuadrante aunque, perfectamente podrían ser una fuente de enriquecimiento, por ejemplo, el uso de decimales en las tareas de la profesora D, o discusiones sobre la exactitud de ciertos resultados. No obstante, la validez de la utilización de una función específica para modelizar un fenómeno específico es algo de lo que no son conscientes al momento de definir tanto las tareas de la plataforma como las habituales, aunque cuando se les pregunta sobre este tema, la mayoría de los profesores diseñadores está de acuerdo con que la función elegida debería ser justificable.

En el caso de las representaciones y características de las funciones trabajadas, observamos que en la plataforma hay un mayor uso de gráficos con respecto a las tareas habituales, a pesar del costo instrumental que conlleva crearlos. Esto se debió principalmente a una de las pocas sugerencias didácticas que se les hizo en el proceso de diseño fue el de diversificar los registros utilizados para representar los objetos matemáticos involucrados.

De las características de los objetos matemáticos involucrados en las tareas de la plataforma, uno de los más llamativos fue el uso casi exclusivo de números enteros. Al observar las tareas habituales, se constató que también son el tipo de número más utilizado, a pesar de que las y los profesores declaran que no debería ser así y que se debería dar espacio a otros tipos de números.

En relación al ETM potencial, se observa tanto en la plataforma como en las tareas habituales un trabajo en las dimensiones semióticas e instrumentales y una ausencia de la dimensión discursiva.

En la dimensión semiótica, se observaron los mayores cambios, puesto que en las tareas habituales se observó que los gráficos eran utilizados como un producto y no como una representación de la cual obtener información, en cambio en la plataforma, sí. Los gráficos fueron utilizados como principal fuente de representación y a partir de esto se pedía una lectura, sin embargo, esto significó la aparición de algunos elementos no observados en las tareas habituales, como lo fueron la lectura exacta de gráficos y la no configuración de elementos importantes para la lectura, como lo son la malla y la cuadrícula. En la dimensión instrumental, se observó un fenómeno similar entre el ETM idóneo y el ETM potencial de la plataforma: en ambos espacios se trabaja con artefactos simbólicos sin ser justificados y que sirven como recetas para obtener elementos específicos de las funciones. Como se mencionó antes, la dimensión discursiva está ausente, lo que hace que se vea cierto aislamiento de las otras dimensiones y se pierda de foco una dimensión fundamental del trabajo matemático. No se está proponiendo trabajar con demostraciones formales, pero sí, al menos, movilizar elementos del referencial teórico, a través de la justificación y argumentación.

Por otra parte, en relación al uso de la plataforma de las y los profesores diseñadores versus los profesores usuarios, se observa que no hay diferencias significativas, aunque, sí hay diferencias entre las sedes donde hubo equipo de diseño y la sede donde solo hubo profesores usuarios. Esto se debe a que los profesores, además de ser diseñadores, trabajaron acompañando a sus colegas en el proceso de implementación de la plataforma, lo que podría explicar estos resultados.

Además, en las clases registradas de las profesoras diseñadoras se observó que la plataforma solo era evocada pero no utilizada como recurso, es decir, al final de las clases, las profesoras recordaban a los estudiantes el trabajar en la plataforma, pero esta no fue utilizada como recurso, salvo en el caso de la profesora B, quien a petición de los estudiantes, produjo una guía en papel que contenía preguntas de la plataforma.

Capítulo 8

Conclusión general

Contenido

En este capítulo se muestra una síntesis de los resultados de esta tesis, además, se describen las principales limitaciones de este trabajo y las perspectivas de investigación.

8.1. Síntesis de los principales resultados

En la problemática de esta tesis (ver capítulo 1), se plantearon una serie de factores, reportados en la literatura, que inciden en la integración de la tecnología en la práctica docente y que se resumen en la figura 8.1.

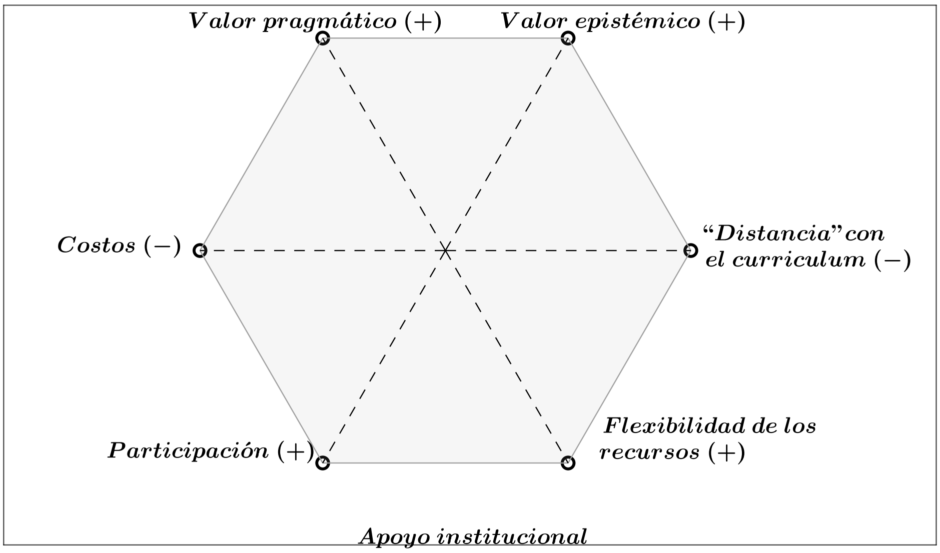


Figura 8.1: Factores que influyen en la integración

En particular, nuestro trabajo se centró específicamente en estudiar el impacto de la participación de los profesores en el diseño y programación de las tareas, sobre funciones polinómicas, que conforman un sistema de evaluación en línea. Específicamente se estudió el impacto en la utilización de los recursos y en el valor epistémico de estos.

Esta investigación se hizo en el contexto del proyecto SEDOL-M (Gaona et al., 2018; Vásquez and Gaona, 2016) desarrollado en la Universidad Tecnológica de Chile INACAP y que, desde el 2015 ha implicado, el diseño e implementación de un sistema de evaluación en línea en 8 campus de un total de 26 que tiene la institución.

Este diseño lo han llevado a cabo profesores de la misma institución, conformándose a la fecha, 8 equipos de entre 3 y 6 profesores por sede, los que suman 32 profesores diseñadores.

Este desarrollo se realizó utilizando dos software principalmente: Moodle y Wiris (Wiris Editor, Wiris CAS y Wiris Quizzes), los que trabajando de forma integrada, permiten crear preguntas con elementos aleatorios (números, símbolos y gráficos) en el enunciado, un editor de ecuaciones o un sistema de reconocimiento de escritura a mano alzada para que los estudiantes puedan ingresar las respuestas, un sistema CAS (Computer Algebra System) para evaluar las respuestas de los estudiantes y la posibilidad de entregar una retroalimentación paso a paso en función de los parámetros aleatorios.

Los profesores trabajaron en la construcción de más de 400 tareas para 14 unidades distintas donde se retoman temas de la enseñanza secundaria en Chile como: álgebra, funciones, trigonometría y números complejos, entre otros.

Esta tesis se centra sólo en la unidad de funciones polinómicas, la cual se eligió porque es una unidad que se retoma en los cursos siguientes y porque se inscribe dentro del trabajo de investigación sobre análisis que se ha estado desarrollando en el grupo ETM del laboratorio LDAR de París.

Para realizar esta investigación se utilizaron como fuente de datos, 29 tareas diseñadas en la plataforma, por 6 profesores de dos sedes (Renca y Santiago Sur) para la unidad denominada funciones polinómicas.

El parámetro de comparación de las tareas de la plataforma, fue el conjunto de tareas habituales. Para caracterizarlas se registraron las clases de 3 de los 6 profesores diseñadores, en uno de sus cursos de matemática I, en todas las sesiones donde se trabajó la unidad de funciones polinómicas.

Finalmente, se complementó con entrevistas a los 6 profesores diseñadores, utilizando como guía los análisis de las tareas y los registros de clases.

También se utilizaron los datos registrados en la plataforma durante el primer semestre del 2017 en dos de los cursos más masivos de Matemática I, donde participaron cerca de 7.000 estudiantes de 5 sedes.

En términos de uso, nos preguntamos específicamente:

- **P2:** ¿Cuál es la influencia de la plataforma en el ETM idóneo de los profesores diseñadores y profesores usuarios en la unidad de funciones polinómicas?

La hipótesis que había al respecto era que debería existir una diferencia en el uso de la plataforma, donde lo que supusimos fue un mayor uso por parte de los profesores diseñadores.

Una primera aproximación para responder esta pregunta fue cuantitativa. Se hizo un análisis de la participación de los estudiantes cuyos profesores eran diseñadores versus aquellos cuyos profesores eran sólo usuarios. Esta participación fue medida como la razón entre cantidad de alumnos que realizaban al menos un intento en cada una de las evaluaciones y la cantidad de estudiantes inscritos en el curso.

Concluimos que para ambos casos, la participación es alta. Sin embargo, no hay diferencias significativas, es decir, el rol del profesor como diseñador no hace que la participación de los estudiantes en la plataforma sea mayor, contrariamente a lo que supusimos como hipótesis de investigación.

Al realizar un análisis del registro de clases de las profesoras diseñadoras, se observó que, en general, la plataforma era evocada, pero las tareas no se trabajaron en clases, salvo en el caso de la profesora B, que lo hizo con algo de resistencia, a petición de los estudiantes. Al complementar estos registros de clases con las entrevistas, podemos concluir que esto se debió a como percibían el sistema. Según lo que declararon, los profesores diseñadores, concebían la plataforma como un sistema de estudio fuera de la sala de clases, lo que pudo motivar sólo la evocación y no la utilización como un recurso dentro en el aula.

No obstante, esto no explica la alta participación de los profesores usuarios. Esto se debe a un dispositivo de acompañamiento que realizaron los diseñadores de las tareas en la plataforma a sus colegas usuarios y que fue descrito en las entrevistas. Este rol consistía en ayudas de tipo técnicas y matemáticas sobre la plataforma y también, monitoreaban la participación de los estudiantes en la plataforma. Esto implicó que cuando los profesores diseñadores detectaban que los estudiantes de alguno de los profesores usuarios no estaban trabajando en la plataforma, les avisaban con el fin de motivarlos a ingresar y trabajar en ella. Este doble rol, podría ser la causa de que no hayan diferencias.

Concluimos que el rol de acompañantes realizado por los profesores diseñadores, es la razón de que no existan diferencias significativas en la participación de los estudiantes puesto que, tales diferencias sí se observaron con los profesores de la sede donde no hubo equipo de diseño sino, sólo profesores usuarios. Es decir, en la sede donde la decisión de implementar SEDOL-M fue de las autoridades locales, la participación de los estudiantes fue mucho más baja. Lo que nos lleva a concluir que la presencia de un equipo de diseño en la sede sí marca una diferencia cuando se piensa en forma en que un sistema de este tipo se pueda integrar.

Puesto que la presencia de un equipo local de pares diseñadores le daría validez al sistema y de cierta forma amortigua las posibles dificultades instrumentales que los profesores usuarios puedan tener en la implementación. Esto es especialmente relevante en proyectos a gran escala como este, donde hay diversidad de profesores y donde están geográficamente separados.

El resultado anterior es positivo en términos de utilización, es decir, los estudiantes están realizando un trabajo en la plataforma que es intenso durante el semestre medido en términos de cobertura, tiempo de trabajo y número de intentos (Gaona et al., 2018). Sin embargo, en esta tesis también nos preguntamos sobre qué matemática se les propone trabajar a los estudiantes en la plataforma. Es por esto que estudiamos el valor epistémico de las tareas de la plataforma en la unidad de funciones polinómicas.

Para estudiar el valor epistémico, se utilizó como marco teórico principal el Espacio de Trabajo Matemático (Kuzniak and Richard, 2014; Kuzniak et al., 2016b) y como referente de comparación el ETM idóneo de los profesores diseñadores.

Dada la naturaleza del trabajo de diseño en una plataforma se distinguió entre la génesis instrumental (Artigue, 2002; Rabardel, 1995) relacionada con el diseño y programación y la relacionada con el trabajo matemático de los estudiantes.

Teniendo en cuenta estos elementos teóricos, se planteó la siguiente pregunta de investigación:

- **P1:** ¿Cuál es el ETM potencial de las tareas de la plataforma en comparación con las tareas del ETM idóneo de los profesores en la unidad de funciones polinómicas?

Y se formuló las siguiente hipótesis:

- **H1:** En relación a la concepción de las tareas, puede haber una diferencia entre las propuestas en la plataforma y las tareas habituales de los profesores, que pueden estar dada por las limitaciones propias de la plataforma o por fenómenos de tipo instrumental.

Conjeturamos que la participación de los profesores en el diseño de las tareas, supondría una mayor similitud a las tareas habituales que ellos trabajaban en clases, en comparación, por ejemplo, con aquellas diseñadas por expertos externos a la institución. No obstante, teniendo en cuenta que diseñar y programar en una plataforma significa un ambiente con reglas específicas distinto al que, por ejemplo, se podría utilizar en la sala de clases, como puede ser un documento o una pizarra sobre el que se escriben las tareas, supusimos diferencias debido a las limitaciones de la plataforma y a limitaciones de naturaleza instrumental.

Para responder a la esta pregunta de investigación, en el capítulo 5, se realizó un análisis del **ETM potencial de la plataforma** a partir del estudio de las tareas de la plataforma y se observaron una serie de fenómenos que se repitieron con distintos profesores y profesoras. Los análisis aparecen en el anexo A y se resume en el capítulo 5.

Los principales fenómenos que se observaron son: 1) La elección de contextos artificiales de por lo menos la mitad de los profesores diseñadores. El resto utilizó contextos reales pero, que son comunes o están normalizados en los libros de matemáticas con aplicaciones. La denominación de contexto artificial la realizamos cuando se elige una función para modelar un fenómeno y esta elección no se puede justificar. Estas elecciones sobre los contextos supusimos que se debían más bien a restricciones de tipo institucional y no a limitaciones de naturaleza instrumental. Específicamente no sabíamos si la imposición en el proyecto SEDOL-M de diseñar y programar tareas contextualizadas llevó a los profesores a "vestir" tareas matemáticas con un contexto o esto es más bien parte de su ETM idóneo.

Otro fenómemo observado fue 2) una concentración de dos tipos de tareas: "Calcular la imagen de un valor" y "Calcular la pre-imagen de un valor", además, se observó poca variedad en los otros tipos de tareas propuestos en la plataforma y ausencia de algunos tipos de tareas como por ejemplo "Graficar una función". Estos fenómenos no sabemos en qué medida se deben a limitaciones de la plataforma, limitaciones en las competencias de los profesores para aprovechar las opciones del software o son mas bien elecciones influenciadas por el ETM idóneo.

Por último, observamos 3) fenómenos ligados a las funciones elegidas, sus representaciones y características. Observamos que en el caso de la función cuadrática, el registro más utilizado es el algebraico. Estas tareas trabajan cálculos rutinarios, donde se observan indicios que las fórmulas se utilizan como artefactos simbólicos. El otro registro utilizado en las funciones cuadráticas es el gráfico, en estas tareas el trabajo es más bien de visualización y la dimensión semiótica es la privilegiada.

En las tareas que trabajan con la función afín, los registros más utilizados son el gráfico y el algebraico y también aparecen algunas tareas que trabajan con lenguaje natural. Al igual que en las tareas con funciones cuadráticas, en aquellas que usan el registro algebraico, se trabaja principalmente la dimensión instrumental, al igual que en las tareas con lenguaje natural, puesto que estas tareas buscan trabajar ciertas fórmulas (como el de la pendiente o la ecuación de una recta).

Tanto en las funciones cuadráticas como afín, en las tareas en que aparecen tanto el registro algebraico como gráfico, no se observa una articulación entre ellos y se trabajan de forma independiente. También se observó que en las retroalimentaciones, el registro gráfico fue leído de forma exacta, lo que a su vez también puede provocar un bloqueo en el proceso de visualización.

En términos de ETM potencial de la plataforma, podemos concluir que se privilegiaba la dimensión instrumental y semiótica, en cambio, la dimensión discursiva aparece de forma débil y se evoca en pequeños pasajes de algunas retroalimentaciones.

Otro característica recurrente, fue el uso de números enteros en los coeficientes de las funciones, en los números de las preguntas y respuestas de las tareas e incluso la utilización de condiciones específicas para que algunos elementos como el vértice o la pendiente sean números enteros. Este fenómeno suponemos que se debe más a la influencia del ETM idóneo que a limitaciones en las competencias en programación, puesto que agregar condiciones implica ir un paso más allá en la programación.

Teniendo en cuenta estos fenómenos, se estudió el **ETM idóneo de los profesores diseñadores** a partir de las tareas habituales que los profesores diseñadores trabajaron en sus clases, de tal forma de estudiar en qué medida los fenómenos observados se deben a limitaciones de la plataforma, de las competencias de los profesores para programar o a la influencia del ETM idóneo. En otras palabras, no sabíamos si los profesores diseñaron las tareas con estas características porque es lo que se podía hacer, lo que ellos podían hacer o lo que ellos creían que era correcto hacer.

Por limitaciones de tiempo, recursos y espacio, para caracterizar las tareas habituales de los profesores diseñadores, se eligieron 3 de un total de 6. Esta elección se hizo en función de la compatibilidad de los horarios de clases de las profesoras y los profesores diseñadores.

El análisis, que se detalla en el capítulo 6, se hizo en base a todas las clases trabajadas en la unidad denominada "funciones polinómicas", las cuales fueron entre 4 y 5 para cada una de las profesoras que se les hizo registro de clases. Las clases se dividieron en episodios y dentro de los episodios se identificaron las tareas trabajadas.

Una primera observación muestra que las clases están centradas en ejemplificar y ejercitar, dejando un tiempo reducido a definir o formalizar conceptos matemáticos y se deja poco espacio para trabajar en las dudas de los alumnos. Además del poco tiempo dedicado, las proposiciones y teoremas no son justificados. Esto implica que el referencial teórico es débil y los teoremas presentados están asociados generalmente a fórmulas que permiten obtener un resultado específico, como por ejemplo, la pendiente de una función afín o el vértice de una función cuadrática. Estas fórmulas funcionan en los ejemplos y ejercicios como artefactos simbólicos y no se explicita por qué funcionan, lo que limita el trabajo en la dimensión discursiva.

Al centrarse en las tareas trabajadas por las profesoras en clases, y tomando en cuenta los fenómenos observados en el diseño de las tareas de la plataforma, se realizó un análisis general de las tareas, en el cual se estudiaron tres elementos: 1) los tipos de tareas, 2) los registros y características de las funciones involucradas en las tareas y 3) el uso de contextos en las tareas. Después de este análisis general, se hizo un análisis particular, a partir de la elección de algunos episodios con el fin de estudiar de forma más detallada el ETM puesto en juego por las tareas propuestas por las profesoras, en particular las dimensiones (semiótica, instrumental o discursiva) y planos verticales (semiótico-instrumental, semiótico-discursivo e instrumental-discursivo) privilegiados por las tareas. El criterio de elección fue tomar en cuenta episodios, de tal forma, que en su conjunto abarcasen todos los tipos de tareas trabajados por cada profesora.

En el análisis general, el primer elemento estudiado fueron los tipos de tareas habituales trabajados por cada profesora según el tipo de función. Lo primero que se observó, fue que para todas las profesoras, se trabaja mayoritariamente sólo la función afín y cuadrática. La aparición de otras funciones o relaciones es marginal y ocurre al comienzo de la unidad, por ejemplo, a partir de un gráfico identifican si es una función o no. También, en este análisis se pudo constatar que, dependiendo de la función, hay algunos tipos de tareas que se privilegian más que otros y también que hay algunos que se trabajaron exclusivamente en una de las funciones y no en otra. En el caso de la función afín hubo cuatro tareas que fueron las que mayoritariamente se trabajaron por las tres profesoras, mientras que en la función cuadrática hubo más diversidad en las tareas trabajadas y las tareas que privilegió cada profesora, cambió.

También hubo tareas que se trabajaron exclusivamente con la función afín o con la función cuadrática y que estaban relacionados con conceptos directamente relacionados a la función involucrada. Por ejemplo, en el caso de la función cuadrática, "calcular el vértice" o "determinar la concavidad" y, en el caso de la función afín, "calcular la pendiente". Sin embargo, una tarea que apareció en las tres profesoras sólo en la función afín y no en la función cuadrática fue: "Generar la expresión algebraica de una función". Suponemos que esto se debe a que en la función cuadrática, esta tarea es más difícil para los estudiantes y no hay una fórmula de reemplazo directo como en el caso de la función afín. En todos estos tipos de tareas, podemos observar que son de aplicación directa, donde intervienen fórmulas que permiten obtener los elementos buscados.

También podemos concluir con respecto a los tipos de tareas, que la función afín y cuadrática se trabajan de forma independiente, pues no hay una articulación entre ellas. Por ejemplo, no se observan tareas donde intervengan ambas tareas o tareas donde aparezcan funciones por partes. Esto hace que de cierta forma se configure un ETM para cada función específica y no se desarrolle un ETM de las funciones polinómicas (tomando en cuenta que ese es el nombre de la unidad) o más general, un ETM de las funciones.

Con respecto a los registros utilizados en las tareas habituales, se observó que todas las profesoras, para ambas funciones, privilegian el registro algebraico, pero de forma mucho más marcada en la función cuadrática. Los registros que se utilizan son: algebraico, gráfico, tabla de valores y uno donde se describían características de la función. En el caso de la función afín, además se observa que, en general, hay una mayor variación de registros, aunque la importancia que se le da a cada uno, varía según la profesora. Los registros que se utilizan son: algebraico, gráfico, lenguaje natural, tabla de valores y coordenadas en el plano y lenguaje natural.

Además de los registros utilizados, se analizaron los números utilizados por las profesoras en los coeficientes de las funciones, en los números de las preguntas y de las respuestas y para ambos tipos de funciones en las tareas habituales. Se constató que los números utilizados son casi exclusivamente enteros. En el caso de las fracciones, aparecen en sólo una tarea de una de las profesoras y los decimales aparecen en algunas tareas de todas las profesoras, pero de forma muy esporádica.

Con respecto a la contextualización, se observó que hay un cierto equilibrio entre aquellas tareas que utilizan contextos y aquellas que no. Dentro de las que utilizan contextos, una parte importante son artificiales y algunas veces la mayoría. La dificultad de utilizar contextos reales para las profesoras se observa de forma más clara en las tareas sobre función cuadrática, en cambio en función afín, parece ser que la utilización de contextos reales es más sencillo, puesto que son la mayoría.

Con respecto al análisis particular de las tareas habituales de las profesoras, se observó en general, se privilegia un trabajo en las dimensiones semióticas e instrumental.

La dimensión semiótica se trabaja principalmente a través de la conversión de registros, sin embargo, esta conversión de registros se trabaja principalmente desde el registro algebraico al gráfico. En mucho menor medida se observan otros cambios de registros, como de tabla de valores al gráfico y no se observan conversiones desde lo gráfico hacia otros registros.

Un trabajo en la dimensión semiótica, también se observa cuando se pide hacer una relación entre los coeficientes de la función y algunos elementos de las gráficas de las funciones, como por ejemplo, entre el signo de m en $f(x) = mx + b$ (con m y $b \in \mathbb{R}$) y la pendiente de la gráfica de f o el signo de $f(x) = ax^2 + bx + c$ (con $a \in \mathbb{R} - 0, b$ y $c \in \mathbb{R}$).

Un elemento que se buscó analizar en el ETM idóneo de las profesoras, fue el uso de gráficos, a raíz de los fenómenos observados en los gráficos de la plataforma y después de observar las clases, se constató que en general, los gráficos no son utilizados como un registro del cual se obtiene información de las funciones y son más bien un producto que resulta de una conversión. Sólo se observó una lectura del gráfico con la profesora D, quién en un episodio, una vez hecho el gráfico comenzó a calcular e identificar algunas características de la función estudiada.

La dimensión instrumental, se trabaja principalmente mediante el uso de fórmulas para calcular algunos elementos de las funciones, como es el caso de la ecuación de la recta o la fórmula para calcular el vértice de una función cuadrática. Este trabajo se identificó como instrumental porque tales fórmulas son utilizadas como una herramienta para obtener un resultado, pero durante toda la unidad no se hace justificación de su uso, el cuál está naturalizado y no hay preocupación por su validez.

También se observa un trabajo instrumental a través de la calculadora, la cuál permite hacer cálculos cuando los números son muy grandes (aunque sean enteros) o en las pocas ocasiones en los que hay decimales.

Por otra parte la dimensión discursiva aparece ausente. Las fórmulas que se presentan al comienzo de la unidad no se demuestran y los estudiantes durante los ejercicios o ejemplos, aprenden a utilizarlas solamente. Se esperaría que al menos se movilizaran elementos del referencial teórico, a través de la justificación y argumentación de algunas de estas fórmulas.

Finalmente, con respecto a los planos verticales, se observó, sólo en algunos casos, un trabajo en el plano semiótico-instrumental. Uno de estos casos es cuando se utiliza la tabla de valores como artefacto simbólico para poder hacer un gráfico, a pesar de que es un registro en sí mismo. Otro ejemplo donde se observó un trabajo en este plano, fue cuando la profesora D utilizó el gráfico como complemento para poder calcular la pendiente de la recta que pasaba por dos puntos, puesto que se sirvió del gráfico para construir un triángulo y mediante los catetos calcular la pendiente, este proceso los estudiantes lo repitieron más tarde, incorporándolo a su forma de resolución.

Teniendo esta caracterización, lo siguiente fue hacer la comparación y cruzarla con las entrevistas realizadas a los 6 profesoras y profesores diseñadores, esta comparación se realizó en el capítulo 7.

Al hacer **la comparación entre las tareas de la plataforma y las tareas habituales** se observó que las limitaciones de la plataforma afectaron principalmente a un tipo de tarea: "Graficar una función", la cual, según lo observado en las tareas habituales de los profesores es bastante importante y que en la plataforma no se puede desarrollar. Tampoco fue reemplazada por una pregunta de selección múltiple donde se pudiera elegir el gráfico, por lo que la limitación de la plataforma restringió el trabajo de los estudiantes, aunque está reportado que la transformación de la tarea "Graficar" a "Identificar un gráfico" cambia la naturaleza del trabajo y lo que se está evaluando (Berg and Smith, 1994; Berg and Boote, 2015).

Por otra parte, la concentración de ciertas tareas y la falta de diversidad de tareas en las plataforma no se observó en las tareas habituales y podemos concluir que se debe más bien a una falta de competencia para programar o vigilancia epistémica y de organización, puesto que, por ejemplo, hay tareas de conversión de registros en un sólo sentido y no se explora hacerlas en sentido inverso.

También, de acuerdo a lo narrado por las profesoras y los profesores diseñadores, la utilización de los contextos es una suerte de pretexto para trabajar ciertos elementos matemáticos y es algo que está presente en las tareas habituales de los profesores. Además, en algunos casos, la contextualización es una fuente de restricciones a las características matemáticas, como por ejemplo, cuando las variables son positivas y gráficamente se trabaja sólo en el primer cuadrante aunque perfectamente podrían ser una fuente de enriquecimiento, por ejemplo, el uso de decimales en las tareas de la profesora D, quien justificó su uso para darles más realismo a los problemas, o discusiones sobre la exactitud de ciertos resultados. No obstante, la validez de la utilización de una función específica para modelizar un fenómeno específico es algo de lo que no son conscientes al momento de definir tanto las tareas de la plataforma como las habituales, aunque cuando se les pregunta sobre este tema, la mayoría de los profesores diseñadores está de acuerdo con que la función elegida para modelizar el fenómeno debería ser justificable.

En el caso de las representaciones y características de las funciones trabajadas, observamos que en la plataforma hay un mayor uso de gráficos con respecto a las tareas habituales, a pesar del costo instrumental que conlleva crearlos. Esto se debió principalmente a una de las pocas sugerencias que se les hizo en el proceso de diseño fue el de diversificar los registros utilizados para representar los objetos matemáticos involucrados.

De las características de los objetos matemáticos involucrados en las tareas de la plataforma, uno de los más llamativos fue el uso casi exclusivo de números enteros. Al observar las tareas habituales, se constató que también son el tipo de número más utilizado, a pesar de que las profesoras y los profesores declaran que no debería ser así y que se debería dar espacio a otros tipos de números.

En relación al ETM potencial, se observa tanto en la plataforma como en las tareas habituales un trabajo en las dimensiones semióticas e instrumentales y una ausencia de la dimensión discursiva.

En la dimensión semiótica se observaron los mayores cambios, puesto que en las tareas habituales se observó que los gráficos eran utilizados como un producto y no como una representación de la cual obtener información, en cambio en la plataforma, sí. Los gráficos fueron utilizados como principal fuente de representación y a partir de esto se pedía una lectura, sin embargo, esto significó la aparición de algunos fenómenos no observados en las tareas habituales y que están relacionados con la dimensión instrumental en el diseño, como lo fueron la lectura exacta de gráficos y la no configuración de elementos importantes para la lectura, como lo son la malla y la cuadrícula.

En la dimensión instrumental se observó un fenómeno similar, tanto en el ETM potencial de la plataforma, como en el ETM idóneo de las profesoras, se trabajó con artefactos simbólicos sin ser justificados y que sirven como recetas para obtener elementos específicos de las funciones.

Como se mencionó antes, la dimensión discursiva está ausente, lo que hace que se vea cierto aislamiento de las otras dimensiones y se pierda de foco una dimensión fundamental del trabajo matemático. Lo que reduce el trabajo principalmente a la utilización de fórmulas, propiedades y teoremas como artefactos simbólicos.

En general, si interpretamos los resultados de esta tesis en términos del esquema de la figura 8.1, podemos concluir que la participación de los profesores en los procesos de diseño y acompañamiento de los profesores usuarios puede permitir una cercanía entre las tareas creadas en este ambiente virtual y las tareas habituales, entendiendo esta cercanía en términos de tipos de tareas y los objetos matemáticos involucrados y esto a su vez puede explicar el alto grado de utilización de la plataforma. Aunque, esto puede conllevar que ciertos elementos de las tareas habituales se traspasen a este ambiente virtual y que impliquen un estancamiento o empobrecimiento de las tareas y del trabajo matemático potencial de los estudiantes.

El estancamiento se puede producir por la reproducción de algunos fenómenos de las tareas habituales, como por ejemplo, la utilización sólo de números enteros o la utilización de contextos artificiales. El empobrecimiento, se puede dar por las limitaciones de la plataforma, como fue el caso de la imposibilidad de desarrollar el tipo de tarea "Graficar una función" o por la mezcla de sub-utilización de las herramientas informáticas y falta de una visión más global, como fue el caso de la concentración de las tareas sobre imágenes y pre-imágenes en las tareas de la plataforma. Sin embargo, cabe señalar que también se puede producir un enriquecimiento, como por ejemplo, un mayor uso del registro gráfico en la plataforma como representación semiótica principal para obtener información de la función estudiada . Este enriquecimiento se produjo gracias a una de las pocas sugerencias didácticas que se les hizo a los profesores durante el proceso de diseño y conjeturamos que es la mejor vía para que tanto los recursos creados como el ETM idóneo de los profesores se enriquezca.

En un estado ideal, se esperaría que los recursos creados en un ambiente tecnológico tengan un alto valor epistémico y sean cercanos al currículum efectivo, no obstante, a la luz de los resultados de este trabajo de investigación, se constata que en algunos casos esto no sea así. En este escenario nos preguntamos cuál de las siguientes opciones es la mejor: recursos con un alto valor epistémico y lejanos al curriculum que impliquen una baja participación de los estudiantes, o recursos cercanos al curriculum y con un valor epistémico bajo que impliquen una alta participación. Desde una perspectiva de integración de la tecnología, la mejor opción sería la segunda, puesto que como lo indica Ertmer (2005), muchos maestros utilizan la tecnología, no porque les ayude a lograr una nueva meta, sino porque les puede ayudar a alcanzar de forma más efectiva sus metas actuales, por lo que introducir a los profesores en usos relativamente simples de la tecnología, podría ser la manera más viable para su adopción. Esto teniendo en cuenta, que la razón por la cual los profesores están utilizando un sistema de evaluación en línea sea probablemente, en una primera instancia, por su valor pragmático, específicamente, porque es una herramienta que realiza una corrección automática y retroalimenta de forma inmediata a los estudiantes y no porque ellos se cuestionen las tareas con las que activan su ETM idóneo.

Si además, nos preguntamos si la participación de los profesores es una herramienta de formación, quizás la respuesta la primera respuesta es negativa, puesto que como vimos, no existe una gran evolución de las tareas diseñadas en la plataforma en relación a sus tareas habituales. No obstante, la participación de los profesores puede ser un punto de partida para conocer cómo perciben los profesores la enseñanza de un tema específico a través del análisis de esas tareas. A partir de un cuestionamiento de las decisiones de los profesores, es posible pensar en una evolución de las tareas y del ETM idóneo. Este proceso de mejora continua puede ser una alternativa a esta disyuntiva que se planteó en el párrafo anterior, pero hay que tener en cuenta que este proceso es necesariamente lento.

Esto es posible en este caso, precisamente, porque los recursos tienen cierta flexibilidad que permite modificarlos y dado que son los profesores que la crearon, cuestionar sus elecciones, permitiría generar este ciclo virtuoso.

Pero, esto requiere un apoyo institucional que se haga cargo de los costos que implica este proceso de mejora, sobre todos los relativos al tiempo que deban invertir los profesores para analizar y mejorar los recursos de la plataforma y a través de esto enriquecer su ETM idóneo. También se requiere un acompañamiento didáctico externo que les permita visibilizar los fenómenos como los reportados en esta tesis, tal como se observó en las entrevistas donde a partir del cuestionamiento de algunos elementos, los profesores repararon en fenómenos que para ellos eran invicibles.

8.2. Limitaciones de la investigación

Las principales limitaciones de esta investigación son de tipo metodológicas.

La primera está relacionada con el hecho que durante el desarrollo de esta tesis tuve un doble rol como investigador y como coordinador en el proyecto. Esto me llevó a no diferencia ambos roles, sobre todo en un comienzo de la tesis. A pesar de esto, este doble rol, me dio acceso a una fuente muy rica de datos, que por limitaciones de tiempo no pudieron ser explotados.

En relación a la envergadura del proyecto, una limitación fue sólo analizar una unidad y no haber analizado por ejemplo, la unidad de funciones exponencial y logarítmica, lo que habría dado una perspectiva mayor a los resultados, pero debido a las limitaciones de tiempo, el análisis se centró sólo en la unidad de funciones polinómicas.

Finalmente, otra de las limitaciones observadas, fue haber tomado en cuenta sólo los datos cuantitativos de la participación de los estudiantes y no haber podido realizar observaciones de la actividad efectiva para poder compararla con los análisis del trabajo potencial de los estudiantes en la plataforma.

8.3. Perspectivas

Las perspectivas de investigación de este trabajo están ligadas al trabajo tanto de los recursos: su diseño y uso, como de los profesores: su formación, su participación como diseñadores, integración de tecnología y evolución de su ETM idóneo y los estudiantes que trabajan sobre estos recursos.

Una primera perspectiva. está relacionada con la exploración de la evolución de las tareas que conforman el sistema, utilizando como punto de partida los resultados de los análisis que se han realizado en este trabajo. Esto ya se comenzó a realizar mediante el enriquecimiento de las tareas del sistema:

- Incorporando números racionales y decimales en los enunciados de tal forma de enriquecer el valor epistémico de las tareas. Esto podrá permitir estudiar el efecto que tiene el uso de distintos tipos de números en los resultados de los estudiantes.

- Modificando los elementos que aparecen en el enunciado de una tarea para que al ser resuelta por los estudiantes se activen elementos del referencial teórico. Por ejemplo, en una tarea gráfica, se pueden dar algunos datos que permitan, a través de la movilización de alguna propiedad, responder a las preguntas plateadas.

- Trabajando con profesores de especialidad en el diseño de tareas de especialidad, de tal forma de trabajar en contextos reales.
- Articulando diferentes representaciones en las tareas y estudiando cuál es el efecto que tiene en el trabajo de los estudiantes.

También se puede explorar el diseño del impacto de distintos tipos de retroalimentación, por ejemplo, articulando de forma más intencionada más de un registro en la retroalimentación y estudiando cómo impacta en el trabajo de los estudiantes.

Todo lo anterior, hace referencia a la modificación de los recursos, sin embargo, esto permitirá estudiar si tales modificaciones de recursos tienen algún impacto en el ETM idóneo de los profesores, tanto diseñadores como usuarios. Particularmente, sería interesante estudiar, teniendo como punto de partida los registros de clases que se hicieron para esta tesis, las clases de los mismos profesores para saber si existe alguna evolución en la forma de utilizar la plataforma.

También se abre como perspectiva, el estudio del diseño en otras unidades, para ver si los fenómenos que se presentan son similares o si hay fenómenos nuevos que aparecen por el tema matemático específico. Por ejemplo, sería interesante estudiar cómo es la utilización de números enteros en temas como funciones exponencial y logarítmica o trigonometría, donde "forzar" las iteraciones podría ser más complicado de llevar a cabo.

Por otra parte, durante este tiempo los profesores diseñadores han estado desarrollando proyectos paralelos, para los cuales han buscado diferentes fuentes de financiamiento. Estos proyectos son SEDOL-F (F de física), SEDOL-E (E de economía), SEDOL-C (C de Cálculo) y SEDOL-N (N de nivelación). En cada una de estas iniciativas, se han estado diseñando recursos para estos cursos, lo que abre el campo de exploración de datos, tanto en lo que respecta al uso de un sistema de evaluación en línea, su diseño y su impacto en el ETM idóneo de los profesores de forma más global.

Bibliografía

Abboud-Blanchard, M. (2014). Teachers and Technologies : Shared Constraints, Common Responses. In Clark-Wilson, A., Robutti, O., and Sinclair, N., editors, *The Mathematics Teacher in the Digital Era*, pages 297–317. Springer Netherlands, Dordrecht.

Abboud-Blanchard, M., Cazes, C., and Vandebrouck, F. (2007). Teachers' activity in exercises-based lessons some case studies. In Pitta-Pantazi, D. and Philippou, C., editors, *Proceedings of the 5th congress of the European society for research in mathematics education*, pages 1827–1836, Larnaca. Department of Education - University of Cyprus.

Abboud-Blanchard, M., Cazes, C., and Vandebrouck, F. (2008). Une base d'exercices en ligne dans la classe : l'analyse de l'activité des enseignants. In Vandebrouck, F., editor, *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, pages 319–344. Octarès, Toulouse.

Abboud-Blanchard, M. and Emprin, F. (2009). Pour mieux comprendre les pratiques des formateurs et de formations TICE. *Recherche et Formation*, 62:125–140.

Alvaro, F. (2015). *Mathematical Expression Recognition based on Probabilistic Grammars.* PhD thesis, Universitat Politècnica de València.

Ancsin, G., Hohenwarter, M., and Kóvacs, Z. (2013). GeoGebra goes Web. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*, 7(6):412–418.

Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3):245–274.

Artigue, M. (2010). The future of teaching and learning mathematics with digital technologies. In *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain*, pages 463–475. Springer, Boston, MA.

Artigue, M. (2011). Tecnología y enseñanza de las matemáticas : desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental II . De la programación a los recursos en línea : trayectoria de una investigadora. *Cuadernos de Investigación en Educación Matemática*, 8:1–15.

Ashton, H. S., Beevers, C. E., Korabinski, A. A., and Youngson, M. A. (2006). Incorporating partial credit in computer-aided assessment of Mathematics in secondary education. *British Journal of Educational Technology*, 37(1):93–119.

Awal, A.-M. (2011). *Reconnaissance de structures bidimensionnelles : Application aux expressions mathématiques manuscrites en ligne.* PhD thesis, École polytechnique de l'université de Nantes.

Balacheff, N. (2000). Entornos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas. In Gorgorió, M. and Deulofeu, J., editors, *Matemáticas y educación: Retos y cambios desde una perspectiva internacional*, pages 70–88. Editorial Grao, Barcelona.

Beevers, C. E., Wild, D., McGuine, G., Fiddes, D., and Youngson, M. (1999). Issues of partial credit in mathematical assessment by computer. *Research in Learning Technology*, 7(1):26–32.

Béguin, P. and Rabardel, P. (2000). Concevoir pour les activités instrumentées. *Revue d'Intelligence Artificielle*, 14(1-2):35–54.

Berg, C. and Boote, S. (2015). Format Effects of Empirically Derived Multiple-Choice Versus Free-Response Instruments When Assessing Graphing Abilities. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1):19–38.

Berg, C. and Smith, P. (1994). Assessing students' abilities to construct and interpret line graphs: Disparities between multiple???choice and free???response instruments. *Science Education*, 78(6):527–554.

Bozkurt, G. and Ruthven, K. (2017). Classroom-based professional expertise: a mathematics teacher's practice with technology. *Educational Studies in Mathematics*, 94(3):309–328.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques: Didactique des mathématiques 1970-1990.* La Pensée Sauvage Éditions.

Bueno-Ravel, L. and Gueudet, G. (2009). Online resources in mathematics, teachers' geneses and didactical techniques. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 14(1):1–20.

Cazes, C. (2008). Résultats dans l'enseignament supérieur. In Vandebrouck, F., editor, *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, pages 227–257. Octarès, Toulouse.

Cazes, C., Gueudet, G., Hersant, M., and Vandebrouck, F. (2006). Using E-Exercise Bases in mathematics: case studies at university. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11(3):327–350.

Cazes, C. and Vandebrouck, F. (2008). Panorama sur les bases d'exercices en ligne. In Vandebrouck, F., editor, *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, pages 183–196. Octarès, Toulouse.

Chenevotot-Quentin, F., Grugeon-Allys, B., Pilet, J., Delozanne, E., and Prévit, D. (2015). The diagnostic assessment Pépite and the question of its transfer at different school levels. In *Proceedings of the 9th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, pages 2326–2332.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique.* La pensée Sauvage, Grenoble.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2):221–266.

Cornu, B. and Ralston, A. (1992). *The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching.* Unesco, Paris.

Coutat, S. and Richard, P. (2011). Les figures dynamiques dans un espace de travail mathématique pour l'apprentissage des propriétés géométriques. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16:97–126.

Craig, S. D., Hu, X., Graesser, A. C., Bargagliotti, A. E., Sterbinsky, A., Cheney, K. R., and Okwumabua, T. (2013). The impact of a technology-based mathematics after-school program using ALEKS on student's knowledge and behaviors. *Computers & Education*, 68:495–504.

de Abreu, G. (2000). El papel del contexto en la resolución de problemas matemáticos. In Gorgorió, M., Deulofeu, J., and Bishop, A., editors, *Matematicas Y Educacion Retos Y Cambios Desde Una Perspectiva Internacional*, pages 137–150. Editorial Grao, Barcelona.

Derouet, C. (2016). *La fonction de densité au carrefour entre probabilités et analyse en terminal S.* PhD thesis, Univsersité Paris Diderot.

Derouet, C., Henriquez, C., Menares, R., and Panero, M. (2015). Estudio comparativo sobre la enseñanza de las funciones: análisis de tareas en libros de texto de Chile, Francia e Italia. In *Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa 29*, pages 1–8.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2):5–31.

Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères Irem*, 6:132–158.

Drijvers, P. (2015). Digital Technology in Mathematics Education: Why It Works (Or Doesn't). In *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education Digital*, pages 135–151. Springer International Publishing.

Drijvers, P. (2016). Evidence for benefit? Reviewing empirical research on the use of digital tools in mathematics education. In *13th International Congress on Mathematical Education*, pages 24–31.

Drijvers, P., Ball, L., Barzel, B., Heid, M. K., Cao, Y., and Maschietto, M. (2016). *Uses of technology in lower secondary mathematics education*. Springer International Publishing, Cham.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5(1):37–65.

Elvira, R., Murillo, P., Montoya, E., and Vivier, L. (2015). Conceptions spontanées et perspectives de la notion de tangente pour des étudiants de début d'université. In *First conference of International Network for Didactic Research in University Mathematics.*, pages 1–10.

Engelbrecht, J. C. and Harding, A. (2014). Combing online and paper assessment in a web-based course in undergraduate mathematics. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 23:217–232.

Ertmer, P. A. (2005). Teacher pedagogical beliefs: The final frontier in our quest for technology integration? *Educational Technology Research and Development*, 53(4):25–39.

Escudero, N. (2012). *Feedback , confiança matemàtica i aprenentatge matemàtic en un entorn d'aprenentatge en línia*. PhD thesis, Universitat Autònoma de Barcelona.

Estrella, S., Kuzniak, A., Montoya, E., and Vivier, L. (2016). El trabajo matemático en el análisis: una aproximación a los ETM en Francia y Chile. In *Mathematical Working Space, Proceedings Fourth ETM Symposium. Madrid: Publicaciones del Instituto de Matemática Interdisciplinar, Universidad Complutense de Madrid*, volume 03, pages 191–194.

Falcón, R. (2010). Modelado dinámico en 3D : construcciones arquitectónicas. In *I Jornadas sobre GeoGebra de Andalucía.*

Flynn, P. (2003). Adapting "Problems to Prove"for CAS-Permitted Examinations. *International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 10(2):103–122.

Gaona, J. (2013). La evaluación como motor del aprendizaje en matemática. In Palacios, N., Romero, R., Vásquez, M., and Zamorano, R., editors, *Primer congreso Educativo INACAP 2013*, pages 100–103, Santiago. RIL.

Gaona, J. and Hardy, C. (2014). La evaluación dinámica como motor de aprendizaje incorporando Wiris en Moodle. Un ejemplo de nivelación en matemáticas. In Asenjo, M., Macía, O., and Toscano, J., editors, *Congreso Iberoamericano de ciencia, innovación y educación*, pages 1–15, Buenos Aires. OEI.

Gaona, J., Reguant, M., Valdivia, I., Vásquez, M., and Sancho-Vinuesa, T. (2018). Feedback by automatic assessment systems used in mathematics homework in the engineering field. *Computer Applications in Engineering Education*, 26(4):994–1007.

Gómez, P., Molina, M., and González, M. J. (2009). Escalamiento en educación matemática. In *Investigación en Educación Matemática XXIII*, pages 237–246, Santander. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Gómez-Chacón, I. and Kuzniak, A. (2011). Les espaces de travail géométrique de futurs professeurs en contexte de connaissances technologiques et professionnelles. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16:187–216.

Gómez-Chacón, I., Kuzniak, A., and Vivier, L. (2016). El rol del profesor desde la perspectiva de los Espacios de Trabajo Matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(54):1–22.

Grugeon-Allys, B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(2):167–210.

Grugeon-Allys, B. (2017). Modéliser le profil diagnostique des élèves dans un domaine mathématique et l'exploiter pour gérer l'hétérogénéité des apprentissages en classe :

une approche didactique multidimensionnelle. *Journal international de recherche en éducation et formation*, 2(2):63–88.

Gueudet, G. (2006). Scénarios d'usage de bases d'exercices de mathématiques en ligne. In *Documents Et Travaux De Recherche En Éducation: Actes du colloque Scénariser l'enseignement et l'apprentissage: une nouvelle compétence pour le praticien*, pages 39–44.

Gueudet, G., Pepin, B., and Trouche, L. (2013). Collective work with resources: an essential dimension for teacher documentation. *ZDM - Mathematics Education*, 45(7):1003–1016.

Gueudet, G. and Trouche, L. (2008a). Conceptions et usages de ressources pour et par les professeurs, développement associatif et développement professionnel. *Dossiers de l'ingénierie éducative*, 65:76–80.

Gueudet, G. and Trouche, L. (2008b). Du travail documentaire des enseignants: genèses, collectifs, communautés. *Éducation Et Didactique*, 2(3).

Guin, D. and Trouche, L. (2004). Intégration des TICE : concevoir, expérimenter et mutualiser des ressources pédagogiques. *Repères. Num.*, 55:81–100.

Heck, A. and Gastel, L. V. (2006). Diagnostic Testing with Maple TA. In *WebALT 2006 Proceedings*, pages 37–51.

Hohenwarter, M. and Lavicza, Z. (2007). Mathematics teacher development with ICT: towards an International GeoGebra Institute. In *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, number 27 (3), pages 49–54.

Houdement, C. and Kuzniak, A. (1999). Un exemple de cadre conceptuel pour l'etude de l'enseignement de la géometrie en formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematics*, 40(3):283–317.

Houdement, C. and Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11:175–193.

Hoyles, C. and Lagrange, J.-B. (2010). *Mathematics Education and Technology - Rethinking the terrain, ICMI study 17*. Springer US.

Hoyles, C., Noss, R., Vahey, P., and Roschelle, J. (2013). Cornerstone Mathematics: Designing digital technology for teacher adaptation and scaling. *ZDM - Mathematics Education*, 45(7):1057–1070.

INACAP (2016). Cuenta Anual Rectoría INACAP. Technical report, INACAP, Santiago de Chile.

Jacob, M. (2006). *La quadrature du cercle: un problème à la mesure des Lumières*. Fayard.

Jones, I. (2008). Computer-aided assessment questions in engineering mathematics using MapleTA®. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(3):341–356.

Jones, K. and Pepin, B. (2016). Research on mathematics teachers as partners in task design. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(2-3):105–121.

Koedinger, K. R., McLaughlin, E. A., and Heffernan, N. T. (2010). A Quasi-Experimental Evaluation of An On-Line Formative Assessment and Tutoring System. *Journal Educational Computing Resarch*, 43(4):489–510.

Kuntz, G., Clerc, B., and Hache, S. (2010). Questions à l'association Sesamath : un modèle crédible pour créer , éditer et apprendre des mathématiques ? *Revue internationale francophone*, numéro spé:867–880.

Kuzniak, A. (2010). Un essai sur la nature du travail géométrique en fin de la scolarité obligatoire en France. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 15(1):1268–1286.

Kuzniak, A. (2011). L'Espace de travail mathématique et ses genèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16:9–24.

Kuzniak, A. (2013). Travail Mathématique et domaines mathématiques. In *Proceedings of the 3rd symposium Espace de Travail Mathématique*, pages 1–11, Université de Montréal.

Kuzniak, A., Montoya, E., Vandebrouck, F., and Vivier, L. (2015). Le travail mathématique en Analyse de la fin du secondaire au début du supérieur : identification et construction. In *Actes de la 18ième école d'été de didactique des mathématique*, pages 1–20.

Kuzniak, A., Nechache, A., and Drouhard, J. P. (2016a). Understanding the development of mathematical work in the context of the classroom. *ZDM - Mathematics Education*, 48(6):861–874.

Kuzniak, A. and Richard, P. (2014). Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(4):1–8.

Kuzniak, A., Tanguay, D., and Elia, I. (2016b). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction. *ZDM - Mathematics Education*, 48(6):721–737.

Kuzniak, A., Tanguay, D., and Elia, I. (2016c). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction. *ZDM - Mathematics Education*, 48(6):721–737.

Kuzniak, A. and Vivier, L. (2011). La modélisation dans l'enseignaments des mathématiques. Mise en prespective critique. Technical report, IREM Paris.

Lagrange, J.-B. and Artigue, M. (2009). Students' activities about functions at upper secondary level: a grid for designing a digital environment and analysing uses. In *Proceedings of the 33rd Conference of the International Groupe for the Psychology of Mathematics Education*, pages 465–472, Thessaloniki.

Lagrange, J.-B., Dedeoglu, N., and Erdogan, E. (2005). Teachers using technology: models of the complexity of practice. In Bosch, M., editor, *Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, pages 1505–1515, San Felieu. Fundemi IQS – Universitat.

Leduc, N., Tessier-Baillargeon, M., Richard, P., and Gagnon, M. (2016). Étude prospective d'un système tutoriel à l'aide du modèle des espaces de travail mathématique. In Gómez-Chacón, I., Kuzniak, A., Kostas, N., Richard, P., and Vivier, L., editors, *Actas Quinto Simposio Internacional ETM*, pages 281–295, Florina. Faculty of Education - University of Western Macedonia.

Lerman, S. and Zehetmeier, S. (2008). Face-to-face communities and networks of practising mathematics teachers: Studies on their professional growth. In Krainer, K. and Wood, T., editors, *The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Vol. 3. Participants in mathematics teacher education: individuals, teams, communities, and networks*, volume 3, pages 133–153. Sense Publishers, Rotterdam/Taipei.

Menares, R. (2016). *Estudio del Espacio de Trabajo del Análisis de Profesores de Matemáticas en Chile : El Caso de las Funciones Continuas*. PhD thesis, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Montoya, E., Mena-Lorca, A., and Mena-Lorca, J. (2014). Circulaciones y génesis en el espacio de trabajo matemático. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(4-1):191–210.

Montoya, E. and Vivier, L. (2015). ETM de la noción de tangente en un ámbito grafico Cambios de dominios y de puntos de vista. In *Proceedings of CIAEM XIV*, pages 1–13.

Montoya, E. and Vivier, L. (2016). Mathematical working space and paradigms as an analysis tool for the teaching and learning of analysis. *ZDM - Mathematics Education*, 48(6):1689–1699.

Nagari-Haddif, G. and Yerushalmy, M. (2015). Digital Interactive Assessment in Mathematics: The Case of Construction E-tasks. In Krainer, K. and Vondrová, N., editors, *Proceedings of the 9th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, pages 2501–2508, Prague. Faculty of Education Charles University and ER-ME.

Naismith, L. and Sangwin, C. (2004). Computer algebra based assessment of mathematics online. In *8th Annual CAA Conference*, pages 235–242.

Nechache, A. (2016). *La validation dans l'enseignement des probabilités au niveau secondaire A*. PhD thesis, Université Denis Diderot Paris 7.

Nguyen, D. M., Hsieh, Y. C. J., and Allen, G. D. (2006). The impact of web-based assessment and practice on students ' mathematics learning attitudes. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 25(3):251–279.

OCDE (2015). *Students, Computers and Learning. Making the connection.* OECD Publishing, Paris.

Pacheco-Venegas, N. D., López, G., and Andrade-Aréchiga, M. (2015). Conceptualization, development and implementation of a web-based system for automatic evaluation of mathematical expressions. *Computers & Education*, 88:15–28.

Paiva, R. C., Ferreira, M. S., Mendes, A. G., and Eusébio, A. M. J. (2015). Interactive and multimedia contents associated with a system for computer-aided assessment. *Journal of Educational Computing Research*, 52(2):224–256.

Pepin, B., Gueudet, G., and Trouche, L. (2017). Refining teacher design capacity: Mathematics teachers' interactions with digital curriculum resources. *ZDM - Mathematics Education*, 49(5):799–812.

Pilet, J. (2013). *Parcours d'enseignement différencié appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire : modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation.* PhD thesis, Paris Diderot.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies; approche cognitive des instruments contemporains.* Armand Colin.

Radford, L. (2009). Semiótica cultural y cognición. *Colección Digital Eudoxus*, 8:1–21.

Raines, J. (2016). Student perceptions on using MyMathLab to complete homework online. *Journal of Student Success and Retention*, 3(1):1–31.

Richard, P., Gagnon, M., Maria Fortuny, J., Leduc, N., and Tessier-Baillargeon, M. (2013). Means of Choice for Interactive Management of Dynamic Geometry Problems Based on

Instrumented Behaviour. *American Journal of Computational Mathematics*, 03(03):41–51.

Roschelle, J., Feng, M., Murphy, R. F., and Mason, C. A. (2016). Online Mathematics Homework Increases Student Achievement. *AERA Open*, 2(4):1–12.

Ruiz-Higueras, L. (1994). *Concepciones de los alumnos de secundaria sobre la noción de función. Análisis epistemológico y didáctico.* PhD thesis, Universidad de Granada.

Ruthven, K. (2002). Instrumenting mathematical activity: reflections on key studies of the educational use of computer algebra systems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3):275–291.

Ruthven, K. (2007). Teachers, technologies and the structures of schooling. In Pitta-Pantazi, D. and Philippou, C., editors, *Proceedings of the 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, volume 5, pages 52–67, Larnaca. Department of Education - University of Cyprus.

Ruthven, K. (2010). Constituer les outils et les supports numériques en ressources pour la classe. In Trouche, L. and Ghislaine, G., editors, *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques.e*, pages 183–199. Presses Universitaires de Rennes et INRP, Rennes.

Ruthven, K. (2016). The re-sourcing movement in mathematics teaching. In Bates, M. and Usiskin, Z., editors, *Digital curricula in school mathematics*, pages 75–86. Information Age Publishing, Charlotte.

Sabra, H. (2009). Entre monde du professeur et monde du collectif: réflexion sur la dynamique de l'association Sésamath. *Petit x*, 81:55–78.

Sabra, H. (2015). La conception collective de ressources : des pistes pour la formation des enseignants de mathématiques ? In *17e école d'été de didactique des mathématiques*, pages 531–535, Nantes. La Pensée Sauvage Éditions.

Samaniego, P., Laitamo, S.-M., Estela, V., and Francisco, C. (2012). Informe sobre el uso de las tecnologías de información y comunicación (TIC) en la educación para personas con discapacidad. Technical report, UNESCO y Trust for the Americas, Quito.

Sancho-Vinuesa, T. and Escudero, N. (2012). ¿Por qué una propuesta de evaluación formativa con feedback automático en una asignatura de matemáticas en línea? *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento*, 9(2):59–79.

Sancho-Vinuesa, T., Molas-Castells, N., and Fuertes-Alpiste, R. M. M. (2017). Exploring the effectiveness of continuous activity with automatic feedback in online calculus. *Computer Applications in Engineering Education*, 26(1):62–74.

Sangwin, C., Cazes, C., Lee, A., and Wong, K. (2010). Micro-level automatic assessment supported by digital technologies. In Hoyles, C. and Lagrange, J.-B., editors, *Mathematics education and technology-rethinking the terrain. New ICMI Study Series*, pages 227 – 250. Springer US, Boston MA.

Schleicher, A. (2016). Teaching Excellence through Professional Learning and Policy Reform: Lessons from around the World. International Summit on the Teaching Profession. Technical report, OECD Publishing, Paris.

Sinclair, N., Arzarello, F., Gaisman, M. T., Lozan, M. D., Dagiene, V., Behrooz, E., and Jackiw, N. (2010). Implementing digital technologies at a national scale. In *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain*, pages 61–78. Springer US.

Stacey, K. and Wiliam, D. (2013). Technology and assessment in mathematics. In Clements, M. A. K., Bishop, A., Keitel, C., Kilpatrick, J., and Leung, F., editors, *Third international handbook of mathematics education*, pages 721–751. Springer, New York.

Sunkel, G. (2006). *Las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la educación en América Latina. Una exploración de indicadores.* United Nations Publications.

Tempelaar, D. and Rienties, B. (2006). An online summercourse for prospective international students to remediate deficiencies in math prior knowledge: The case of ALEKS. In *WebALT 2006 Proceedings*, pages 23–26.

Tessier-Baillargeon, M., Richard, P., Leduc, N., and Gagnon, M. (2014). Conception et analyse de geogebratutor, un système tutoriel intelligent : genèse d'un espace de travail géométrique idoine. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(4-II):303–326.

Timmis, S., Broadfoot, P., Sutherland, R., and Oldfield, A. (2016). Rethinking assessment in a digital age: opportunities, challenges and risks. *British Educational Research Journal*, 42(3):454–476.

Trouche, L. (2004). The Complex Process of Converting Tools into Mathematical Instruments : The Case of Calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9:281–307.

Vandebrouck, F. (2008). Résultats sur l'activité des élèves en classe de seconde. In Vandebrouck, F., editor, *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, pages 197–225. Octarès, Toulouse.

Vandebrouck, F. (2011). Perspectives et domaines de travail pour l'étude des fonctions. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16:149–185.

Vandebrouck, F. and Cazes, C. (2005). Analyse de fichiers de traces d'étudiants: aspects didactiques. *Revue des Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Education et la Formation (STICEF)*.

Vásquez, M. and Gaona, J. (2016). Sistema de evaluación dinámica online en matemática para desarrollar el estudio autónomo fuera del aula (SEDOL-M). In Sánchez, V., editor, *III Congreso de Innovación Educativa*, pages 3118–3127, Monterrey. TecLabs, Tecnológico de Monterrey.

Verdugo, P. (2017). *Espacio de Trabajo Matemático del Analisis: Enseñanza de las Sucesiones en los primeros años de universidad.* PhD thesis, Universidad Católica de Valparaíso (Tesis no publicada).

Vermersch, P. (1994). L'Entretien d'explicitation. *Les Cahiers de Beaumont : études, recherches, documents*, pages 63–70.

Villarreal, M. E. (2012). Tecnologías y educación matemática : necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 3(5):73–94.

Yerushalmy, M., Nagari-Haddif, G., and Olsher, S. (2017). Design of tasks for online assessment that supports understanding of students' conceptions. *ZDM - Mathematics Education*, 49(5):701–716.

Zhao, Y. and Frank, K. A. (2003). Factors Affecting Technology Uses in Schools: An Ecological Perspective. *American Educational Research Journal*, 40(4):807–840.

Zucker, A. and Light, D. (2009). Laptop programs for students. *Science*, 323:82–86.

Apéndice A

Análisis tareas de la plataforma

Contenido

A.1. Campus I

A.1.1. Profesora A

Eléments communs aux toutes les tâches du professeur A

Ce professeur a conçu quatre tâches dans la plateforme sur les fonctions. Dans toutes les tâches il utilise une fonction quadratique qui modélise les recettes pour la fabrication de pantalon en fonction des unités produites. Le contexte utilisé pour le professeurs peut-être considéré « artificielle » parce que n'est pas possible justifier que la fonction qui apparaît soit vraiment une modèle pour le phénomène du contexte.

Dans les deux premières et dans les dernières tâches la fonction est représentée de manière algébrique et la troisième tache la fonction est représentée de manière graphique.

Les quatre tâches ont partagent le même algorithme qui définit tant la fonction comme son graphique. Dans l'algorithme qui se montre à la figure A.1 nous pouvons constater que la fonction quadratique involucré a toujours la même forme et ses coefficients sont toujours entiers et plus encore multiples de 5, aussi les solutions sont toujours nombres entiers.

En faite, la fonction définit dans l'algorithme est de la forme [1]:

$$f = a1 \cdot -a2 \cdot p^2$$

Où p est la variable, a1 est un valeur aléatoire entière entre 50 et 300 avec un pas de 5 et a2 peut-être 1, 5 ou 10 avec la condition que $H1 = a1/(2 \cdot a2)$ soit un nombre entier, donc, le valeur minimum qui peut avoir est 3 et le maximum 150, donc, il y a deux ordres de grandeur de différence entre les possibles valeurs de la coordonnée x du maximum.

En rapport à la coordonnée y, les différences d'ordre de magnitude sont aussi grandes, par exemple, si $H1 = 3$, la valeur minimum de a1=60 et a2=10, donc le maximum sera $f(3) = 90$. Par contre, si $a1 = 300$,$a2 = 1$, donc le maximum sera $f(150) = 22500$. En plus de la grande différence entre les magnitudes, compte tenu le contexte, on s'aperçu que le professeur n'indique pas sur quel monnaie elle a travaillé et les valeurs pourront ne pas avoir sens pour le problème ou par conséquence pour les étudiants. Par exemple, si la monnaie est « pesos chilenos » 90 et 22.500 sont valeurs très petites, si il est « dollars » ou « euros » ils peuvent être des valeurs plus « réels ». Par ailleurs, le graphique est continu, mais le phénomène est discret, donc sera mieux faire le graphique sur les nombres naturels et non sur les nombres réels, surtout dans le cas où la graphique se montre entre 0 et 10 par exemple, dans lequel il n'y a que une petite quantité de points à designer sur la graphique.

Pour faire le graphique, le professeur indique la configuration du plan cartésien («tablero» dans l'algorithme) en indiquant le centre, la hauteur et la langueur, le nom des axes,

[1] Nous avons écrit $f = a1 \cdot p - a2 \cdot p^2$ et non $f(p) = a1 \cdot p - a2 \cdot p^2$ parce que est la manière qui est défini dans l'algorithme.

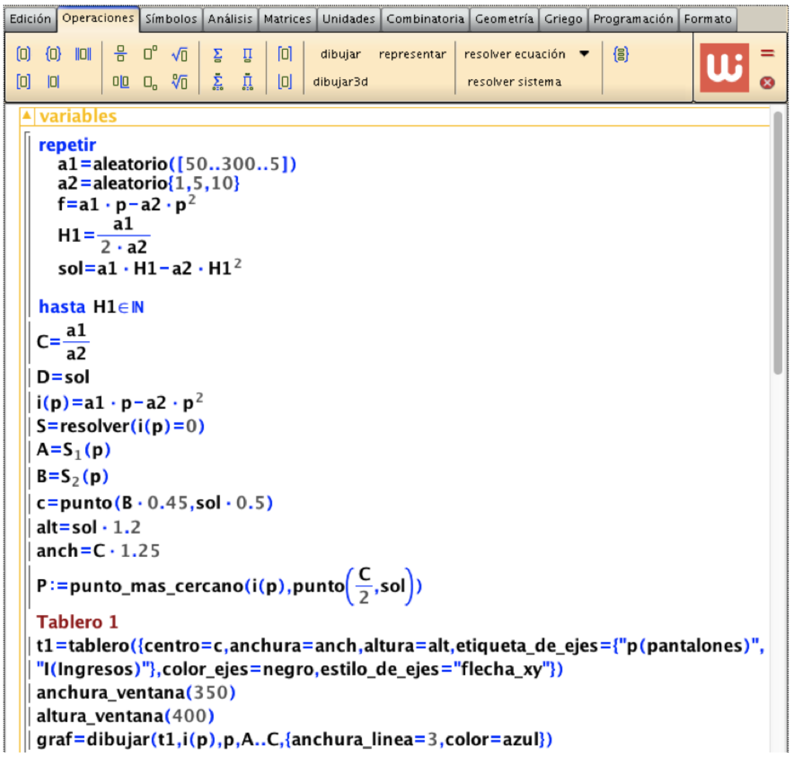


Figura A.1: Algorithme commun à toutes les tâches du professeur A

couleur et style des axes utilisant les commandes du logiciel qui permettent faire certains choix. Il est importante souligner que le centre, la hauteur et la langueur changent en fonction des valeurs aléatoires de la fonction quadratique à partir des commandes : «centro», «anchura» et «altura» qui dans ce cas sont en fonction du sommet $\left(\frac{a1}{a2}, \frac{a1^2}{4 \cdot a2}\right)$. Le centre est défini comme «presque» la moitié du sommet :

$$c = (B \cdot 0{,}45, sol \cdot 0{,}5) = \left(0{,}45 \cdot \frac{a1}{a2}, 0{,}5 \cdot \frac{a1^2}{4 \cdot a2}\right)$$

La hauteur est définie à partir de la coordonnée des ordonnées du maximum :

$$alt = sol \cdot 1{,}2 = \frac{a1^2}{4 \cdot s2} \cdot 1{,}2$$

Enfin, la langueur est définie à partir de la coordonnée des abscisses du maximum :

$$anch = C \cdot 1{,}25 = \frac{a1}{a2} \cdot 1{,}25$$

Les facteurs qui multiplient aux coordonnées permettent donner un espace pour afficher les nombres des axes - « p (pantalon) » et « I (ingresos) » - qui le professeur a mis en utilisant le commande « etiqueta_de_ejes ».

Aussi il défini les caractéristiques de la fonction : domaine de définition sur lequel représenter la courbe et la couleur et l'épaisseur de la courbe. Comme nous l'avons indiqué ci-dessous, toutes les questions ont le même algorithme de base, mais comme chaque tâche est différente, la réponse est différent où peut avoir quelques objets différents qui s'ajoutent, comme par exemple, un graphique de la fonction dans la rétroaction, ou une ligne pour montrer un calcul intermédiaire. Ces différences seront montrées dans le cas soit nécessaire pour expliquer certains phénomènes apparus dans chaque tâche.

Tâche 1

Cette tâche demande calculer l'image d'une valeur à partir d'une fonction représentée de manière algébrique, une des itérations de cette tâche apparaît à la figure A.2.

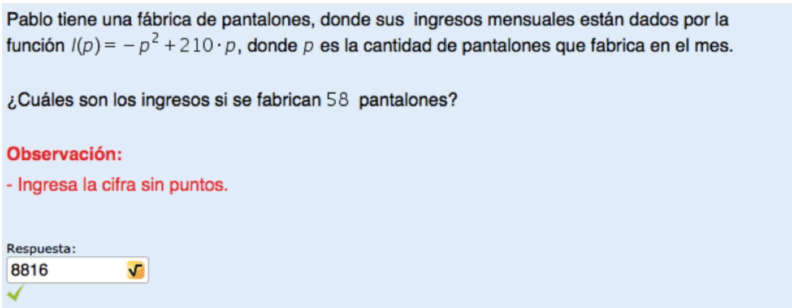


Figura A.2: Énoncé tâche 1, professeur A

Analyse a priori Pour résoudre ce problème, l'étudiant doit reconnaître la valeur donnée comme une valeur à remplacer dans la variable de la fonction. Une foi qu'il remplace la valeur, il peu avoir au moins deux stratégies (S1 et S2) :

- **S1 :** Si il faite le remplace à la main il doit utiliser propriétés de nombres pour effectuer les calculs et obtenir un résultat. Comme ce travail de calcul est de rutine, il se retrouve dans la genèse instrumental, donc, il travail principalement dans la dimension instrumental. Voici est la stratégie attendue pour le professeur, comme se montre à la figure A.3. Compte tenu le caractère aléatoire de la tâche, les possibles valeurs qui pourraient avoir peuvent changer les techniques de calculs que les étudiants pourraient faire, par exemple, si la valeur est petite ou simple de calculer comme 2, 3, 5, 20, 50, 100 entre autres, le calcul mentaux ou une partie de lui sera plus simple. Si par contre les valeurs sont plus « compliqués » comme 23, 57, entre autres, les techniques de calcul mental ne seront pas également efficaces.

- **S2 :** Si il utilise une calculatrice pour mis les valeurs et les coefficients de la fonction ils seront aussi dans la genèse instrumental, mais sera à partir d'un artefact matériel et pas symbolique comme dans S1. De toute façon le travail sera principalement dans dimension instrumental.

Los ingresos de Pablo están dados por la función

$$I(p) = 210 \cdot p - 1 \cdot p^2$$

donde p es el número de pantalones.

Luego, para obtener la cantidad de ingresos debes remplazar 58 en la función $I(p)$

Donde se tiene que

$$I(p) = 210 \cdot 58 - 1 \cdot 58^2$$
$$I(58) = 210 \cdot 58 - 1 \cdot 58^2$$
$$I(58) = 8816$$

El ingreso obtenido al fabricar 58 pantalones es 8816

Figura A.3: Rétroaction tâche 1, professeur A

Dans les deux stratégies la dimension priviligié est l'instrumentale, mais ils sont de nature différent, parce que dan S1 la genèse instrumentale est liée à l'utilisation d'un calcule de rutine mentaux et dans S2 est lié à l'utilisation d'une routine sur la calculatrice.

Il convient souligner trois éléments qui appariaient dans la rétroaction, le premier est que la ligne $I(p) = 210 \cdot 58 - 1 \cdot 58^2$ est incorrecte. Le deuxième est que dans l'énoncé, les éléments de la fonction appariaient de manière décroissante selon le degré $I(p) = -p^2 + 210 \cdot p$ et dans la rétroaction apparaît à l'inverse et le dernier est qui apparaît le coefficient 1 en multiplient p^2 : $210 \cdot p - 1 \cdot p^2$. Nous reviendrons sur ces éléments dans la dimension instrumentale parce que à partir de la révision de l'espace virtuel dans lesquels se conçoit la tâche et l'algorithme sera possible expliquer de là que viennent ces éléments.

Dimension instrumentale dans la conception Cette tâche a deux éléments aléatoires dans l'énoncé, la fonction $\#f$ et la valeur $\#a3$ sur lequel se demande aux étudiants calculer l'image et la solution $\#sol$, comme illustré à la figure A.4. La fonction a été déjà analysé, seulement manque indiquer les valeurs qui pourraient-avoir $\#a3$ et la solution $\#sol$.

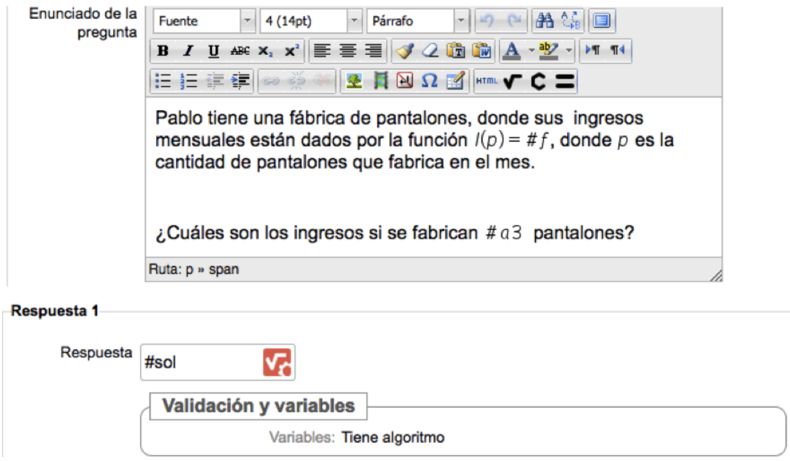


Figura A.4: Définition énoncé tâche 1, professeur A

- $\#a3$ es un nombre entier aléatoire qui varie de 2 à $H1$ avec un pas de 2.
- $\#sol$ es un nombre qui est la solution à la tâche et qui dépend des valeurs aléatoires préalablement définis, c'est à dire, $sol = a1 \cdot a3 - a2 \cdot a3^2$.
- Les autres éléments qui apparaissent sont liés à la rétroaction qui est en fonction des éléments aléatoires.

Nous pouvons constater que le professeur a choisit seulement nombres entiers pour tous les éléments de la tâche. Nous ne savons pas si l'utilisation de nombres entiers est du au contexte choisit ou plutôt elle vient influencée par son ETM idoine.

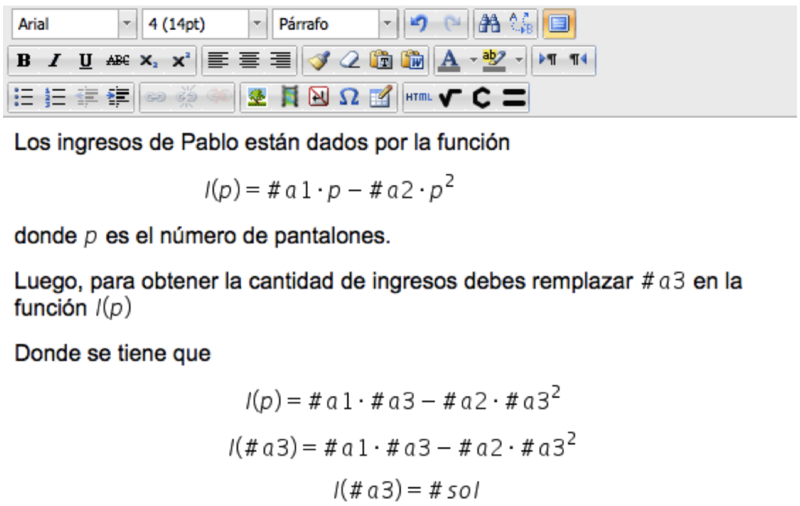


Figura A.5: Définition rétroaction tâche 1, professeur A

Dans la rétroaction, nous avons soulignés trois éléments :

- Une ligne avec une erreur : $I(p) = 210 \cdot 58 - 1 \cdot 58^2$.
- Les éléments de la fonction appariaient de manière décroissante selon le degré $I(p) = -p^2 + 210 \cdot p$ et dans la rétroaction apparaît à l'inverse.
- Le coefficient 1 apparaît explicitement : $210 \cdot p - 1 \cdot p^2$.

Le premier point c'est une erreur sur lequel le professeur possiblement n'a pas repéré. Le changement d'ordre sur le polynôme et la parution explicite du coefficient « 1 » ils sont du à la manière en que le professeurs l'ai écrit dans la rétroaction (voir la figure A.5), car celui-ci chaque partie de la fonction est écrite à part, en revanche, sur l'énoncé la fonction est défini comme $I(p) = \#f$, où f est défini dans l'algorithme et le système CAS l'ordonne selon ses critères internes.

Tâche 2

Cette tâche demande calculer l'antécédent de zéro à partir d'une fonction représenté de manière algébrique. Une des itérations de cette tâche apparaît à la figure A.6.

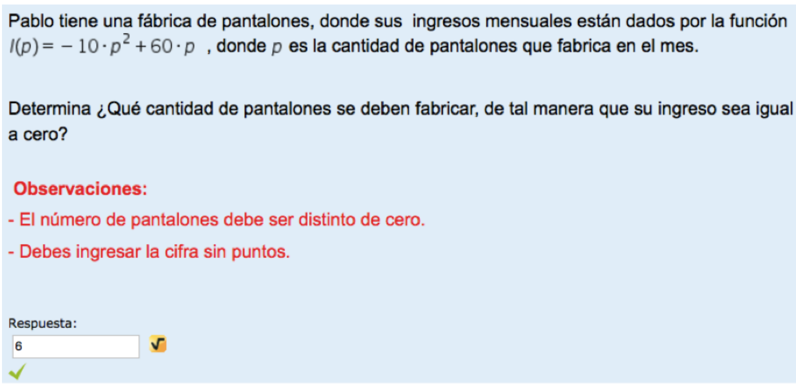


Figura A.6: Énoncé tâche 2, professeur A

Analyse a priori Sur cette tâche l'étudiant doit mis en équation (pas forcément de manière explicite) la question et pour ça il doit reconnaître qui les recettes sont le résultat d'une valeur inconnue. Ce travail privilège la dimension sémiotique et après l'instrumentale. Si on regarde l'algorithme commun (voir figure A.1) nous pouvons voir que l'équation a toujours la forme :

$$-a1 \cdot p^2 + a2 \cdot p = 0$$

Avec $a1$,$a2$ sont valeur définis selon l'algorithme de la figure A.1, c'est à dire, $a1$ peut-être un multiple de 5 entre 50 et 300 et $a2$ peut-être 1, 5 ou 10 avec la condition de que

$a1/(2 \cdot a2)$ soit entier positive. Donc, les équations seront toujours une des ces trois formes :

$$a1 \cdot p - p^2 = 0 \tag{A.1}$$

$$5k \cdot p - 5 \cdot p^2 = 0 \tag{A.2}$$

$$10k \cdot p - 10 \cdot p^2 = 0 \tag{A.3}$$

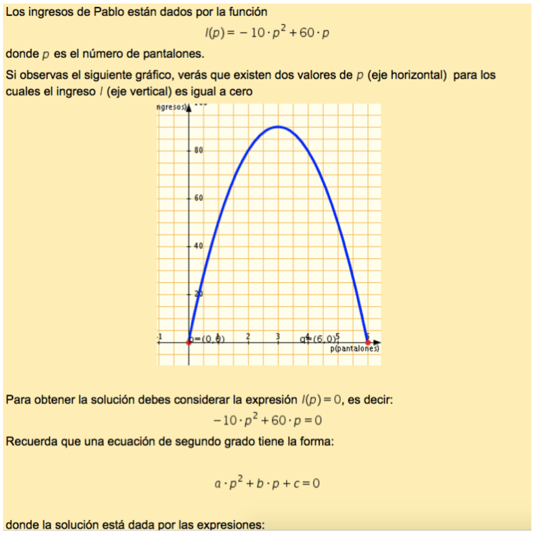
Où k est un nombre entier et $a1$ est la valeur aléatoire défini dans l'algorithme. On a écrite le paramètre $a1$ comme $5k$ et $10k$ dans A.2 et A.3 pour souligner le faite que la condition choisi pour le professeur sur la coordonnée x de maximum implique que il va apparaître toujours un multiple de 5 et de 10 selon la valeur de $a2$ et si $a1 \neq 1$.

Une fois il mis en équation il peut avoir différents stratégies pour le résoudre :

- **S1 :** Il peut essayer de remplacer différents nombres jusqu'au trouver une racine de l'expression. Cette stratégie peut-être plus valable si la racine est une valeur petite comme dans ce cas qui est $p = 6$ ou si les nombres de l'équation sont plus « faciles », mais si la racine est plus grande cette stratégie ne sera pas très efficace. Dans ce cas, le travail est dans la dimension instrumentale, ou l'artéfact symbolique est le processus de calcul pour trouver une racine de l'équation.

- **S2 :** Il peut factoriser l'expression et résoudre : $-10p \cdot (p - 6) = 0 \Leftrightarrow p = 0 \vee p = 6$. Dans ce cas, le travail est dans un première partie es dans le plan sem-dis, parce qu'il doit reconnaître la possibilité de factoriser et après il doit évoquer propriétés de nombres pour séparer l'équation de deuxième degré en deux équations de premier degré. En général l'étudiant sera confronté à une des équations :

  - $a1 \cdot p - p^2 = 0$
    $\Leftrightarrow p(a1 - p) = 0$
    $\Leftrightarrow p = 0 \vee p = a1$
  - $5k \cdot p - 5 \cdot p^2 = 0$
    $\Leftrightarrow 5p(k - p) = 0$
    $\Leftrightarrow 5p = 0 \vee p = k$
  - $10k \cdot p - 10 \cdot p^2 = 0$
    $\Leftrightarrow 10p(k - p) = 0$
    $\Leftrightarrow 10p = 0 \vee p = k$



Los ingresos de Pablo están dados por la función

$$I(p) = -10 \cdot p^2 + 60 \cdot p$$

donde p es el número de pantalones.

Si observas el siguiente gráfico, verás que existen dos valores de p (eje horizontal) para los cuales el ingreso I (eje vertical) es igual a cero

Para obtener la solución debes considerar la expresión $I(p)=0$, es decir:

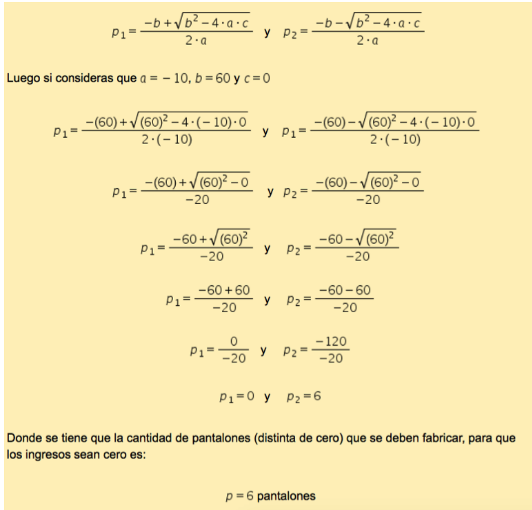
$$-10 \cdot p^2 + 60 \cdot p = 0$$

Recuerda que una ecuación de segundo grado tiene la forma:

$$a \cdot p^2 + b \cdot p + c = 0$$

donde la solución está dada por las expresiones:

(a) Partie 1



$$p_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \quad \text{y} \quad p_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$$

Luego si consideras que $a = -10$, $b = 60$ y $c = 0$

$$p_1 = \frac{-(60)+\sqrt{(60)^2-4\cdot(-10)\cdot 0}}{2\cdot(-10)} \quad \text{y} \quad p_1 = \frac{-(60)-\sqrt{(60)^2-4\cdot(-10)\cdot 0}}{2\cdot(-10)}$$

$$p_1 = \frac{-(60)+\sqrt{(60)^2-0}}{-20} \quad \text{y} \quad p_2 = \frac{-(60)-\sqrt{(60)^2-0}}{-20}$$

$$p_1 = \frac{-60+\sqrt{(60)^2}}{-20} \quad \text{y} \quad p_2 = \frac{-60-\sqrt{(60)^2}}{-20}$$

$$p_1 = \frac{-60+60}{-20} \quad \text{y} \quad p_2 = \frac{-60-60}{-20}$$

$$p_1 = \frac{0}{-20} \quad \text{y} \quad p_2 = \frac{-120}{-20}$$

$$p_1 = 0 \quad \text{y} \quad p_2 = 6$$

Donde se tiene que la cantidad de pantalones (distinta de cero) que se deben fabricar, para que los ingresos sean cero es:

$$p = 6 \text{ pantalones}$$

(b) Partie 2

Figura A.7: Rétroaction de la tâche 2, professeur A

- **S3 :** Il peut diviser par p, $5p$ ou $10p$ selon soit le cas, parce que il y a une observation qui indique que p est non nul. Malgré que ce technique dans ce problème peut-être effective, il puisse faire que les étudiants ne prennent pas en compte toutes les solutions dans un autre contexte.

- **S4 :** Il peut utiliser la formule de deuxième degré pour résoudre l'équation. Il doit reconnaître l'équation comme de deuxième degré et la formule sera utilisée comme un instrument symbolique, donc dimension privilégiée est la instrumentale. Cela est la stratégie attendue pour le professeur, il se montre à la figure A.7. Compte tenu la forme de la fonction qui a toujours le coefficient libre égal a zéro, cette stratégie n'est pas la plus efficace.

Dans la rétroaction conçu pour le professeur, nous pouvons regarder aussi qu'il y a une autre rétroaction, qui est en utilisant le graphique de la fonction, on faite, il commence avec une rétroaction graphique pour continuer avec la rétroaction en utilisant les éléments algébriques. Cette rétroaction pourrait donner un autre point de vue aux étudiants pour comprendre mieux le concept d'image d'une valeur.

Néanmoins, comme nous l'avons déjà dit, le graphique est continu malgré que le phénomène soit discret. Dans ce cas, le graphique de la fonction est entre 0 et 5, et comme la variable est discrète, le graphique vraiment devrait avoir seulement 6 points. Donc cette représentation graphique du phénomène n'est pas appropriée. Comme nous déjà l'avons vu, pour certaines itérations, le graphique de la fonction pourrait être parmi 0 et x_0 où $x_0 \geq 50$ par exemple, alors dans ce cas, la graphique continu peut être plus justifié.

Tâche 3

La troisième tâche que le professeur a faite est celui qui se montre à la figure A.8 et demande estimer le maximum d'une valeur d'une fonction représenté de manière graphique.

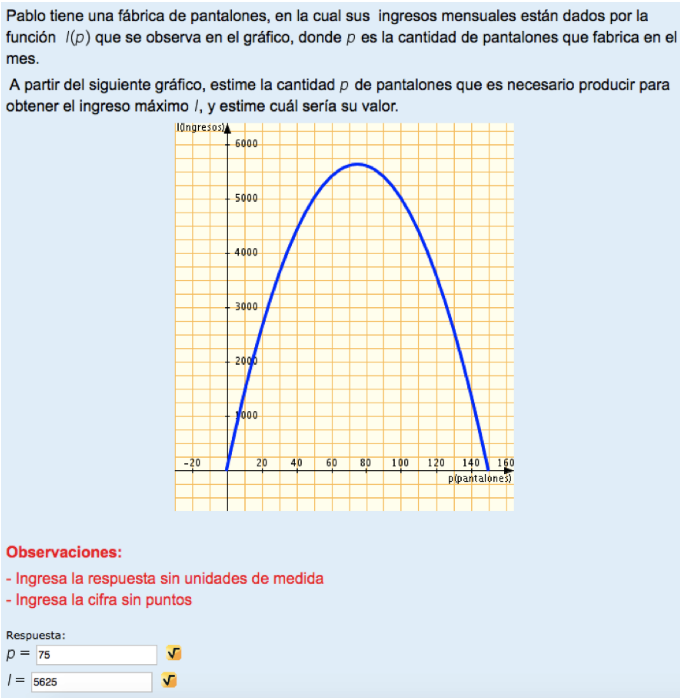


Figura A.8: Rétroaction tâche 3, professeur A, partie 2

Analyse a priori Pour résoudre cette tâche, l'étudiante doit reconnaître et lier éléments de l'énoncé et du graphique, ce travail privilège la genèse sémiotique. Une fois qu'il a reconnu que la quantité de pantalon se trouve dans l'axe horizontal et la quantité de recettes est dans l'axe vertical il peut chercher le maximum qui demande la tâche.

Dans ce cas, la valeur de p est entre 70 et 80 (exactement 75), pour trouver cette valeur il peut :

- **S1 :** Visualiser le point maximum et puis estimer ses coordonnés. Pour la coordonnée des abscisses, il peut tracer une flèche imaginaire mentalement ou en faisant un geste avec le doigt) jusqu'au l'axe horizontale et estimer la valeur, après il doit tracer une ligne imaginaire parallèle à l'axe horizontale qui part dans la courbe et qui fini dans l'axe verticale, dans ce point la se trouve l'image du maximum, dans ce cas entre 5.500 et 5.750. Ici est possible délimiter la solution à cause de le quadrillage qui apparaît dans le plan cartésien. Les flèches et les doigts dans ce cas sont utilisés comme artéfacts, donc le travail est dans la plan semiotique-instrumentale.

- **S2 :** Obtenir en premier lieu la coordonné des abscisses du maximum à partir du point médian entre deux points connus, par exemple dans cette itération entre 0 et 150 ou 40 et 110, 50 et 100, etcétéra. Ici le travail sera dans le plan sem-dis parce qu'il devrait visualiser la symétrie de la parabole s'appuyant dans ses propriétés. Pour calculer le point médian, s'il utilise la formule, ce sera un artefact symbolique pour obtenir le point cherché, donc le travail circulera vers la dimension instrumentale.

Dimension instrumentale dans la conception Les éléments aléatoires pour la fonction et l'antécédent donnée aux étudiants dans cette tâche sont définies avec le même algorithme que a été analysé dans la tâche 1 de ce professeur. Néanmoins, s'ajoutent autres éléments liés à la partie graphique et à la comparaison de la réponse de l'étudiant avec la réponse définie pour le professeur dans le système. Dans l'énoncé, le graphique sera dans la partie dans lequel apparaît le texte $\#graf$ de la figure A.9.

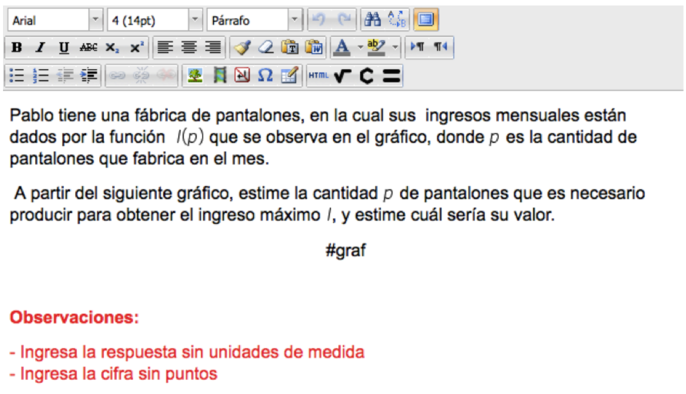


Figura A.9: Définition énoncé tâche 3, professeur A, partie 2

L'Algorithme qui défini le graphique ($\#graf$ dans l'énoncé et défini dans l'algorithme montré à la figure A.1) et la « función de calificación » (fonction de gradation [2] dans la version française du logiciel) dénommé « test » dans l'algorithme qui permet comparer la réponse de l'étudiants avec la réponse prédéfini dans le logiciel se montre à la figure A.10.

Le graphique a été déjà décrit, donc nous analyserons la fontion de gradation «test» qui a conçu le professeur pour prévoir une marge de flexibilité dans la réponse de l'étudiant. Par ailleurs, comme ce tâche demande aux étudiants estimer le maximum de la courbe, il a crée une fonction de qualification « test » pour prévoir une marge de flexibilité. Dans ce cas, le professeur donne une marge d'erreur relative de 1 %. Par exemple, dans l'itération analysé le maximum exacte est dans le point $(75, 5625)$ donc le marge est :

[2] Est une fonction qui permet comparer la réponse d'un étudiant avec conditions préalablement définis, par exemple donner un multiple de 3.

Réponse correcte	Min accepté	Max accepté
75	74,25	75,75
5625	5568,75	5681,25

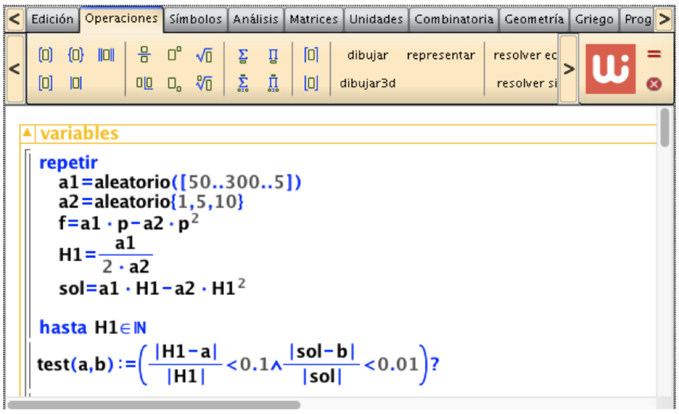


Figura A.10: Algoritme énoncé tâche 3, professeur A, partie 2

Cette marge peut être trop petite dans le cas de la coordonnée x parce que il n'est une unité de différence et pas beaucoup plus dans le cas de la coordonnée y. Si on regarde le graphique et dessine sur lui la marge d'erreur (en rouge et vert à la figure A.11) on verra que l'étudiant doit donner presque le valeur exacte.

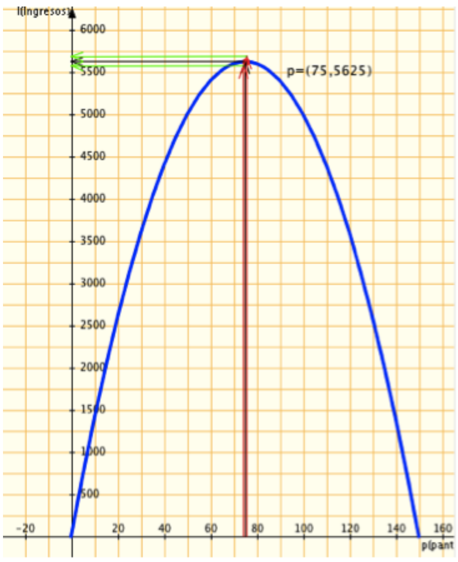
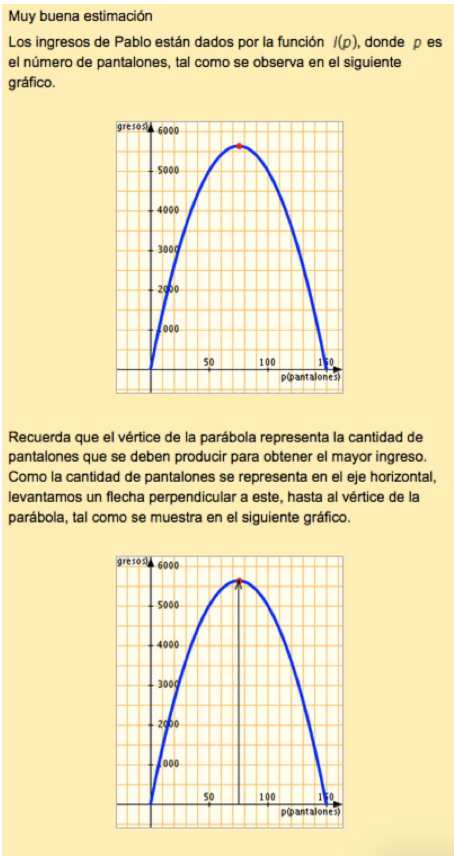
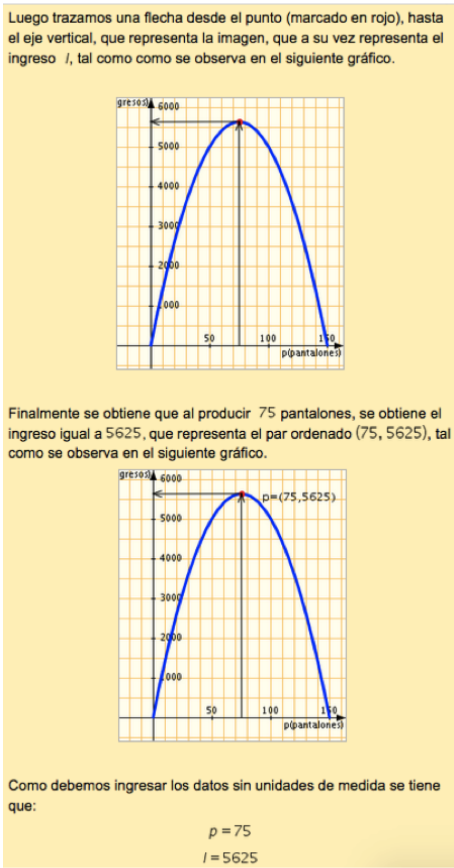


Figura A.11: Marge d'erreur de la tâche 3, professeur A

La rétroaction de la tâche se montre à la figure A.12. À elle nous pouvons voir quelle est la réponse attendue par le professeur et la manière d'aborder la solution. Une première remarque qui nous pouvons faire c'est que il y a éléments implicites dans la rétroaction, parce que la rétroaction se faite comme si c'était possible donner la valeur exacte directement à partir du graphique. En regardant l'algorithme on peut voir qui est possible donner une rétroaction qui soit plus proche à une démarche d'estimation, mais pour cela, il est nécessaire maîtriser autres commandes et faire un travail de programmation plus large et aussi un peu plus complexe du point de vue mathématique. Le logiciel à certaines commandes pour configurer la grille du plan et de sa manière pouvoir mieux contrôler qu'est ce que l'on demande aux étudiants. En outre, dans cette tâche ni la valeur qui corresponde à l'axe des abscisses ni celle de l'axe des ordonnées n'est dans la ligne du grillage, mais pour d'autres itérations la réponse peut se trouver juste dans l'une des lignes de la grille, donc la difficulté de la question n'est pas la même. Mais comme le quadrillage est configuré par défaut, le professeur ne contrôle pas quand la valeur sera ou non sur la ligne.



(a) Partie 1



(b) Partie 2

Figura A.12: Rétroaction de la tâche 3, professeur A

Tâche 4

Cette tâche est la dernière qui a faite le professeur A et elle demande Calculer le maximum d'une valeur d'une fonction représenté de manière algébrique. Comme dans la tâche précédente il demande la valeur du maximum de la fonction mais en utilisant autre représentation algébrique de la fonction. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.13.

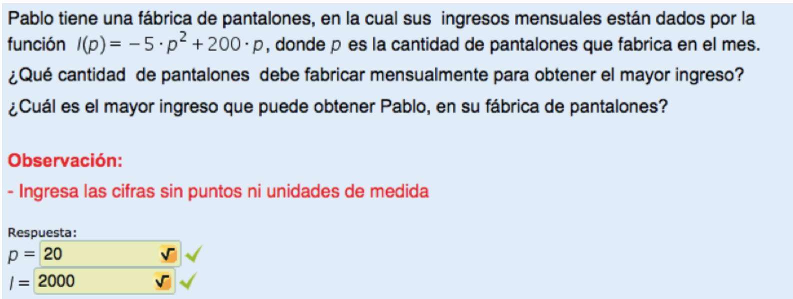


Figura A.13: Énoncé de la tâche 4, professeur A

Pour résoudre cette tâche, l'étudiant peut essayer différentes stratégies :

- **S1 :** Il peut essayer de remplacer différents nombres jusqu'au trouver un valeur maximum de la liste qu'il construit et qui correspond à le maximum de la fonction. Cette stratégie peut-être plus valable si le maximum est une valeur petite, comme dans ce cas 75 cette stratégie ne sera pas très efficace. Cette liste peut-être considérée comme un artéfact symbolique qui permettre visualiser et obtenir le maximum, donc le travail sera dans le plan sem-ins.

- **S2 :** Il peut factoriser la expression, obtenir les racines et chercher le point médian entre les deux racines, dans ce cas : entre 0 et 150. Si ce faite de manière explicite, sera parce que il évoque propriété des paraboles à partir d'une reconnaissance de l'expression de deuxième degré. Le plan privilégié dans ce cas est le semiotique-discoursive.

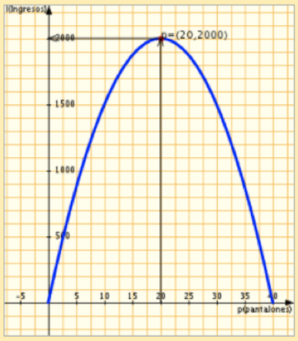
- **S3 :** Il peut utiliser la formule pour trouver le maximum d'une fonction de deuxième dégrée. Dans ce cas, la formule sera utilisée comme un instrument symbolique donc le travail sera dans la dimension instrumentale.

La stratégie S3 c'est la conçue pour le professeur dans la rétroaction qui se montre à la figure 14. Mais, de la même façon qui dans la tâche 2, il montre en un premier parti le graphique de la fonction et la solution en termes graphiques et après le calcul en utilisant la formule.

Dans le graphique qui se montre dans la rétroaction, nous pouvons regarder que la solution est juste dans la graduation, donc c'est plus clair de donner la valeur exacte, mais pour certaines itérations n'est pas possible faire ça. Alors, comme dans la tâche précédent, la rétroaction ignore le faite que pour certains graphiques, sa lecture n'est pas exacte, sino plutôt dans certaines intervalles.

Los ingresos de Pablo están dados por la función $I(p) = -5 \cdot p^2 + 200 \cdot p$, donde p es el número de pantalones.

Si observas el siguiente gráfico, el vértice de la parábola (punto rojo), representa la cantidad de pantalones que se deben producir para obtener el mayor ingreso.



Si consideras que la forma general de una función de segundo grado está dada por:

$$I(p) = a \cdot p^2 + b \cdot p + c$$

La expresión que permite calcular la cantidad de pantalones está dada por:

$$p = \frac{-b}{2 \cdot a}$$

Luego si consideramos la función de ingresos $I(p)$, donde $a = 5$ y $b = -200$, y se reemplazan en la expresión que permite calcular p, se tiene que:

$$p = \frac{-(-200)}{2 \cdot 5}$$
$$p = \frac{200}{10}$$
$$p = 20$$

Finalmente, remplazamos la cantidad de pantalones p en la función de ingresos $I(p)$, donde se obtiene que

$$I(20) = 200 \cdot 20 - 5 \cdot (20)^2$$

$$I(20) = 2000$$

Figura A.14: Rétroaction de la tâche 4, professeur A

A.1.2. Profesora B

Eléments communs aux toutes les tâches du professeur B

Ce professeur a conçu quatre tâches sur les fonctions dans la plateforme. Toutes les tâches sont autour d'un contexte physique, dans lequel il y a une personne qui marche à vitesse constante donc il est modèle par une fonction affine. Les quatre tâches travaillent principalement avec une représentation graphique de la fonction dans lesquelles les étudiants doivent visualiser différents éléments : images des valeurs, antécédents des valeurs et pente de la fonction. Dans toutes les tâches, tant les coefficients des fonctions comme les images, antécédents et la pente à visualiser et calculer sont nombres entiers. Un autre élément à souligner par rapport aux choix des objets mathématiques et leurs caractéristiques, c'est que le professeurs a choisit seulement une fonction laquelle est une droite, et n'ai pas utilisé une fonction par morceaux par exemple ou deux fonctions pour comparer le mouvement.

De plus, nous pouvons noter le graphique montre la position d'une personne en fonction du temps mais dans la contextualisation ne s'indique pas le système de référence sur le quel a été pris la position et le temps. Dans la tâche 1 par exemple (voir la figure A.16), le temps commence en $t = 0[s]$ et $X(0[s]) = 5[m]$, mais n'est pas explicite 5[m] par rapport à quoi.

Juste après des question aux étudiants, toutes les quatre tâche ont la même observation aux étudiants : «Ingresa las cantidades sin unidades de medida», ça veut dire que si la réponse est en mètres ou secondes il doit mis seulement le résultat. À différence des tâches du professeur A du Campus I, le contexte travail avec unités de mesure que sont admis pour le logiciel, mais ils n'ont pas utilisés dans la conception des tâches. Par contre, par rapport au professeur A - Campus I, il n'y a pas observation sur l'utilisation de point ou virgule pour séparer décimaux ou entiers. Cela peut-être à cause de l'utilisation de nombres entiers pour les énoncés et la réponse.

L'algorithme utilisé pour toutes les tâches est le même à la base, c'est à dire, les quatre tâche partagent éléments communes dans la définition de la fonction et le graphique de la fonction. Ces éléments sont affichés à la figure A.15. Les quatre tâches sont autour du graphique de la fonction : $X(t) = a \cdot t + b$

Où a,b sont valeurs aléatoires choisis des ensembles 1,2,3 et 0,1,2,3,4,5 respectivement.

La fonction est tracée toujours entre 0 et 10, le plan cartésien a la langueur fixe : 14 unités et la hauteur variable : $10 \cdot a + b + 5$, qui est le valeur maximum de la fonction dans l'intervalle $[0, 10]$ plus une marge de 5 unités. Le centre a la première coordonnée fixe : 6.5 et la seconde variable : $(10 \cdot a + b + 4)/2$ (1/2 moins que le maximum de la fonction).

Ces choix produisent une graduation de deux par deux et une quadrillage de 0.5 par 0.5 dans l'axe horizontale et d'une graduation variable dans l'axe verticale qui dépend des valeurs aléatoires de la fonction, généralement de 5 par 5 ou de deux par deux.

Nous remettons en question pourquoi il a choisit certains paramètres comme fixes et autres comme variables. Ce choix a une conséquence directe sur les tâches 2 et 3, parce que en elles se demande les valeurs extrêmes de la fonction et dans ce cas là, les antécédents des valeurs extrêmes sont toujours 0 et 10.

Dans le plan cartésienne, il a mis aussi le nombre des axes horizontale : «$t(seg)$» et verticale : «$d(mt)$». Les abréviations «*seg*» pour seconde et « mt » pour mètre sont usuelles au Chili mais ils ne sont pas les abréviations du système international, alors si le professeur avait conçu la tache en utilisant les unités de mesure, c'est possible que les étudiants auraient problèmes dans la saisie des réponses. Dans les rétroactions des tâches (voir la figure A.17) on peut constater que les unités son prises en compte, mais pas dans le système international et pas dans les réponses des étudiants. Aussi on peut voir une configuration en aspects visuels du plan cartésienne comme le couleur et le style des flèches des axes et aussi la couleur de la grille, au contraire il n'y a pas un contrôle sur la distance entre les graduations de la grille, donc le système choisit la graduation par défaut.

Comme la langueur est fixe, la graduation qui s'affiche est toujours la même : deux par deux. Comme on verra dans l'analyse des tâches, cette configuration par défaut provoque une différence dans les tâches des étudiants, laquelle n'est pas claire qu'il avait été pris de manière consciente par le professeur au moment de sa conception. En revanche, la graduation dans l'axe verticale est variable, il dépende de la « altura » dans l'algorithme et de l'algorithme interne du logiciel qui la choisit par défaut. Généralement de 5 par 5, mais par fois de deux par deux.

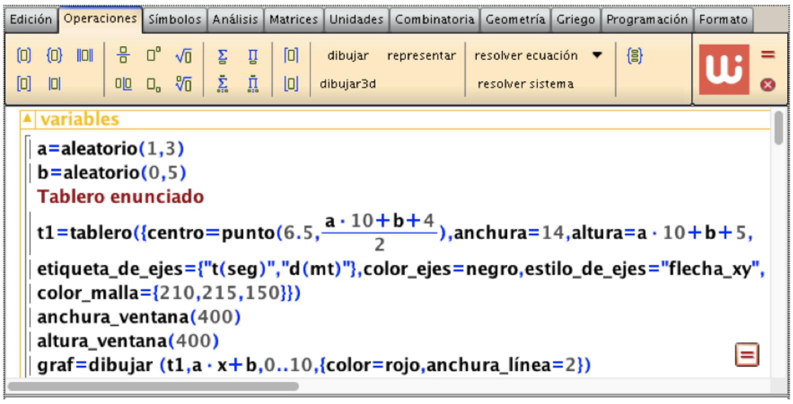


Figura A.15: Algoritme commun aux tâches de la professeur B

À chaque question il y a éléments qui ne figurent pas dans l'algorithme de la figure A.15 et qui sont liées à la tâche à la rétroaction spécifique conçue pour le professeur. Nous ajouterons les éléments manquants de l'algorithme dans chaque question pour mieux comprendre la dimension instrumentale dans la conception.

Tâche 1

Cette tâche demande Calculer l'image de quatre valeurs à partir d'une fonction représentée de manière graphique. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.16.

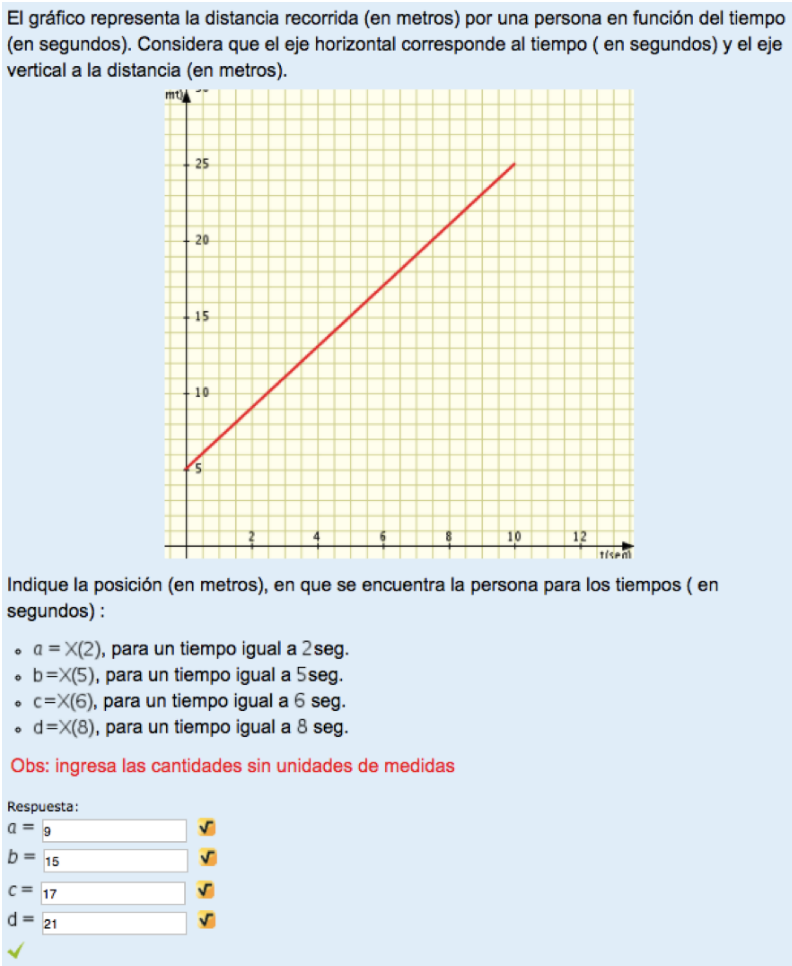
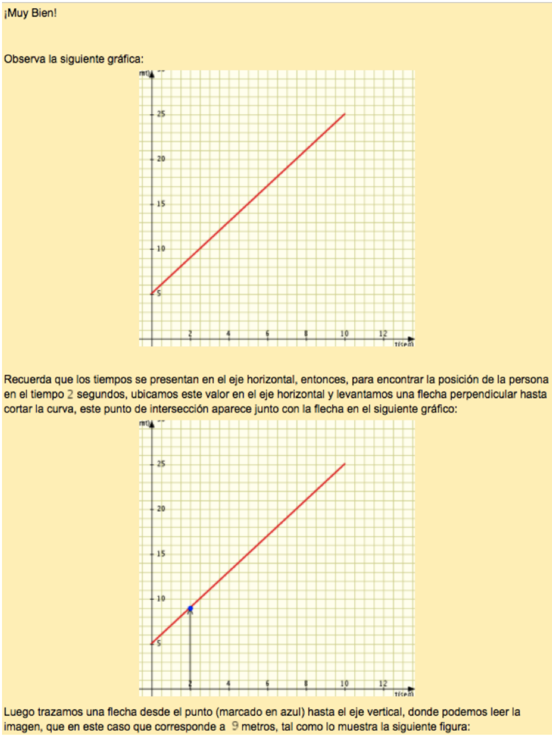


Figura A.16: Algoritme commun aux tâches de la professeur B

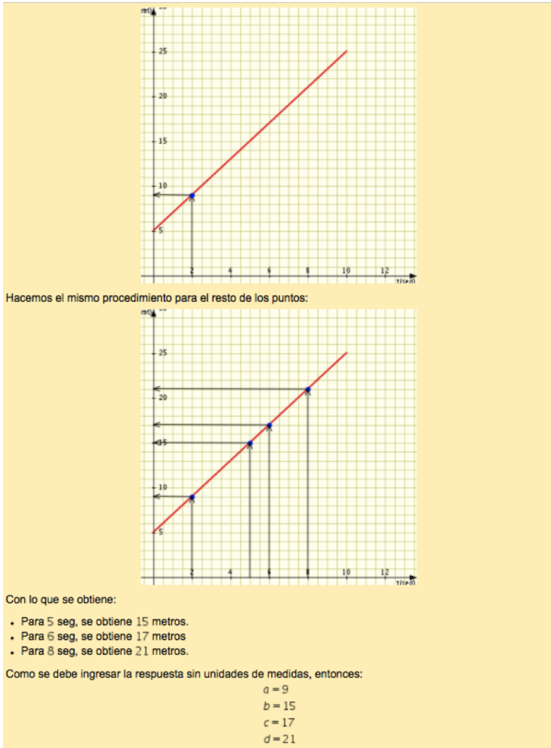
Analyse a priori Chaque une des images des valeurs à calculer s'indique en langage algébrique et se répète en langage naturel où apparaît explicitement que l'unité de mesures est le seconde, donc l'étudiant peut chercher dans le graphique l'axe correspond au temps.

Puis, chaque valeur doit être placé sur l'axe horizontale, après il doit projeter une ligne imaginaire (parallèle à l'axe verticale) jusqu'au la courbe et finalement il doit projeter une autre ligne (parallèle à l'axe horizontale) sur l'axe verticale. Cette stratégie est la rétroaction attendue par le professeur, on peut la voir à la figure A.17.

Le travail de l'étudiant est principalement de visualisation, alors est la genèse sémiotique qui est principalement activé. Comme il sont demandé plusieurs valeurs l'étudiant



(a) Partie 1

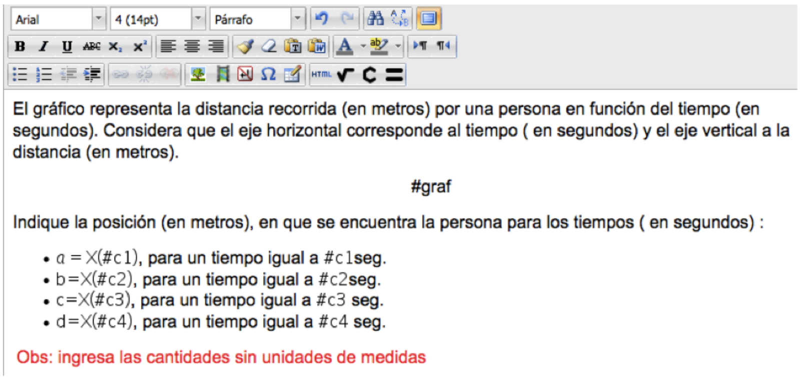


(b) Partie 2

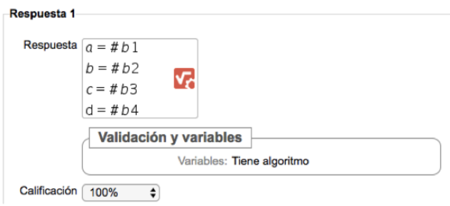
Figura A.17: Rétroaction de la tâche 2, professeur B

peut avoir une regarde globale du phénomène à partir de la visualisation ponctuelle. Par exemple, l'étudiant peut être consciente sur caractéristiques globales, comme par exemple si la fonction est croissante ou non. Dans une question de ce type en papier-crayon l'étudiant peut designer dans le papier, ici par contre n'est pas possible faire ça, alors le travail reste dans la visualisation et par contre le travail instrumental est bloquée, malgré que pour tracer la ligne, l'étudiant peut suivre du doigt les lignes du quadrillage. Un autre élément à souligner est que certaines valeurs sont dans la graduation et d'autres non, par exemple, dans cette itération 2, 6 et 8 sont marqué dans le quadrillage, en revanche, la valeur 5 non. Comme déjà a été analysé dans les éléments communes à toutes les tâches, ce phénomène est du à les éléments choisit par le professeur qui définit l'algorithme. La rétroaction donnée par le professeur montre que il ne fait pas la différence entre les valeurs qui appariaient dans le quadrillage et ceux que n'ont pas.

Genèse instrumentale dans la conception La définition de l'énoncé de la tâche 1 se montre à la figure A.18. Ici nous pouvons regarder que les éléments aléatoires de la tâche sont le graphique nommée comme $\#graf$ et les valeurs sur les quels l'étudiant doit visualiser l'image. Les solution de la tâches sont dénotés par $\#b1$, $\#b2$, $\#b3$ et $\#b4$.



(a) Partie 1



(b) Partie 2

Figura A.18: Rétroaction de la tâche 2, professeur B

L'Algorithme pour définir la fonction et le graphique sont affichés à la figure A.15. Les valeurs $c1$, $c2$, $c3$ et $c4$ sont nombres entières entre 1 et 9 et sont classés par ordre croissante comme conséquence de la condition répéter jusqu'au $c1 < c2$ et $c2 < c3$ et $c3 < c4$, comme le montre à la figure A.19. Si on rappelle que la graduation de l'axe des abscisses sera toujours les nombres pairs, nous pouvons constater que les valeurs demandées pourraient apparaître dans la graduation ou pas.

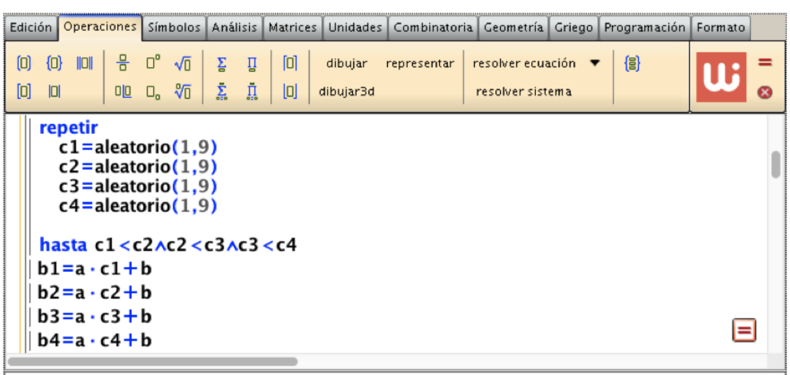


Figura A.19: Algoritme commun aux tâches de la professeur B

Ici il n'y a pas une fonction qualification, c'est à dire que le résultat que l'étudiant doit donner doit être exacte.

Il es importante de souligner que dans l'espace pour mis la réponse appariaient les lettres a, b, c y d et dans l'énoncé s'indique qui est chaque lettre, en particulière dans cette question $a = X(1)$, $b = x(2)$, $c = x(4)$ y $d = x(7)$. Cette façon d'écrire l'énoncé est à cause d'une limitation du logiciel, parce que dans les « étiquettes » de réponse n'est pas possible utiliser le caractère aléatoire.

Tâche 2

Cette tâche demande donner l'image de deux valeurs à partir d'une fonction représentée graphiquement. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.20.

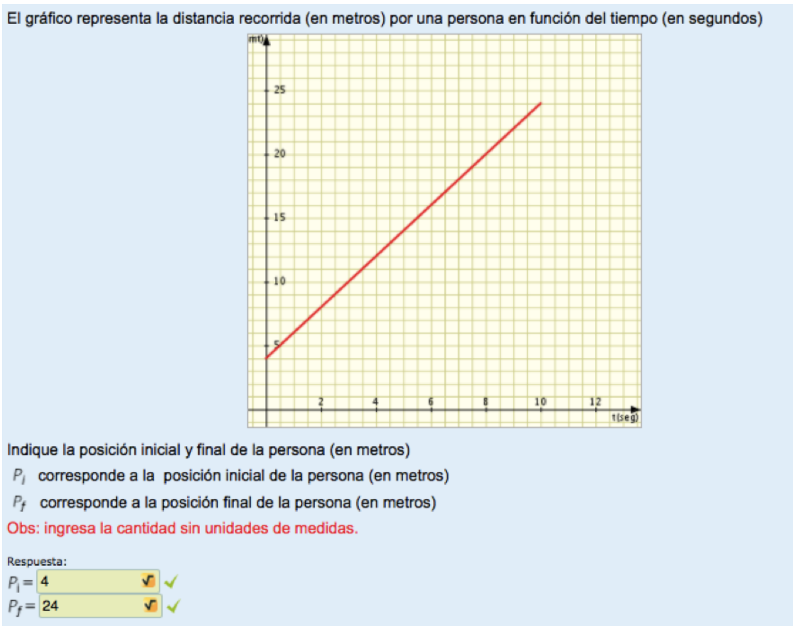


Figura A.20: Énoncé tâche 2, professeur B

Analyses a priori Pour résoudre cette tâche, l'étudiant doit visualiser l'image des valeurs extrêmes de la fonction affine. Pour faire ça, il doit faire une correspondance entre les phrases « posición inicial » et « posición final » et les extrêmes de la fonction. Est une tâche qui privilège la genèse sémiotique. La rétroaction conçue pour le professeur se montre à la figure A.21.

Si l'on tient en compte que le graphique est toujours entre 0 et 10, on constate que la tâche s'agit de calculer toujours $X(0[s])$ et $X(10[s])$, on peut se faire la question si le professeurs est conscient de ce choix, si tel est le cas on peut se demander pourquoi il l'a faite.

Aussi on peut noter que le faite que la fonction soit affine n'a aucun intérêt ici, parce que l'importante de la tâche sont les point extrêmes de la fonction. Mais la fonction est un héritage de la tâche principale, donc on peut conjecturer que le type de fonction n'était pas vraiment un choix.

Tâche 3

Cette tâche demande calculer une soustraction entre deux images à partir d'une fonction représentée de manière graphique. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.22.

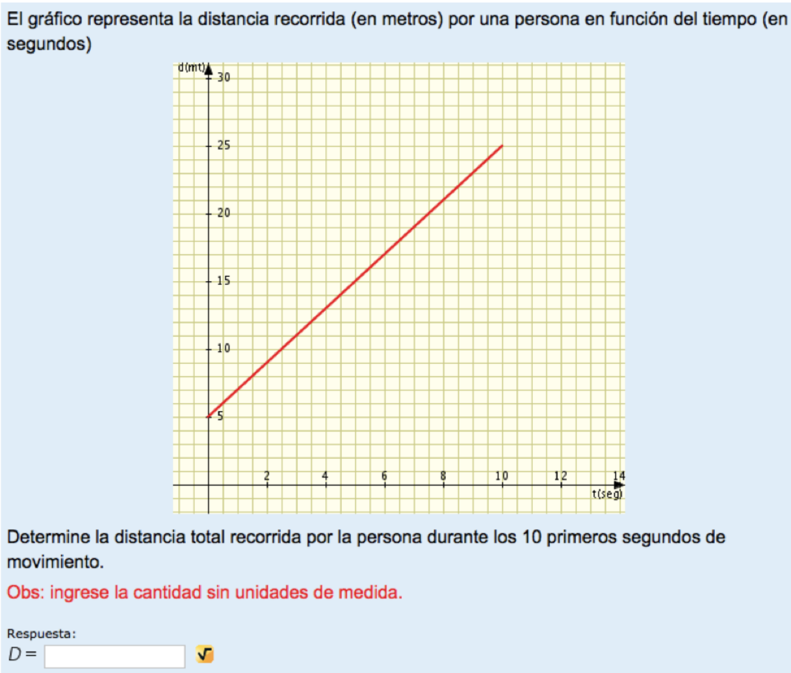


Figura A.22: Énoncé tâche 3, professeur B

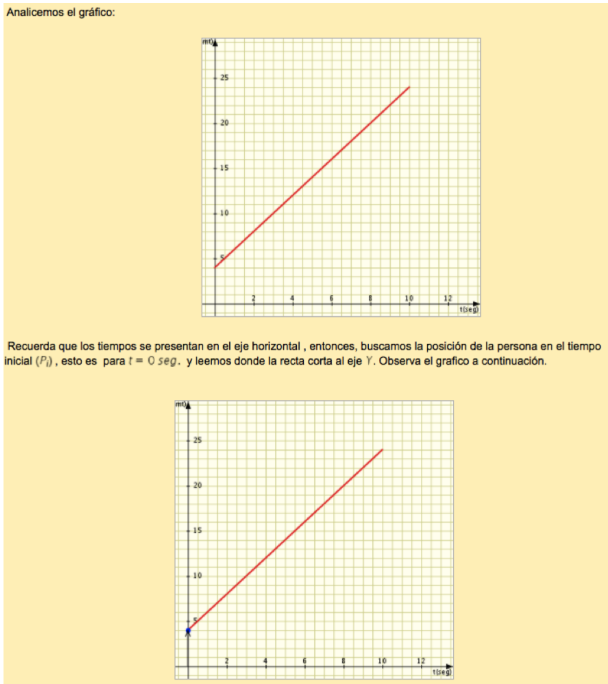
Analyses a priori La résolution de cette tâche peut-être considérée comme une continuation de la tâche précédente, parce que elle demande calculer une différence entre les points extrêmes de la fonction. Donc après de obtenir les images de point extrêmes il doit rester les valeurs pour donner la distance parcourue.

Dans cette tâche, le graphique est aléatoire, mais comme dans la tâche précédente, le nombre 10 est fixe.

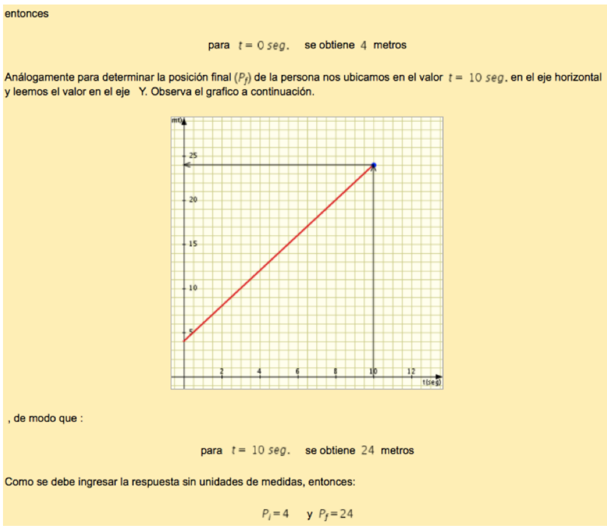
La rétroaction est presque la même que de la tâche précédent, l'unique différence est que s'ajoute une ligne qui calcule la différence entre les points extrêmes.

Tâche 4

Cette tâche demande calculer la pente d'une fonction à partir d'une fonction représentée graphiquement. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.23.



(a) Partie 1



(b) Partie 2

Figura A.21: Rétroaction de la tâche 2, professeur B

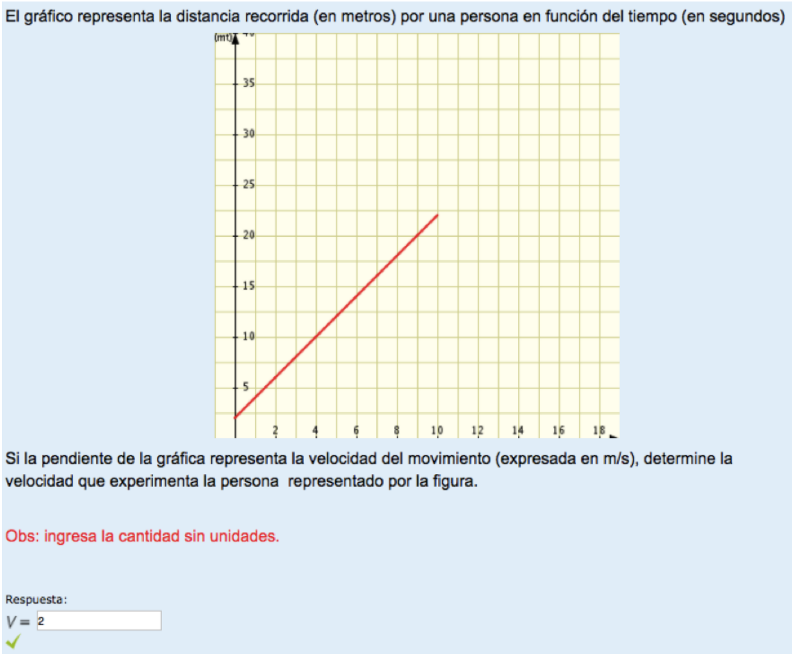


Figura A.23: Énoncé tâche 4, professeur B

Pour résoudre la tâche l'étudiant peut avoir différentes stratégies :

- **S1 :** Obtenir deux points de la fonction affine et utiliser la formule : $m = \dfrac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$. Dans ce cas la formule est utilisée comme un artefact symbolique, donc le travail privilège la dimension instrumentale.

- **S2 :** Faire la division entre différence de la distance parcourue et la différence de temps directement du graphique. De manière implicite l'étudiant utiliserait la formule de vitesse, v=d/t, le quel est aussi un artéfact symbolique. Dans ce cas le travail est dans le plan semiotique-instrumentale, où le travail sémiotique est important.

- **S3 :** Calculer la formule algébrique de la fonction et après identifier la pente dans la formule.

La stratégie privilège est S1 qui se montre à la figure A.24. Mais dans le départ de la rétroaction, le professeur faite la rédaction comme si les points $P1$ et $P2$ soient uniques, après il utilise la phrase «por ejemplo» avant de donner de manière explicite les points, mais reste ambiguë.

Recuerda que la expresión para calcular la pendiente de una recta es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

donde (x_1, y_1) son las coordenadas del punto 1 (P_1) y (x_2, y_2) son las coordenadas del punto 2 (P_2), entonces, del gráfico :

Puedes obtener (P_1) y (P_2), por ejemplo $P_1 = (5,12)$ y $P_2 = (7,16)$, con estos valores determinemos la pendiente "m".

$$m = \frac{16-12}{7-5}$$
$$m = \frac{4}{2}$$
$$m = 2$$

Como la pendiente representa la velocidad de la persona, entonces $V = 2$

Figura A.24: Rétroaction tâche 4, professeur B

A.1.3. Profesor C

Eléments communs aux toutes les tâches du professeur C

Ce professeur a conçu quatre questions liées à la comparaison de deux options dans la location d'une équipe pour générer électricité. Les coûts de la location des équipes industriels dépendent des heures d'utilisation et d'un coût fixe de base, donc ils sont modelés par une fonction affine.

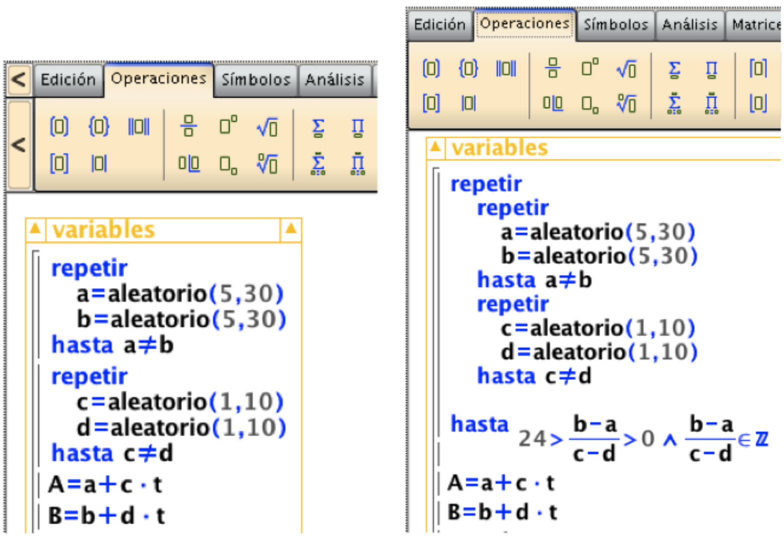
Les quatre tâches donnent information en langage naturel et les coefficients des fonctions sont donnés dans un tableau de valeurs. Les deux dernières tâches donnent aussi les graphiques des fonctions dans l'énoncé.

Les deux fonctions qui sont présentes dans les quatre tâches ont la forme :

$$f_1(t) = a + c \cdot t \tag{A.4}$$

$$f_2(t) = b + d \cdot t \tag{A.5}$$

Où t est en heures, a et b représente le coût fixe et c et d le coût par heure. L'Algorithme qui défini les coefficients des fonctions est le même dans les tâches 1 et 2, et dans les tâches 3 et 4 le professeur ajoute une condition, par ailleurs les fonctions f_1 et f_2 son désignés par les lettres A et B, comme le montre la figure A.25.



(a) Algoritme tâches 1 et 2 (b) Algoritme tâches 3 et 4

Figura A.25: Algoritme commun aux tâches du professeur C

Les valeurs de a et b peuvent être nombres entiers entre 5 et 30 avec la condition qu'entre eux ils doivent être différents. La condition pour c et d est la même sauf que ils peuvent être nombres entiers entre 1 et 10.

Dans l'algorithme des tâches 3 et 4 il y a trois conditions supplémentaires :

$$24 > \frac{b-a}{c-d} > 0 \wedge \frac{b-a}{c-d} \in \mathbb{Z}$$

Où $\dfrac{(b-a)}{(c-d)}$ est la solution de la équation $f_1(t) = f_2(t)$. La condition de positivité est dû au contexte, n'est pas claire pourquoi la solution doit être entier, mais toute le travail est sur les entiers, donc nous pouvons penser qui est dû a l'influence de l'ETM idoine du professeur. Enfin, la condition que la solution soit inférieure à 24 est la plus bizarre, mais il est dans les deux tâches qui contient graphiques.

Si nous regardons l'algorithme du graphique (voir la figure A.26), nous pouvons voir que le plan cartésien sur lequel a tracé le graphique de f_1 et f_2 (A et B dans l'algorithme) a le centre, la langueur et la hauteur fixes. La langueur est défini comme : $anchura = 26$, alors cela explique la raison de la condition $24 > \dfrac{b-a}{c-d}$.

```
t1=tablero({centro=punto(12,98),anchura=26,altura=200,etiqueta_de_ejes={"t [horas]","[M$]"},color_ejes=negro})
anchura_ventana(400)
altura_ventana(400)
graf=dibujar(t1,A,0..30,{anchura_linea=1,color=azul}),dibujar(t1,B,0..30,{anchura_linea=1,color=rojo})
```

Figura A.26: Algorithme pour définir le graphique des tâches du professeur C

Ici on peut voir que la fonction soit satisfaisante au graphique et non à l'inverse. Dans les tâches particulières nous verrons quels sont les changements de la tâche à cause de ce choix du professeur.

Le professeur a configuré la couleur des axes et il a écrit une étiquette pour chaque axe : « t [horas] » pour l'axe des abscisses et « $[M\$]$.

Il y a autres éléments dans l'algorithme qui sont spécifiques à chaque tâche et seront analysés en détaille cas par cas.

Par ailleurs, les trois dernières tâches ont des observations :

- • « En la respuesta debes ingresar el valor numérico sin el signo $ y sin puntos para separar miles » : cet observation apparaît seulement dans la deuxième tâche et elle compris deux indications : l'étudiante ne peut pas utiliser l'unité de mesure que dans ce cas es le peso chilienne et le point pour séparer miles. Dans le logiciel est possible configurer les deux éléments décrits, c'est à dire, les étudiants peuvent répondre en utilisant les signes pour l'argent : $, €, entre autres et le point pour séparer les miles et les virgule pour séparer les décimaux.

- «En la respuesta NO se debe indicar unidad de tiempo en horas» : cet observation apparaît dans les deux dernières tâches, et comme dans l'unité analysé avant, est possible travailler avec l'unité de temps heure, mais les professeurs n'ont pas utilisé ce possibilité.

Il y a une autre observation qui sera montré et analysé dans la tâche spécifique parce que il est spécifique à la tâche.

Tâche 1

Cette tâche demande générer l'expression algébrique de deux fonctions à partir d'information donnée en langage naturelle et dans un tableau de valeurs. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.27.

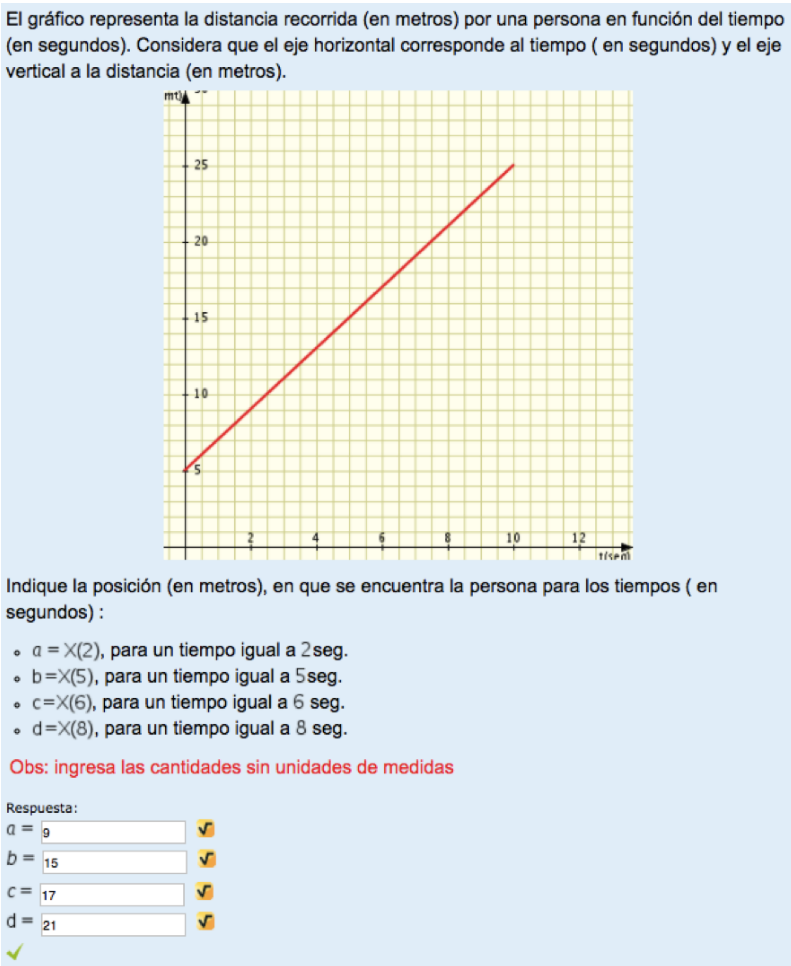


Figura A.27: Énoncé de la tâche 1, professeur C

Analyses a priori Pour résoudre la tâche, l'étudiant doit remplacer les coefficients du tableau dans la formule $f(t) = CV \cdot t + CV$, le travail est de changement de registre et es plutôt la genèse sémiotique qui est en jeu. On peut voir à la figure A.28 la rétroaction qui a conçu le professeur pour cette tâche.

Sea $f(t) = CV \cdot t + CF$ el modelo de costo asociado al arriendo de un equipo en cada empresa.
Luego, si la empresa A cobra 8 por hora de arriendo más 19 por transporte reemplazamos en la expresión anterior y obtenemos:

$$f_A(t) = 8 \cdot t + 19$$

Por otra parte, si la empresa B cobra 9 por hora de arriendo más 5 por transporte reemplazamos y obtenemos:

$$f_B(t) = 9 \cdot t + 5$$

Figura A.28: Rétroaction de la tâche 1, professeur C

Tous les éléments aléatoires ont été déjà analysés dans la partie commune du professeur et ne changent pas la difficulté de la tâche.

Tâche 2

Cette tâche demande calculer et comparer l'image de deux valeurs à partir d'information donnée en langage naturelle et dans un tableau de valeurs et de la fonction représenté algébriquement. Une des itérations se montre à la figure A.29.

Una constructora necesita arrendar equipos industriales para generar electricidad. Se dispone de las ofertas de dos empresas A y B cuyos costos asociados por equipo se especifican en la siguiente tabla:

	Costo fijo por transporte por equipo (miles de pesos)	Costo por hora de uso de cada equipo (miles de pesos)
Empresa A	15	1
Empresa B	21	2

Según los datos entregados en la tabla obtenemos un modelamiento de costos para arrendar un equipo en función del tiempo en ambas empresas:

- Función que modela el costo de arrendar un equipo en la empresa A: $f_A(t) = t + 15$
- Función que modela el costo de arrendar un equipo en la empresa B: $f_B(t) = 2 \cdot t + 21$

Determine el costo más barato en miles de pesos (al que llamaremos $C_{mín}$) para arrendar un equipo por un total de 17 horas.

Observación: Considera ambas empresas. En la respuesta debe ingresar el valor numérico sin el signo $ y sin punto para separar miles.

Respuesta:
$C_{mín} =$ 32

Figura A.29: Énoncé de la tâche 2, professeur C

Analisis a priori Cette tâche donne le tableau de valeurs et aussi la représentation algébrique de la fonction pour demander quelle est la valeur minimum d'une valeur entre les deux fonctions. Pour calculer les images l'étudiant peut :

- **S1 :** Calculer les images sans utiliser les fonctions et faire un calcul arithmétique, en travaillant directement avec les valeurs du tableau. Dans ce cas il ne travail pas dans l'ETM des fonctions et plutôt dans une ETM arithmétique.

- **S2 :** Calculer les images à partir de la représentation algébrique de la fonction. Ce calcul peut-être faite à la main, toutes sont nombres entiers ou en utilisant calculatrice. Voici la stratégie attendue par le professeur qui se montre à la figure 30. Comme ce travail de calcul est de rutine, il se retrouve dans la dimension instrumental.

Après il doit comparer les valeurs et mis le minimum.

El costo para las empresas A y B esta modelado por:

$$f_A(t) = t + 15 \text{ (empresa A)}$$
$$f_B(t) = 2 \cdot t + 21 \text{ (empresa B)}$$

Evaluamos ambas funciones con los datos proporcionados, reemplazando t por 17

$$f_A(17) = 1 \cdot 17 + 15$$
$$f_A(17) = 32$$
$$f_B(17) = 2 \cdot 17 + 21$$
$$f_B(17) = 55$$

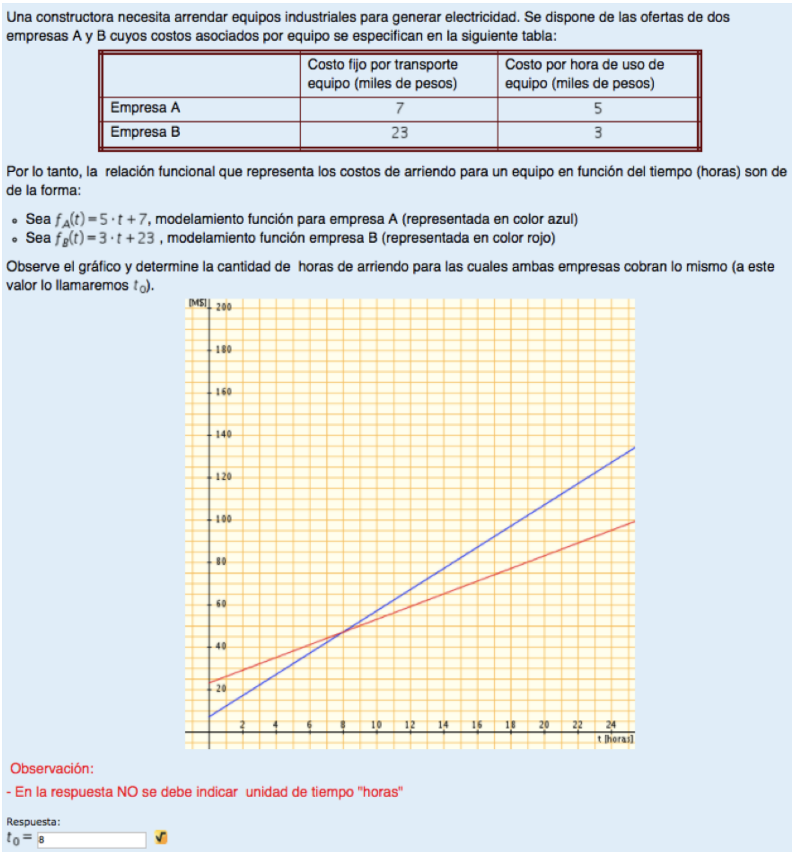
Por lo tanto, la solución es: 32

Figura A.30: Rétroaction de la tâche 2, professeur C

Dimension instrumentale L'Antécédent sur lequel l'étudiant doit calculer l'image des deux fonctions est une valeur aléatoire entier entre 10 et 20, donc le travail de calculs reste toujours sur les nombres entiers.

Tâche 3

Cette tâche demande Calculer une soustraction entre deux courves à partir d'information donnée en langage naturelle et dans un tableau de valeurs et à partir des fonctions représentées de manière algébrique et graphique. Une des itérations se montre à la figure A.31.



Una constructora necesita arrendar equipos industriales para generar electricidad. Se dispone de las ofertas de dos empresas A y B cuyos costos asociados por equipo se especifican en la siguiente tabla:

	Costo fijo por transporte equipo (miles de pesos)	Costo por hora de uso de equipo (miles de pesos)
Empresa A	7	5
Empresa B	23	3

Por lo tanto, la relación funcional que representa los costos de arriendo para un equipo en función del tiempo (horas) son de de la forma:

- Sea $f_A(t) = 5 \cdot t + 7$, modelamiento función para empresa A (representada en color azul)
- Sea $f_B(t) = 3 \cdot t + 23$, modelamiento función empresa B (representada en color rojo)

Observe el gráfico y determine la cantidad de horas de arriendo para las cuales ambas empresas cobran lo mismo (a este valor lo llamaremos t_0).

Observación:
- En la respuesta NO se debe indicar unidad de tiempo "horas"

Respuesta:
$t_0 =$ 8

Figura A.31: Énoncé de la tâche 3, professeur C

Analyses a priori Pour résoudre la tâche l'étudiant doit trouver la coordonnée des abscisses de l'intersection entre les deux fonctions. Le professeurs demande trouver la solution à partir du graphique, mais comme dans l'énoncé le professeur montre les expressions algébriques et les graphiques, l'étudiant peut choisir plusieurs stratégies pour trouver la solution :

- **S1 :** Résoudre l'équation $f_A(t) = f_B(t)$. Pour résoudre cette équation, l'étudiant peut :
  - **S1.1 :** Utiliser une calculatrice qui résoudre équations, dans ce cas le travail est plutôt instrumentale.

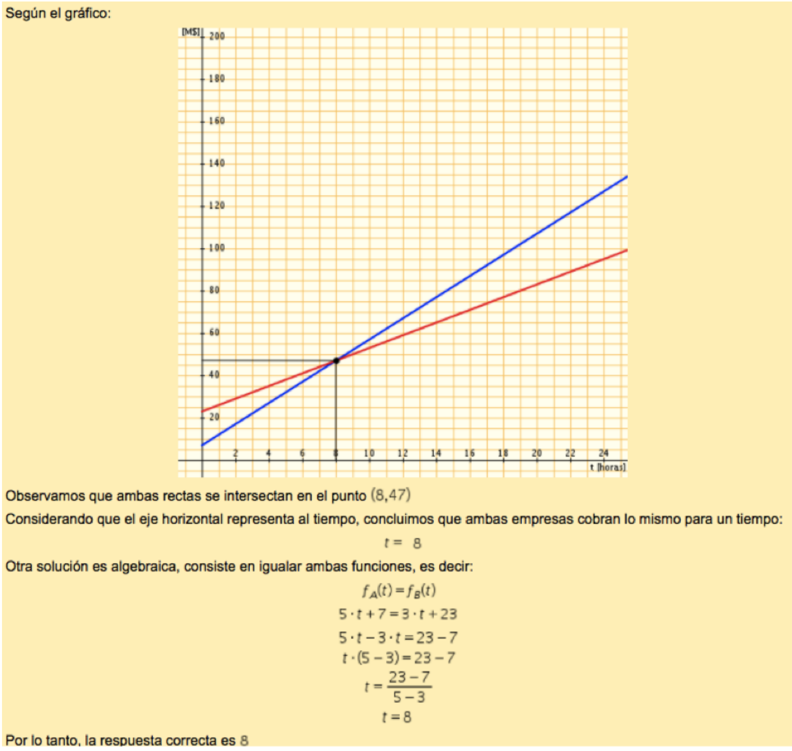


Figura A.32: Rétroaction de la tâche 3, professeur C

- **S1.2 :** Résoudre en utilisant une technique algébrique de résolution d'équations. Pour les étudiants il y a au moins deux manières de travailler ce technique.
  - **S1.2.a :** Une de ces manières c'est que les étudiants utilisent une recette pour résoudre l'équation sans vraiment connaître les propriétés qui justifient chaque pas. Au Chili, cette technique se manifeste à partir de l'utilisation de phrases comme «pasar para el otro lado» quand on soustrait ou ajoute un terme à chaque membre de l'équation.
  - **S1.2.b :** La deuxième est utiliser les propriétés des nombres réels pour justifier chaque pas de la résolution algébrique.

- **S2 :** Visualiser la solution dans le graphique : Comme dans le graphique apparaît quel est l'axe du temps, il peut trouver le point d'intersection et voir quel est la valeur de sa coordonnée des abscisses. Le quadrillage et la graduation permettent visualiser qui est dans t=8 où se trouve la solution.

- **S3 :** Utiliser S1 et S2 de manière complémentaire, c'est à dire, trouver la solution de manière algébrique et corroborer dans la graphique ou à l'inverse.

La rétroaction conçue par le professeur est plus proche à S3, laquelle nous pouvons voir à la figure A.32 mais nous ferons quelques remarques. Le professeur commence avec la solution algébrique, mais il indique immédiatement le point d'intersection entre les deux courbes, en particulière, il donne la coordonnée de l'ordonnée laquelle n'est pas facile à trouver ou possible à trouver seulement en regardant le graphique. Puis il donne la coordonnée de la abscisse.

Après il donne la solution algébrique, mais il ne justifie pas chaque une des lignes de la résolution. Aussi la ligne : $t = \dfrac{11-27}{2-10}$ n'est pas courante dans la résolution qui généralement se donne aux étudiants, parce que avant de faire la division, on faite le calcul. Ce ligne manquant peut être dû parce qu'il cherché économiser dans la programmation de lignes supplémentaires où parce que c'est sa manière de résoudre une équation. Le professeur n'indique pas une connexion entre la résolution graphique et la résolution algébrique, chacune est travaillé séparément. Enfin, il ne utilise pas dans la résolution les unités de mesures, il travail seulement avec les nombres.

Dimension instrumentale Dans l'analyse commune de l'algorithme conçue par le professeur, nous avons vu que la fonction s'adapte au plan cartésien et pas à l'inverse. Ça implique que par exemple, peuvent apparaître itérations dans lesquels la solution soit proche des extrêmes ou dans lesquels la pente entre les fonctions ne soit proche donc la solution ne soit pas claire à obtenir à partir du graphique. Nous ne savons pas si il a choisi le graphique de sa manière parce qu'il n'ai métrisé pas bien les commandes pour créer de graphiques ou a été une choix consciente et intensionnelle.

Tâche 4

Cette tâche demande donner l'intervalle solution en comparant deux fonctions affines qui sont représentés de manière graphique. Une des itérations se montre à la figure A.33.

Pour résoudre cette tâche, l'étudiant doit comparer deux fonctions de manière graphique. Le professeur donne le point d'intersection sur la graphique et sur l'énoncé et l'étudiant doit donner l'intervalle solution de $f_A(t) > f_B(t)$ et $f_A(t) < f_B(t)$.

Un fois qu'il précise l'axe sur lequel est la solution il doit comparer les deux fonctions et établir dans quel intervalles es plus convenaient chaque une. Pour faire la comparaison, le concept d'image de deux valeurs et comparaison entre eux est évoqué. Le travail ici est principalement dans le plan sémiotique-discursive. La tâche peut être intéressante pour l'étudiant, mais dans l'observation que lui donne le professeur, il indique le format de la réponse dans le même ordre qu'il la demande.

Si on faite une autre itération où $f_A(0) < f_B(0)$, l'observation reste inversée, ce qui pourrait donner une difficulté aux étudiants. Si le professeur donne une observation de format, sera mieux indiquer les types d'intervalles qu'est possible d'utiliser de manière plus générale.

Dans la rétroaction conçue par le professeur qui se montre à la figure 34 nous pouvons voir qui il donne la réponse mais ne donne aucune justification qui permettre aux étudiants à savoir pourquoi la réponse qu'il a donne est correcte.

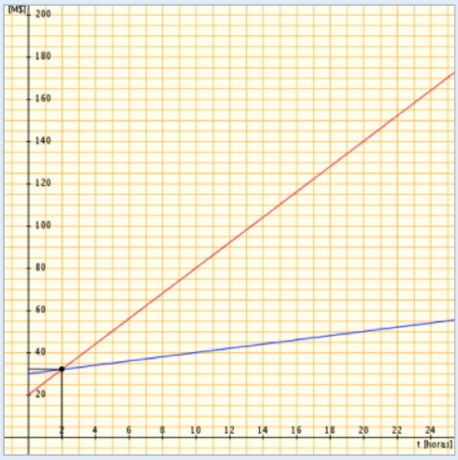
Una constructora necesita arrendar equipos industriales para generar electricidad. Se dispone de las ofertas de dos empresas A y B cuyos costos asociados por equipo se especifican en la siguiente tabla:

	Costo fijo por transporte equipo (miles de pesos)	Costo por hora de uso de equipo (miles de pesos)
Empresa A	30	1
Empresa B	20	6

El siguiente gráfico representa la función de costos para ambas empresas. Observe y determine los intervalos de tiempo para los cuales es más conveniente (más económico) contratar la empresa A (color azul) y empresa B (color rojo)

- Sea I_A intervalo donde nos conviene contratar la empresa A
- Sea I_B intervalo donde nos conviene contratar la empresa B

Debemos considerar que ambas empresas cobran lo mismo para un tiempo $t = 2$ $[horas]$



Observación:

- Los intervalos de solución se ingresan de la siguiente forma: $I_A = (3, +\infty)$ $I_B = (0,3)$
- No se debe indicar unidad de tiempo "horas"

Respuesta:

$I_A =$ $(2, +\infty)$

$I_B =$ $(0,2)$

Figura A.33: Énoncé de la tâche 4, professeur C

A.2. Campus II

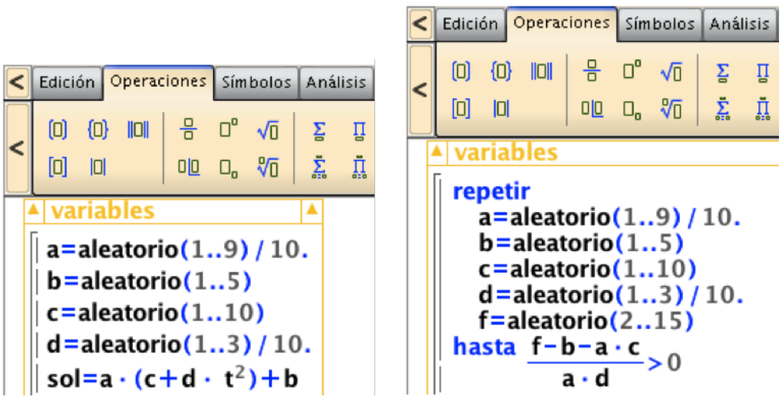
A.2.1. Profesora D

Eléments communs aux toutes les tâches du professeur D

Ce professeur a conçu 9 tâches autour de la modélisation de deux phénomènes : la concentration de monoxyde de carbone dans l'aire en fonction de la population, que le professeur a appelé c et qu'il a modelé par une fonction affine, et la population en fonction du temps, que le professeur a appelé p et qu'il a modelé par une fonction quadratique.

Le contexte utilisé pour le professeur peut-être considéré «artificielle» parce que n'est pas possible le justifier, mais l'utilisation de décimales, le graphique non symétrique donne l'impression de être moins artificielle. Des neuf tâche, les tâches 1, 3, 5, 6, 8 et 9 utilisent principalement une représentation algébrique des fonctions, les tâches 2, 4 et 7 trois le registre graphique.

Toutes les tâches ont éléments aléatoires. La représentation algébrique des fonctions est commune aux six des neuf les neuf tâches dans l'algorithme, dans les autres trois tâches il y a une condition qui s'ajoute et la représentation graphique est commune aux autres trois tâches. L'Algorithme des éléments communs sont affichés à la figure A.34.



(a) Algoritme tâches 1 et 2 (b) Algoritme tâches 3 et 4

Figura A.34: Algoritme commun aux tâches de la professeur D

La fonction c et psont de la forme $c(p) = a \cdot p + b$ et $p(t) = c + d \cdot t^2$ où $a \in 0{,}1, 0{,}2, 0{,}3, \ldots, 0{,}9$, $b \in 1, 2, 3, 4, 5$, $c \in 1, 2, 3, \ldots, 10$ et $d \in 0{,}1, 0{,}2, 0{,}3$. Ces deux fonctions ne sont pas définis de manière explicite dans l'algorithme, nous avons choisi les lettres c et p parce que sont celles qui sont utilisés par le professeur dans les énoncés donné aux étudiants.

Aussi nous pouvons regarder que dans l'algorithme des tâches 7 à 9 il y a une valeur et une condition supplémentaire : $f \in 2, 3, \ldots, 15$ et répéter les itération jusqu'au $(f - b -$

$a \cdot c)/(a \cdot d) > 0$. La condition vient de la solution de l'équation $a \cdot d \cdot t^2 + a \cdot c + b = f$, où la partie gauche de l'équation est la fonction composée : $c(p(t)) = a \cdot d \cdot t^2 + a \cdot c + b$. Nous revendrions sur cette condition dans l'analyse de la tâche 7 pour mieux comprendre quelles sont les implications d'elle sur la variabilité de la tâche.

Nous pouvons voir qui dans les coefficients des fonctions appariaient valeurs qui sont décimales et entiers. Dans le cas des fonctions c et p toujours ont un coefficient inférieurs à 1 et supérieur à zéro avec une seule décimale et un autre coefficient qui est entier, en revanche la fonction $c \circ p$ a un coefficient qui est inférieur à 1 et supérieur à zéro avec deux décimales et un coefficients qui pourrait être entier ou décimal selon les valeurs de l'itération. Le graphique de la fonction se faite dans un plan cartésienne qui varié le centre, la hauteur et la langueur selon les valeurs de la fonction et de chaque tâche. La structure de l'algorithme est le même mais la valeur du centre change selon la tâche. Ce changement produite une quadrillage par défaut différente en chaque tâche, donc nous analyserons cas à cas ces différences. Les axes ont une étiquète qu'indiquent les unités de mesure de chacun.

Néanmoins, nous pouvons constater, dans les tâches en utilisant le graphique, le même phénomène déjà observé dans les graphiques conçus par le professeur A – Campus I, il y a une configuration de plusieurs éléments mais non sur le quadrillage, qui est un élément central dans les tâches proposés aux étudiants parce que est une guide pour le travail de visualisation proposé.

Par rapport à la fonction, elle est tracée entre 0 et infini et le professeur a changé la couleur et l'épaisseur de la ligne avec lequel est tracée. Comme la fonction tracée dans $t = 0$, la graphique ne montre que la partie droite de la parabole.

Par ailleurs, toutes les tâches ont au moins une observation, lesquelles sont décrits ci-dessous :

- «Monóxido de carbono c en función del tiempo t, ejemplo $c(t) = at^2 + b$» : apparaît seulement dans la première tâche et donne aux étudiants une «aide» sur le format, néanmoins il n'est pas très claire, parce que par exemple il n'y a pas verbe.

- «Ingresa los decimales con punto de separación» : apparaît dans sept de neuf tâches et demande aux étudiants utiliser le point pour séparer les miles. Dans le logiciel est possible changer de configuration, par exemple en utilisant virgule au lieu de point pour séparer les décimales et le point pour séparer les miles, mais dans le cas chilienne est particulièrement ambigu avoir un consensus en rapport à ça, parce que en la vie quotidienne on utilise la virgule pour séparer les miles, mais il y a certains logiciel comme Geogebra ou Matlab qui utilisent la version anglo-saxonne, c'est à dire le point et autres comme Excel qui utilisent la virgule. Pour sa part Wiris utilise pour défaut le point pour les décimaux et aucune chose pour séparer les miles. Donc, ce type de observations est important parce que les limitations de format peuvent être une source d'erreurs pour les étudiants.

- «Ingresa la respuesta sin unidades de medida» : cette observation apparaît de la deuxième à la septième tâche et demande aux étudiants de ne pas utiliser unités de mesure dans la réponse. Le logiciel peut travailler avec unités de mesures mais surtout physiques (m, km, s, °C, etc.), mais dans ce deux cas, l'unité de mesure associé à la variable indépendante de la fonction est partes/1.000.000, unité avec lequel le système ne peut pas travailler. Dans la huitième et dernière tâche, la unité de travail es « el año » laquelle non plus peut-être utilisé dans le logiciel.

En rapport à l'utilisation, dans toutes les rétroactions conçues par le professeur, nous pouvons observer que la réponse finale qui donne le professeur utilise une unité de mesure mais dans l'énoncé le professeur demande de manière explicite ne pas l'utiliser et après il ne donne pas une observation à cet égard.

Tâche 1

Cette tâche demande composer deux fonctions représentées de manière algébrique. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.35.

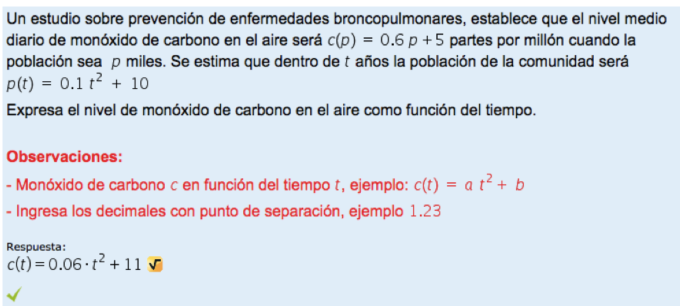


Figura A.35: Énoncé tâche 1, professeur D

Analyse a priori Pour répondre cette tâche doit composer les deux fonctions, donc il doit utiliser l'image de la fonction p comme arguments de la fonction c. Une fois qu'il faite le remplace, il peut effectuer les calculs pour simplifier l'expression et donner une expression plus simple. Cette stratégie est l'attendue pour le professeur et se montre à la figure A.36.

Dimension instrumentale dans la conception Tous les éléments aléatoires des fonctions sont été analysés dans la partie commune du professeur.

Función de nivel de monóxido de carbono en el aire cuando la población es de p miles.

$$c(p) = 0.6\,p + 5$$

Función población transcurridos t años.

$$p(t) = 0.1\,t^2 + 10$$

Reemplazamos la función población en la función de nivel de monóxido de carbono en el aire

$$c(t) = c\,(\,p(t)\,)$$

$$c(t) = 0.6\,(\,0.1\,t^2 + 10\,) + 5$$

Desarrollamos las multiplicaciones

$$c(t) = 0.06\,t^2 + 6 + 5$$

Reduciendo términos

$$c(t) = 0.06\,t^2 + 11$$

La expresión del nivel de monóxido de carbono en el aire dentro de t años es:

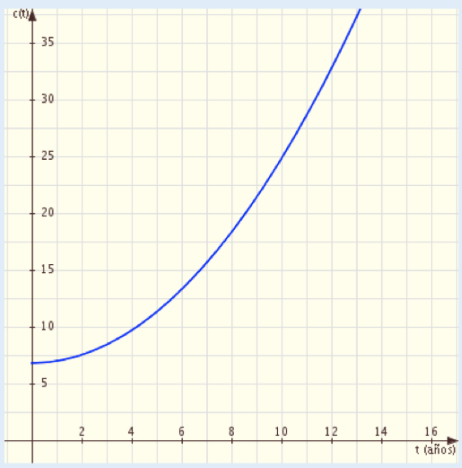
$$c(t) = 0.06\,t^2 + 11$$

Figura A.36: Rétroaction tâche 1, professeur D

Tâche 2

Cette tâche demande donner l'image de zéro dans une fonction représentée de manière graphique. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.37.

Un estudio sobre prevención de enfermedades broncopulmonares, establece que el nivel medio diario de monóxido de carbono en el aire $c(t)$ partes por millón dentro de t años, esta representado por la siguiente gráfica:



Estima el nivel de monóxido de carbono en el aire actual.

Observación:

Ingresa la cantidad sin unidad y los decimales con punto de separación, ejemplo 1.23

Respuesta:

6.8

Figura A.37: Énoncé tâche 2, professeur D

Analyse a priori Pour résoudre le problème l'étudiant doit faire une traduction de la question en termes du problème parce que la question demande « le niveau de monoxyde de carbone dans l'aire actuel » ça veut dire qui demande le niveau de monoxyde au temps $t = 0$. Donc une fois qu'il comprendre que le valeur demande c'est zéro, il doit estimer le valeur sur l'axe verticale. Dans ce cas, il est entre 6 et 7 (exactement 6.4 mais l'étudiant ne peut pas le savoir).

Si nous regardons la rétroaction qui est affiché à la figure A.38, nous pouvons voir que le professeur donne la valeur exacte, comme si cela soit possible d'obtenir pour l'étudiant en regardant le graphique.

Dans l'énoncé le professeur ne déclare pas quelle est la marge d'erreur acceptée, donc l'étudiant doit « deviner » quel est la marge qu'il a pour répondre de manière correcte.

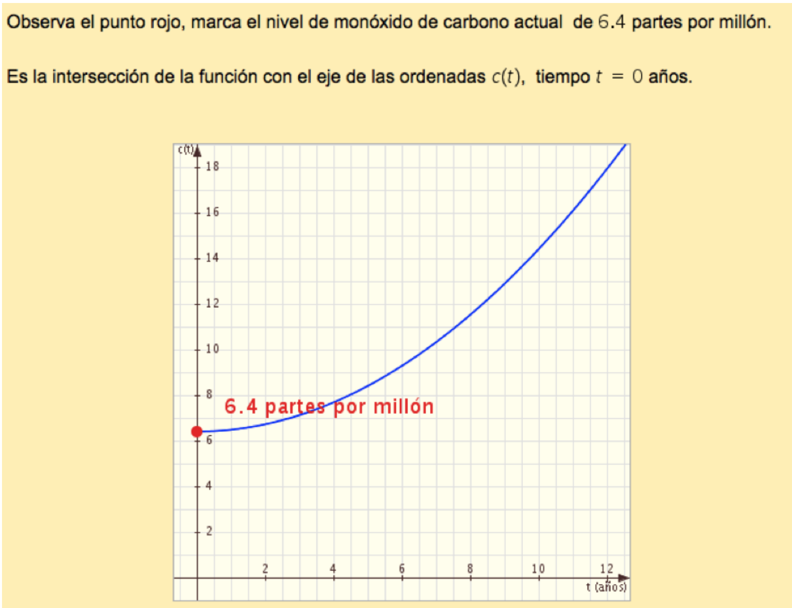


Figura A.38: Rétroaction tâche 2, professeur D

Dimension instrumentale dans la conception Les éléments nouveaux dans cette tâche par rapport aux éléments analysés dans la partie commun, sont le graphique et la fonction qualification qui permet comparer la réponse de l'étudiant avec la réponse prédéfini dans le logiciel, ces éléments sont montrés à la figure A.39.

Le graphique est faite dans un plan cartésien qui s'adapte aux valeurs de la fonction. Le centre, la langueur et la hauteur sont définis à partir des commandes «centro», « anchura » et « altura » respectivement. La professeur à choisi un point (p, q) comme centre du plan cartésienne et qui a défini comme $p = alatoirio(3, 8), q = a \cdot d \cdot p^2 + a \cdot c + b$ (l'image de q par la fonction composée $c \circ p$) et à partir des coordonnées du point le professeur à défini la langueur et la hauteur. Le quadrillage est donné par défaut à partir des valeurs aléatoires et peut varier comme se montre en les quatre graphiques à la figure A.40.

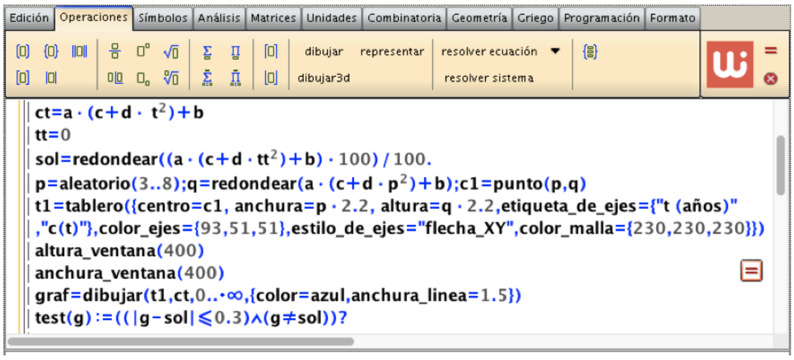
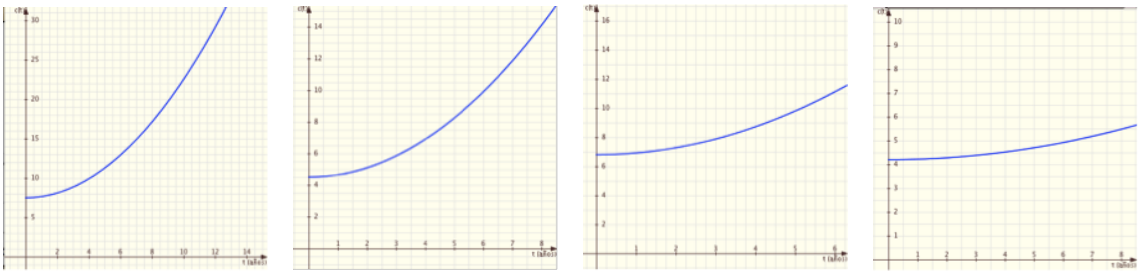


Figura A.39: Algoritme tâche 2, professeur D



(a) Itération 1 (b) Itération 2 (c) Itération 3 (d) Itération 4

Figura A.40: Itérations des graphiques de la tâche 2, professeur A

La graduation et le quadrillage de chaque graphique est différente, par exemple, dans le premier graphique dans l'axe des abscisses la graduation est deux par deux et le quadrillage est 0.25 par 0.25 et dans l'axe des ordonnées la graduation est de cinq par cinq et le quadrillage de 1 par 1. En revanche, dans le dernier graphique, dans l'axe des abscisses et des ordonnées la graduation est un par un et le quadrillage est 0.5 par 0.5.

Si nous considérons la fonction de gradation qui est défini dans l'algorithme comme:

$$test(g) := ((|g - sol| \leq 0{,}3 \wedge (g \neq sol)))?$$

Nous pouvons regarder que le professeur, en utilisant cette commande, donne une marge d'erreur absolue à l'étudiant de ±0,3 et demande aussi que la réponse ne soit pas égale à la réponse exacte. Cette dernière condition il l'ai faite parce que le donne une rétroaction différenciée selon le degré « d'exactitude » de la réponse. Si la réponse est exacte, le professeur le donne le mot : « excelente », si la réponse n'est pas exacte mais il est dans la margée de ±0,3 le donne la phrase : « Muy buena aproximación ». Cette variation dans la rétroaction est étrange comte tenu que la tâche est d'estimation et qu'il n'est pas possible d'obtenir une valeur exacte.

Donc, tant dans l'itération montré à la figure A.37 comme les itérations de la figure

A.40, nous pouvons voir que le marge d'erreur ±0,3 est différent selon la graduation et le quadrillage, comme ces éléments sont donnés par défaut par le système, le professeur ne contrôles pas quel sont les possibles variations qui peut avoir la tâche par rapport avec cela.

Tâche 3

Cette tâche demande calculer l'image de zéro à partir d'une fonction représentée de manière algébrique. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.41.

Un estudio sobre prevención de enfermedades broncopulmonares, establece que el nivel medio diario de monóxido de carbono en el aire será $c(t) = 0.02 \cdot t^2 + 3.4$ partes por millón dentro de t años.

Determina el nivel de monóxido de carbono en el aire actual.

Observación:

Ingresa la cantidad sin unidad y los decimales con punto de separación, ejemplo 1.23

Respuesta:
3.4

Figura A.41: Énoncé tâche 3, professeur D

Analyses a priori Pour résoudre la tâche, comme dans la tâche précédente, l'étudiant doit comprendre que la phrase « aire actual » signifie $t = 0$, donc il peut vérifier que la réponse correcte est simplement le coefficient libre, dans ce cas : 3.4. Ici, la dimension sémiotique est privilège.

Aussi il peut remplacer la valeur zéro dans la fonction et obtenir le même résultat (Stratégie attendu pour le professeur et qui se montre à la figure A.42) ou mis les valeurs dans une calculatrice pour obtenir la réponse. Dans ce cas le travail est plutôt instrumentale.

Solución:

Reemplazamos el tiempo $t = 0$ años en la función de monóxido de carbono

$$c(t) = 0.02 \cdot t^2 + 3.4$$

$$c(0) = 0.02 \cdot 0^2 + 3.4$$

$$c(0) = 3.4$$

Determinando que 3.4 partes por millón es el nivel de monóxido de carbono en el aire actual.

Figura A.42: Rétroaction tâche 3, professeur D

Tâche 4

Cette tâche demande donner l'image d'une valeur dans une fonction représenté de manière graphique. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.43.

Figura A.43: Énoncé tâche 4, professeur D

Analyse a priori Ici le travail est similaire au travail analysé dans la tâche 3, professeur A, Campus I, c'est à dire, l'étudiant doit trouver la valeur donnée dans l'axe des abscisses et projeter (mentalement ou avec le doigt) une ligne verticale vers la courbe, une fois qui ce ligne se coupe avec la courbe, il doit projeter une ligne horizontale vers l'axe des ordonnées. Ici on peut voir une travail sémiotique guide par une travail instrumentale. Comme nous déjà l'avons dit, en comparaison au papier, le travail instrumental est plus restreint. Dans cette tâche, l'antécédente donnée est juste dans la ligne du quadrillage (7 dans ce cas), mais pas dans la graduation, Par contre, l'image de cette valeur n'est pas nécessairement dans la ligne, donc il doit estimer la valeur, dans ce cas est entre 8 et 9 (pour le système exactement 8.74).

Le professeur n'indique pas quel est la marge d'erreur qu'a l'étudiant, donc le degré d'incertitude de l'étudiant est élevée.

La rétroaction donnée par le professeur s'affiche à la figure A.44. Dans cette rétroaction on peut voir qui le professeur donne l'image de la valeur comme si il était possible d'obtenir seulement en regardant l'image. Il ne parle pas de la marge d'erreur malgré qui est une tâche d'estimation.

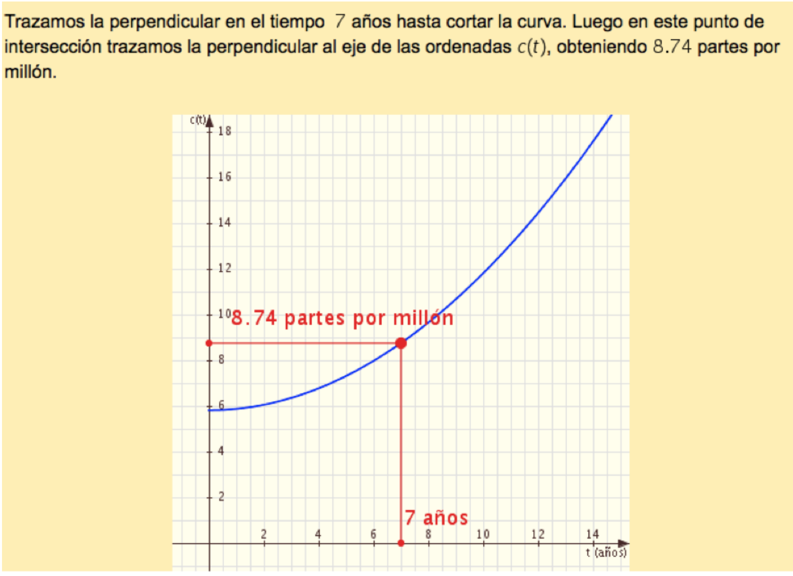


Figura A.44: Rétroaction tâche 4, professeur D

Dimension instrumentale dans la conception Dans cette tâche la fonction de qualification est la même qui dans la tâche 2, donc, la valeur admise comme correcte est entre 8.44 et 9.04, la limite inférieure est sur la ligne du quadrillage, par contre, la limite supérieur non, en faite, si l'étudiant donne comme réponse 9 le système le qualifiera comme correcte malgré qui clairement n'est pas dans la ligne (voir figure A.45).

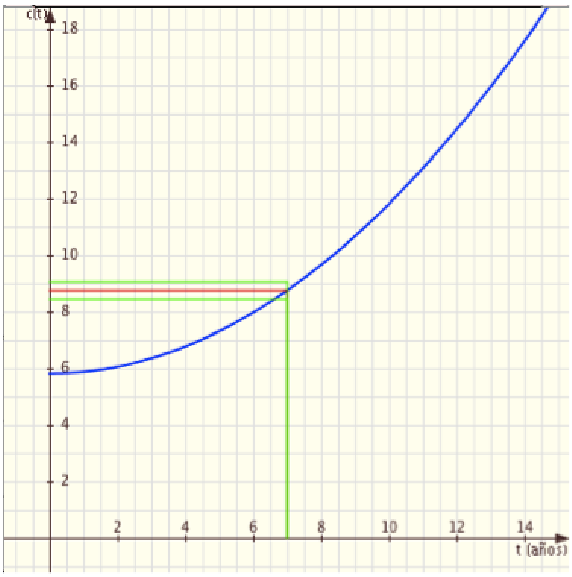
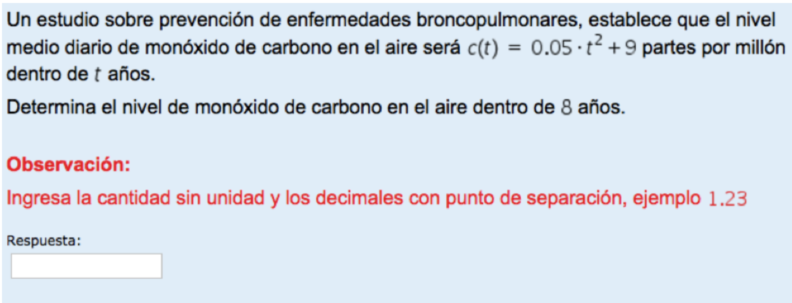


Figura A.45: Marge d'erreur de la tâche 4, professeur D

La valeur demandée est un nombre entier entre 2 et 10 et à partir de ce nombre est définie la solution, la langueur et la hauteur du plan cartésienne. C'est à partir de ces valeurs, qu'en plus, le système donne le quadrillage par défaut. Donc, la difficulté de la tâche est liée à l'emplacement de l'image en rapport à le quadrillage, s'il est plus proche de la ligne l'estimation sera plus facile qui s'il est plus loin.

Tâche 5

Cette tâche demande calculer l'image d'une valeur dans une fonction représentée de manière algébrique. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.46.



Un estudio sobre prevención de enfermedades broncopulmonares, establece que el nivel medio diario de monóxido de carbono en el aire será $c(t) = 0.05 \cdot t^2 + 9$ partes por millón dentro de t años.

Determina el nivel de monóxido de carbono en el aire dentro de 8 años.

Observación:

Ingresa la cantidad sin unidad y los decimales con punto de separación, ejemplo 1.23

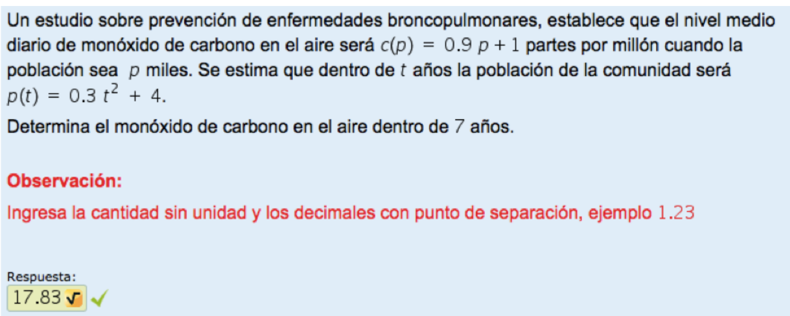
Respuesta:

Figura A.46: Énoncé tâche 5, professeur D

Analyses a priori Cette tâche est similaire à la tâche 1, professeur A, campus I, la seule différence c'est que dans cette tâche appariaient nombres décimaux, donc si il font le travail à la main, les opérations arithmétiques seront plus compliqués que si seulement l'on travaille avec nombres entiers. Comme dans le cas précédent, la valeur donnée comme antécédent est entière et dans l'algorithme nous pouvons voir qui est un nombre entier entre 2 et 10.

Tâche 6

Cette tâche demande calculer l'image d'une valeur dans une fonction qu'il doit composer et qui est représentée de manière algébrique. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.47.



Un estudio sobre prevención de enfermedades broncopulmonares, establece que el nivel medio diario de monóxido de carbono en el aire será $c(p) = 0.9\,p + 1$ partes por millón cuando la población sea p miles. Se estima que dentro de t años la población de la comunidad será $p(t) = 0.3\,t^2 + 4$.

Determina el monóxido de carbono en el aire dentro de 7 años.

Observación:

Ingresa la cantidad sin unidad y los decimales con punto de separación, ejemplo 1.23

Respuesta:

17.83

Figura A.47: Énoncé tâche 6, professeur D

Analyses a priori Dans cette tâche, l'étudiant pourrait utiliser deux stratégies, calculer deux images ou calculer la fonction composée et après l'image de la valeur donnée.

- **S1 :** En premier lieu, il doit calculer l'image de la fonction p qui donne la population en 7 années et après obtenir l'image de ce résultat dans la fonction c. Ici, l'étudiant doit évoquer la définition de fonction composée pour calculer l'image demandée. Cette stratégie est l'attendue pour le professeurs et se montre à la figure A.48.

  Ces calculs il les peut faire à la main ou en utilisant une calculatrice. Dans le cas qui soit à la main, les calculs de la première fonction son plus simples parce que l'antécédent est un nombre entier et le coefficient de t^2 a un décimal. Pour la fonction suivante l'antécédent est décimal mais il doit être remplacé dans une fonction affine qui a aussi un coefficient décimal. Cet est la stratégie conçue par le professeur.

  En générale, pour certaines valeurs l'image en p n'est pas toujours un nombre entier, par exemple si $t = 5$, $p(t) = 0{,}2 \cdot t^2 + 4$, alors $p(5) = 9$, donc le calcul dans la deuxième fonction sera plus simple.

- **S2 :** Obtenir la fonction composé, pour faire ça, l'étudiant devrait utiliser l'image de la fonction p comme arguments de la fonction c, dans ce partie le plan privilège est le sem-dis. Une fois qu'il faite le remplace, il peut effectuer les calculs pour simplifier l'expression et donner une expression plus simple.

Reemplazamos en la función población los $t = 7$ años.

$$p(t) = 0.3\, t^2 + 4$$

$$p(7) = 0.3 \cdot 7^2 + 4$$

$$p(7) = 18.7$$

La población a los 7 años es de 18.7 miles.

Reemplazamos en la función de nivel de monóxido de carbono la población $p = 18.7$ miles.

$$c(p) = 0.9\, p + 1$$

$$c(18.7) = 0.9 \cdot 18.7 + 1$$

$$c(18.7) = 17.83$$

El nivel de monóxido de carbono en el aire a los 7 años es de 17.83 partes por millón.

Figura A.48: Rétroaction tâche 6, professeur D

Tâche 7

Cette tâche demande calculer l'antécédent d'une valeur dans une fonction représenté de manière graphique. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.49.

Figura A.49: Énoncé tâche 7, professeur D

Analyses a priori Pour résoudre cette tâche, l'étudiante doit reconnaître et lier éléments de l'énoncé et du graphique, ce travail privilège la genèse sémiotique. Une fois qu'il a reconnu que la quantité de monoxyde de carbone se trouve dans l'axe vertical et le temps est dans l'axe horizontal il peut chercher l'antécédente de la valeur donnée sur la tâche. Dans ce cas, la valeur qui de monoxyde de carbone est 29 part pour million, donc ce valeur se trouve dans le quadrillage entre le 27.5 et 30. S'il choisit un valeur dans cet intervalle, il peut tracer (mentalement ou en faisant un geste avec le doigt) un ligne imaginaire qui part dans l'axe verticale jusqu'au la courbe, après il doit tracer une ligne imaginaire parallèle à l'axe verticale qui part dans la courbe et qui fini dans l'axe horizontale, dans cet intervalle se trouve l'antécédent de 29, dans ce cas proche à 13 (exactement 13.04, mais cette valeur n'est pas accessible pour l'étudiant). Ici est possible délimiter la solution à cause de le quadrillage qui apparaît dans le plan cartésien. La tâche demande estimer une valeur de l'antécédent, mais la rétroaction conçue par le professeur donne le résultat comme si était possible de donner la valeur exacte comme nous pouvons le regarder à la figure A.50.

Dimension instrumentale dans la conception L'énoncé de cette tâche se montre à la figure A.49. Dans ce tâche on peut voir que les éléments aléatoires sont le graphique qui est indiqué par le texte $\#graf$ et la valeur donnée sur lequel il doit calculer l'antécédent,

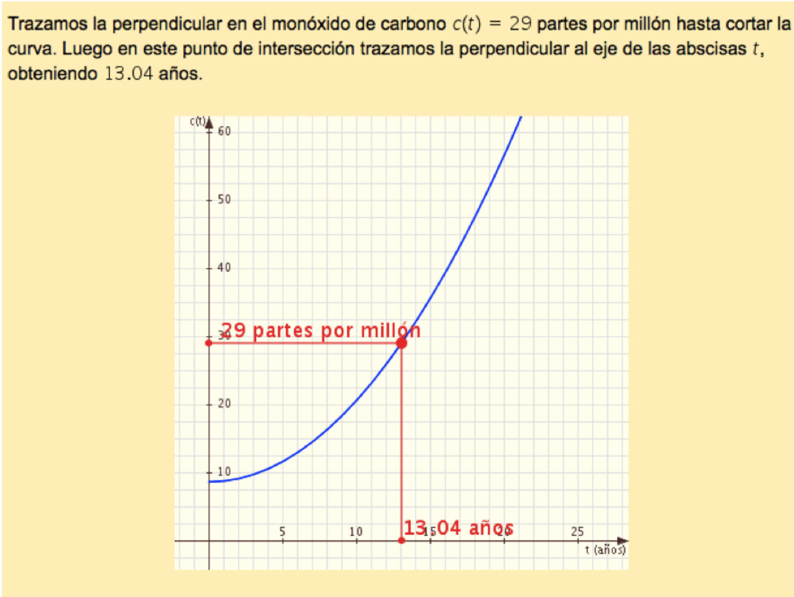


Figura A.50: Rétroaction tâche 7, professeur D

laquelle est indiqué comme $\#f$.

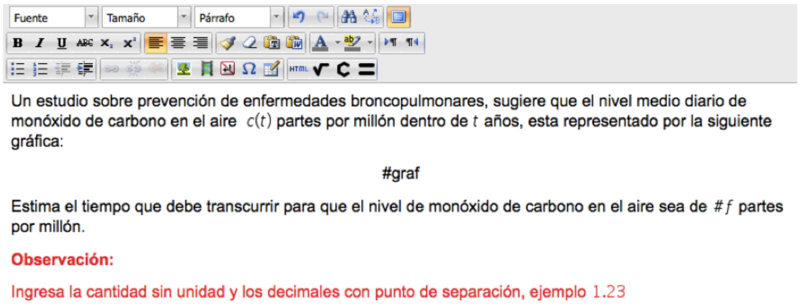


Figura A.51: Définition énoncé tâche 7, professeur D

Dans cette algorithme apparaît un nouveau élément dans l'algorithme qui défini la fonction, c'est la condition qui demande que $\dfrac{f-b-a\cdot c}{a\cdot d} > 0$ et qui nous pouvons regarder à la figure A.52.

La condition sur les coefficients il vient de l'équation : $a(c+d\cdot t^2)+b=f$, donc de tel façon que elle toujours a une solution, mais pour la forme de la fonction en choisissant une valeur aléatoire supérieur à $ac+b$ (minimum de la fonction) sera toujours une solution.

Aussi, dans la solution de la tâche, le professeurs donne une approximation de la solution et pas la solution exacte parce qu'il utilise le commande arrondir. Donc, par exemple si les valeurs d'une itération sont : $a = 0{,}2, b = 1, c = 3, d = 0{,}2, f = 8$ donc la solution es $\sqrt{160} \approx 12{,}64911...$ et le professeur donne comme solution 12.65. S'il donne une marge de solution et pas la solution exacte ce problème peut être résolu.

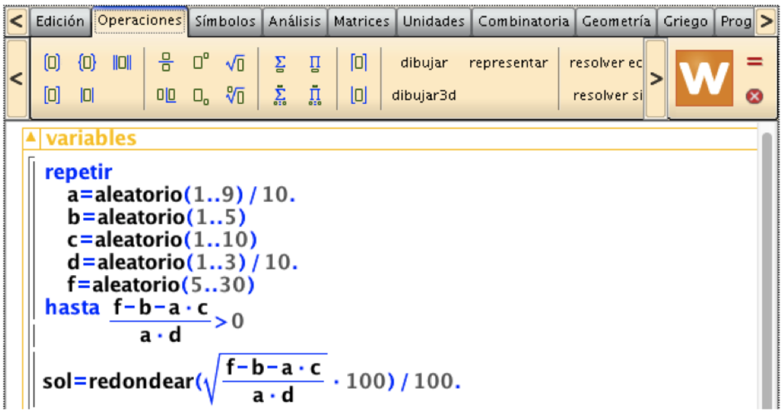


Figura A.52: Algoritme tâche 7, professeur D

La fonction de qualification dans cette algorithme est différente à l'utilisé dans l'algorithme de la tâche 2 de ce même professeur, à cette tâche il donne une marge de 0.3 et ici il donne une marge de 0.7, donc si la solution de l'itération est 13.04, si l'étudiant réponde entre 12.34 et 13.74 le système la note comme correcte. Si on considère que dans le quadrillage la ligne avant 13 est 12 et la suivante est 14, donc la marge donnée aux étudiants est plus grande en comparaison à la tâche 2, mais il ne se justifie pas dans le cas que la solution est très proche de la ligne de quadrillage comme dans l'itération montré ici.

Tâche 8

Cette tâche demande calculer l'antécédent d'une valeur dans une fonction composée et représenté de manière algébrique. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.53.

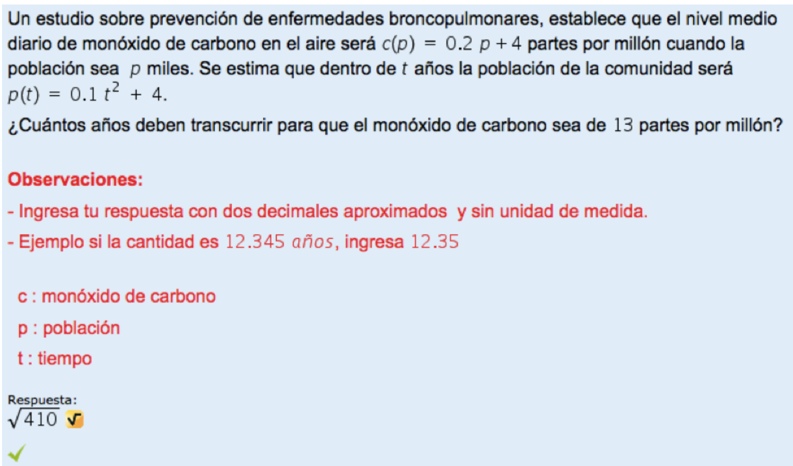


Figura A.53: Énoncé tâche 8, professeur D

Pour résoudre cette tâche, l'étudiant doit résoudre deux mis en équation deux parties.

Une première parti il doit mis en équation en utilisant la fonction affine et la valeur donnée dans l'énoncé : $0{,}2p + 4 = 13$. Cette équation peut être résoudre :

- **P1 S1 :** en utilisant propriétés des nombres réels, dans ce cas le travail se trouve dans le plan sem-dis.
- **P1 S2 :** en utilisant une technique de résolution des équations sans utiliser les propriétés, par exemple au Chili est courante que les étudiants parlent de « pasar restando para el otro lado » o « pasar dividiendo », donc dans ce cas, le travail est plutôt dans la dimension instrumentale, où ces phrases qui deviennent en action sont les artéfacts symboliques.
- **P1 S3 :** en utilisant une calculatrice ou un logiciel dans la quel il mis l'équation et le système le donne la solution. Dans ce cas, le travail est dans la dimension instrumentale, mais la nature du travail instrumentale est différente qu'en P1 S2.

Une fois qu'il obtient le résultat de cette équation, il doit mis en équation la deuxième partie pour obtenir : $0{,}1t^2 + 4 = 45$, de la même manière que dans le cas précédent, il y a plusieurs manières que l'étudiant peut utiliser pour trouver la valeur :

- **P2 S1 :** en utilisant propriétés de nombres réels pour trouver la valeur de t :

  - $0{,}1t^2 + 4 = 45 / -45$
    $0{,}1t^2 - 41 = 0 / \cdot 10$
    $t^2 - 410 = 0$
    $(t - \sqrt{410})(t + \sqrt{410}) = 0$
    $t = \sqrt{410} \vee t = -\sqrt{410}$
  - $0{,}1t^2 + 4 = 45 / -4$
    $0{,}1t^2 = 41 / \cdot 10$
    $t^2 = 410 / \sqrt{()}$
    $|t| = \sqrt{410}$

  Les propriétés évoqués sont différentes mais toutes se trouvent dans le plan sem-dis.

- **P2 S2 :** après transformer l'équation en $0{,}1t^2 - 41 = 0$ utiliser la formule des équation de seconde degré. Dans ce cas la dimension privilège est l'instrumentale.
- **P2 S3 :** en utilisant une calculatrice ou une logiciel de calcul formel. Dans ce cas, le travail est plutôt dans la dimension instrumentale mais de nature différente qu'en P2 S2.

La stratégie attendue pour le professeur est une mélange entre P1 S1, P1 S2 et P2 S1b et se montre à la figure A.54. Néanmoins, il y certains pas qui ne sont pas justifiés et à la fin de l'équation il montre seulement une des solutions. Une autre détaille est que il utilise l'approximation de la solution comme une égalité.

Primero se calcula la población para 13 partes por millón de monóxido de carbono.

Reemplazamos en la función de monóxido de carbono $c(p) = 13$

$$c(p) = 0.2\,p + 4$$

$$13 = 0.2\,p + 4$$

Despejamos la población p

$$13 - 4 = 0.2\,p$$

$$\frac{9}{0.2} = p$$

$$45 = p$$

La población es de 45 miles para 13 partes por millón de monóxido de carbono.

Luego calculamos el tiempo en años para la población de $p(t) = 45$ miles.

$$p(t) = 4 + 0.1\,t^2$$

$$45 = 4 + 0.1\,t^2$$

Despejamos el tiempo t

$$45 - 4 = 0.1\,t^2$$

$$\frac{41}{0.1} = t^2$$

$$410 = t^2 \quad / \sqrt{\ }$$

$$\sqrt{410} = t$$

$$20.25 = t$$

Figura A.54: Rétroaction tâche 8, professeur D

Tâche 9

Cette tâche demande calculer l'antécédent d'une valeur dans une fonction représenté de manière algébrique. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.55.

Un estudio sobre prevención de enfermedades broncopulmonares, establece que el nivel medio diario de monóxido de carbono en el aire será $c(t) = 0.06 \cdot t^2 + 2.6$ partes por millón dentro de t años.

¿Cuántos años deben transcurrir para que el monóxido de carbono sea de 14 partes por millón?

Observaciones:

- Ingresa tu respuesta con dos decimales aproximados y sin unidad de medida.
- Ejemplo: si la cantidad es 12.345 *años*, ingresa 12.35

Respuesta:

Figura A.55: Énoncé tâche 9, professeur D

L'analyse de cette tâche est incluse dans l'analyse de la seconde partie de la tâche précédente, donc on ne sera pas effectué.

A.2.2. Profesora E

Eléments communs aux toutes les tâches du professeur E

Ce professeur a conçu 3 tâches autour d'un contexte sur la fonction coût, recette et bénéfice d'une entreprise dans la première tâche et dans les autres deux elle a travaillé seulement avec la fonction bénéfice.

Dans les trois tâches, le professeur donne information en langage naturelle et aussi information algébrique des fonctions.

Dan toutes les tâches la professeur donne la valeur de coût unitaire qu'il ai appelé $a1$, le coût fixe totale qu'il ai appelée $a2$ et le prix de vente de chaque unité, appelé $a3$. À partir de ces valeurs, dans la première tâche le professeur a défini trois fonctions :

- $C(x) = a1 \cdot x + a2$ fonction coût.
- $I(x) = a3 \cdot x$ fonction de recettes.
- $U(x) = (a3 - a1) \cdot x - a2$ fonction de bénéfices.

Où les valeurs de $a1$,$a2$ et $a3$ sont été définis dans un algorithme commun aux trois tâches de la suivante manière (voir la figure A.56) :

- $a1$ est un nombre aléatoire entier multiple de 10 entre 1500 et 3000.
- $a2$ est un nombre aléatoire entier multiple de 10 entre 4000 et 10000.
- $a3$ est $a1$ multiplie par un des facteurs : 1.1, 1.2 ou 1.3.

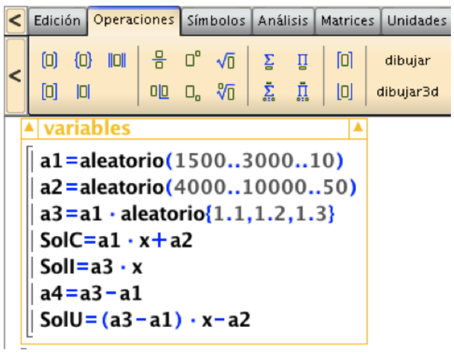


Figura A.56: Algorithme commun à toutes les tâches du professeur E

Nous pouvons voir que toutes les valeurs son nombres entières et dans les cas de $a1$ et $a2$ sont multiple de 10.

Les unités de mesure travaillées dans ces tâches sont «unités» produits et «argent». La dernière unité de mesure peut-être utilisée dans le logiciel, mais il n'ai pas été utilisé.

Dans les autres deux tâches, les fonctions sur les coûts et recettes n'apparaît plus.

En générale nous pouvons voir un travail centré sur les expressions algébriques. La tâche sur les coûts, recettes et bénéfices est courante dans la microéconomie, où le travail sur graphiques est particulièrement utilisé. Cette professeur n'ai pas travaillé sur les graphiques, cela peut être dû à l'influence de son ETM idoine ou pour économiser travail dans la conception.

Le professeur n'indique aucune observation sur l'utilisation de points pour les décimales, donc comme les valeurs travaillées sont de trois o plus chiffres, ça pourrait signifier une difficulté pour les étudiants.

Tâche 1

Cette tâche demande générer l'expression algébrique d'une fonction à partir de données en langage naturel. À la figure A.57 nous pouvons voir une itération de la tâche.

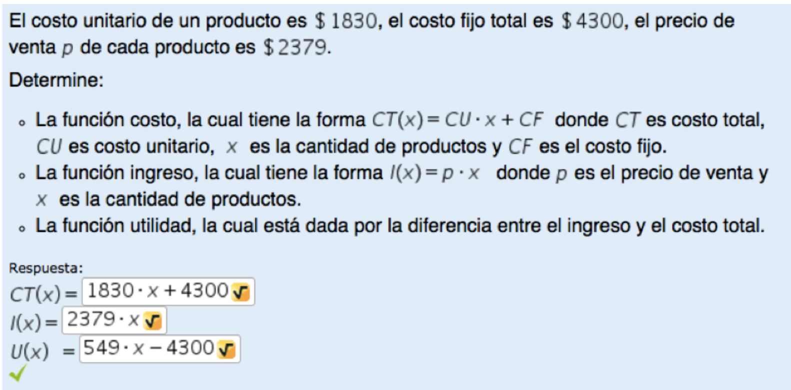


Figura A.57: Énoncé tâche 1, professeur E

Analyses a priori Pour résoudre les deux premiers sous tâches, l'étudiant doit remplacer dans l'expression algébrique donnée par la professeur.

Dans la dernière sous tâche, l'étudiant peut faire une conversion du langage naturel à langage algébrique en utilisant les fonctions qui il a déjà généré dans la tâche précédente : $U(x) = 3096x - (2580x + 8750)$.

Pour la configuration qui a faite le professeur de la tâche, l'étudiant pourrait mis l'expression «$3096x-(2580x+8750)$», l'expression simplifié ou une expression intermédiaire et le système le notera comme correcte.

Dans la rétroaction qui donne le professeur, qui se montre à la figure A.58, dans les deux premiers sous tâches, la professeur donne la réponse sans donner beaucoup de détailles, mais dans la dernière sous tâche la rétroaction est plus détaillé et donne la manière de l'obtenir et aussi montre une simplification de l'expression. Comme on l'a déjà vu dans l'analyse commune à toutes les tâches, les coefficients sont tous entières et le coût variable et le coût fixe son multiple de dix.

La función costo total es:

$$CT(x) = CU \cdot x + CF$$

De acuerdo a los datos del problema es:

$$CT(x) = 1830 \cdot x + 4300$$

La función ingreso es:

$$I(x) = p \cdot x$$

De acuerdo a los datos del problema es:

$$I(x) = 2379 \cdot x$$

La función Utilidad es:

$$U(x) = I(x) - CT(x)$$

Luego la utilidad es:

$$U(x) = 2379 \cdot x - (1830 \cdot x + 4300)$$

Eliminando paréntesis queda:

$$U(x) = 2379 \cdot x - 1830 \cdot x - 4300$$

Reduciendo términos semejantes queda:

$$U(x) = 549 \cdot x - 4300$$

Figura A.58: Rétroaction tâche 1, professeur E

Tâche 2

Cette tâche demande calculer l'image d'une valeur à partir d'une fonction représentée de manière algébrique. Une des itérations de cette tâche se montre à figure A.59.

Analyses a priori Comme la professeur donne les valeurs des coûts fixes, variables et du prix de vent, à part de la fonction représentée de manière algébrique, l'étudiant a au moins deux stratégies pour résoudre la tâche :

- **S1 :** Travailler de forme arithmétique en utilisant seulement les valeurs données. Le coût pour produire 151 produits est : $1510 \cdot 150 + 5550 = 232050$, le recette pour la vente de 151 produit est : $1812 \cdot 150 = 271800$, donc le bénéfice est : $271800 - 232050 = 39750$.

El costo unitario de un producto es $ 1510, el costo fijo total es $ 5550, el precio de venta de cada producto es $ 1812.

Entonces la utilidad de vender x productos, es: $U(x) = 302 \cdot x - 5550$

Determina la utilidad al vender 150 productos.

Observación:

Debes ingresar la respuesta sin unidades, por ejemplo, si tu respuesta es $ 12, sólo debes ingresar 12.

Respuesta:

39750

Figura A.59: Énoncé tâche 2, professeur E

- **S2 :** Remplacer dans la fonction directement et faire le calcule à la main ou en utilisant une calculatrice. Cet est la stratégie attendue par le professeur et que on peut voir à la figure A.58.

La utilidad de vender x productos es:

$$U(x) = 302 \cdot x - 5550$$

Luego reemplazando la variable x por 150, nos queda:

$$U(150) = 302 \cdot 150 - 5550$$

$$U(150) = 39750$$

Por lo tanto la utilidad de vender 150 productos, es de $ 39750

Figura A.60: Rétroaction tâche 2, professeur E

Tâche 3

Cette tâche demande calculer l'antécédent d'une valeur dans une fonction représenté de manière algébrique. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.61.

El costo unitario de un producto es $ 2890, el costo fijo total es $ 8650, el precio de venta de cada producto es $ 3179.

Entonces la utilidad de vender x productos, es: $U(x) = 289 \cdot x - 8650$

Determina la cantidad de productos vendidos para que la utilidad sea de $ 13892.

Observación:

Debes ingresar la respuesta sin unidades, por ejemplo, si tu respuesta es 15 productos, sólo debes ingresar 15.

Respuesta:

78

Figura A.61: Énoncé tâche 3, professeur E

Analyses a priori Comme dans la tâche précédent, la professeur donnée les valeurs des coûts variables, fixe et le prix de vente de chaque produit, à part de la représentation algébrique de la fonction.

Néanmoins, pour obtenir la quantité de produits qui génère le bénéfice donné, l'utilisation des valeurs n'est pas une stratégie efficace. Donc il ne reste que travailler en utilisant la représentation algébrique de la fonction et mis en équation pour trouver la cette quantité.

Si le professeur mis en équation, il obtient l'équation :

$$289x - 8650 = 13892$$

Pour résoudre l'équation, l'étudiant peut :

- **S1 :** Utiliser une calculatrice et obtenir directement la valeur.
- **S2 :** Résoudre l'équation en utilisant l'algorithme courant sans évoquer les propriétés des nombres réels.
- **S3 :** Résoudre l'équation en utilisant les propriétés des nombres réels.

Comme nous pouvons regarder sur la rétroaction qui se montre à la figure A.62, le professeur utilise une stratégie plutôt proche à S2, car il ne justifie pas chaque une des pas dans la résolution de l'équation.

La utilidad es:

$$U(x) = 289 \cdot x - 8650$$

Como $U(x) = 13892$

Entonces $13892 = 289 \cdot x - 8650$

Se despeja la variable x**,**

$$13892 + 8650 = 289 \cdot x$$

$$289 \cdot x = 22542$$

$$x = \frac{22542}{289}$$

$$x = 78$$

Por lo tanto la cantidad de productos vendidos debe ser 78**, para obtener una utilidad de** $ 13892

Figura A.62: Rétroaction tâche 3, professeur E

A.2.3. Profesor F

Eléments communs aux toutes les tâches du professeur F

Ce professeur a conçu cinq tâches autour d'un contexte sur la modélisation d'une photocopieuse qui est en panne et qui commence à donner moins feuilles au fur et mesure que le temps passe. La diminution est constante, donc il est modelé par une fonction affine. Le phénomène modelé il paraître artificiel et comme on déjà la vu, ce contexte n'est pas l'unique qui semble être seulement un prétexte pour travailler certaines tâches mathématiques.

La première tâche demande l'expression algébrique de la fonction affine à partir de deux points qui donne le professeur. La deuxième demande calculer l'image d'une valeur à partir de la graphique de la fonction, la troisième demande aussi l'image d'une valeur mais à partir de une expression algébrique. Les deux dernières tâche demandent l'antécédent d'une valeur différente de zéro et de zéro respectivement à partir d'information donnée en langage naturel.

L'Algorithme est commun à toutes les tâches sauf à la tâche 2 dans laquelle apparaître le graphique. Donc on analysera les éléments communs de l'algorithme principal qui se montrent à la figure A.63.

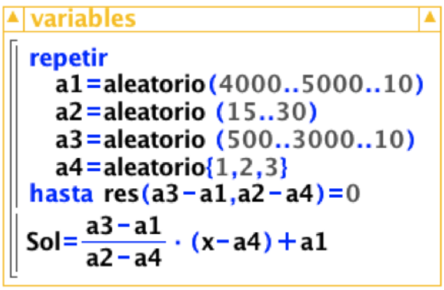


Figura A.63: Algorithme commun à toutes les tâches du professeur F

La fonction travaillée est de la forme :

$$y = \frac{a3 - a1}{a2 - a4} \cdot (x - a4) + a1$$

Où x est la variable et $a1$,$a2$,$a3$ et $a4$ sont nombres aléatoires entiers. Les valeurs a1 et a3 représentent dans les tâches une quantité de feuillies imprimés par une machine et les valeurs a2 et $a4$ représentent le temps en heures.

Dans l'algorithme les valeurs que représentent les feuilles imprimées sont multiples de 10 entre 4000 et 5000. Les valeurs que représentent le temps sont entiers l'une entre 15 et 30 et l'autre entre 1 et 3.

Dans les énoncés les nombres 1, 2 et 3 qui peut prendre $a4$ est remplacé par les mots «primera», «segunda» et «tercera» respectivement.

Toutes les tâches partagent la condition répéter jusqu'au $res(a3 - a1, a2 - a4) = 0$, qui calcule le reste de la division (entière) du premier argument par le second. Alors, la condition a faite pour imposer que la pente de la fonction soit entière.

Tâche 1

Cette tâche demande générer l'expression algébrique d'une fonction à partir de données en langage naturel. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.64.

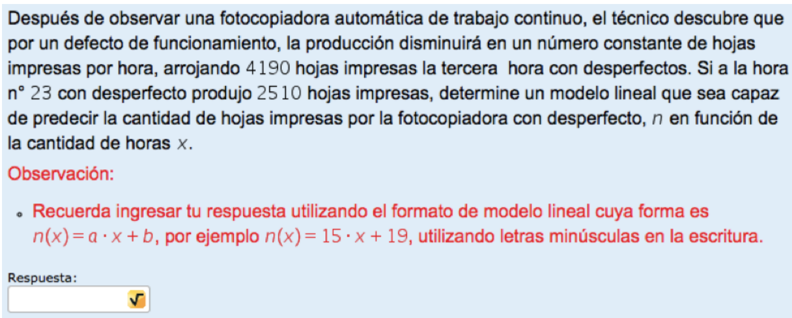


Figura A.64: Énoncé tâche 1, professeur F

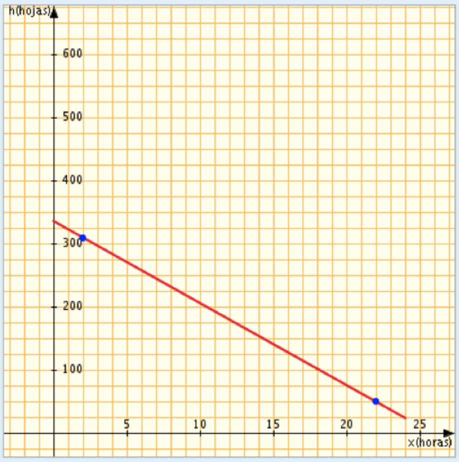
Analyses a priori Pour résoudre le problème, l'étudiant doit trouver une fonction qui modèle le phénomène. La fonction qu'il devrait trouver est afin, pour arriver à cette conclusion, l'étudiant doit interpréter la phrase : «la producción disminuirá en un número constante de hojas ingresadas por hora», laquelle donne une caractéristique sur la pente de la fonction. L'interprétation de la phrase est dans le plan sem-dis. Une fois qu'il a été reconnu qu'est une fonction affine, il peut utiliser au moins deux stratégies pour la trouver à partir de l'information donnée:

- S1 : Utiliser un système d'équation compte tenu la forme de la fonction donnée dans l'information, dans ce cas.
- S2 : Utiliser la formule $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ pour trouver l'équation de la droit et à la fin, changer la notation y pour $n(x)$.

Tâche 2

Cette tâche demande donner l'image d'une valeur dans une fonction représentée de manière graphique. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.65.

Después de observar una fotocopiadora automática de trabajo continuo, el técnico descubre que por un defecto de funcionamiento, la producción disminuirá en un número constante de hojas impresas por hora, arrojando 310 hojas impresas la segunda hora con desperfectos. A la hora n° 22 con desperfecto produjo 50 hojas impresas. Esta información, el técnico, la representó en el siguiente gráfico:



Estimar cuál es la cantidad de hojas impresas a las 13 *horas*

Observación:

Ingresa tu respuesta sin unidades, por ejemplo: si es 1350 hojas, ingresa solo 1350

Respuesta:

Figura A.65: Énoncé tâche 2, professeur F

Tâche 3

Cette tâche demande calculer l'image d'une valeur dans une fonction représentée de manière algébrique. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.66.

Después de observar una fotocopiadora automática de trabajo continuo, el técnico descubre que por un defecto de funcionamiento, la producción disminuirá en un número constante de hojas impresas por hora, arrojando 4270 hojas impresas la tercera hora con desperfectos. A la hora $n°$ 16 con desperfecto produjo 2710 hojas impresas. Con esta información, el técnico, encontró el siguiente modelo matemático que describe la situación, donde r es el tiempo en horas:

$$F(r) = -120 \cdot r + 4630$$

Determina cuál es la cantidad de hojas impresas después de: 18 *horas*

Observación:

Ingresa tu respuesta sin unidades, por ejemplo: si es 1350 hojas, ingresa solo 1350

Respuesta:

Figura A.66: Énoncé tâche 3, professeur F

Tâche 4

Cette tâche demande calculer l'antécédent d'une valeur à partir de données en langage naturel. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.67.

Después de observar una fotocopiadora automática de trabajo continuo, el técnico descubre que por un defecto de funcionamiento, la producción disminuirá en un número constante de hojas impresas por hora, arrojando 4300 hojas impresas la segunda hora con desperfectos. Se sabe que a la hora n° 22 con desperfecto produjo 1900 hojas impresas.

Desde que la fotocopiadora comenzó a funcionar, ¿Cuántas horas han pasado hasta que imprime 3100 hojas?

Observación:

Ingresa tu respuesta sin unidades. Ejemplo: si es 2 horas, ingresa 2

Respuesta:

Figura A.67: Énoncé tâche 4, professeur F

Tâche 5

Cette tâche demande calculer l'antécédent de zéro à partir de données en langage naturel. Une des itérations de cette tâche se montre à la figure A.68.

Después de observar una fotocopiadora automática de trabajo continuo, el técnico descubre que por un defecto de funcionamiento, la producción disminuirá en un número constante de hojas impresas por hora, arrojando 4550 hojas impresas la primera hora con desperfectos. Si a la hora n° 26 con desperfecto produjo 2700 hojas impresas, ¿Cuántas horas pasarán desde que comienza a funcionar la fotocopiadora hasta que deje de imprimir?

Observaciones:

Debes ingresar la respuesta sin unidades, por ejemplo, si tu respuesta es 13 *horas*, sólo debes ingresar 13.

Si tu respuesta es un número decimal, debes aproximar al entero más cercano. Por ejemplo, si tu respuesta es 3.4 o menos aproxima a 3. Si tu respuesta es 3.5 o más, aproxima a 4.

Respuesta:

Figura A.68: Énoncé tâche 5, professeur F

Apéndice B

Transcripciones registros de clases

Contenido

B.1. Profesora B

B.1.1. Clase 1

Esta clase se registró en los videos 39, 40 y 41. La clase fue grabada el día martes 29 mayo del 2017 entre las 18:30 y 20:45.

Episodio 0: Inicio de clases

Este episodio está registrado en el video 39, desde 00:00 hasta el minuto 03:44.

En este episodio se realiza una presentación de la unidad, aspectos de gestión de la clase y se les indica a los estudiantes que serán grabados.

Transcripción del episodio 1

00:11|Camarógrafo: ¿Les cuento por mientras de qué se trata la actividad? ¿me da un par de minutos para contarles? 00:18|P: Si me sacas todas estas cosas de aquí jajaja, ya, dale no más 00:25|Camarógrafo: Buenas noches muchachos, aquí con la profesora estamos trabajando en un proyecto. Y parte del proyecto indica una investigación en torno a cómo se enseñan las funciones polinómicas, razón por la cual vamos a grabar esta unidad. Así que todos los datos van a ser confidenciales obviamente, no se preocupen, es sólo con fines investigativos y de todos los cursos que la profesora tenía, dijo: voy a elegir a mi mejor curso, así que los eligió a ustedes.

01:06|A: La profe quería otro curso, pero no estaba disponible, así que...

01:12|Camarógrafo: Igual muchas gracias por participar ¿ya? bueno, eso, de aquí yo me voy para allá a sentar, hagan como que yo no existo.

01:23|P: No, si de hecho vamos a hacer todo lo posible para pensar que usted no está. Chicos ¿dónde está la asistencia? ahí está.

01:34|A: ¿Vamos a esperar un poquito?

01:35|P: Es que... esperemos unos 5 minutos, no sé qué hora es.

01:45|A: Son como las 20:00

01:50|A: Es temprano todavía profe.

01:53|P: ¿Son 25?

01:53|A: Sí.

01:54|P: Ya.

02:19|P: ¿Qué le pasó? Ay, pucha, ah ya, vienen comiendo ¿cómo empezar sin ella? ¿Vienen las dos? Tenemos 2 únicas niñas, pero no las tratan bien, no, no las tratan bien chiquillos

02:45|A: ¿Por qué no las vamos a tratar bien?

02:48|P: Tu pelea con (inaudible).

02:52|A: Con la rubia, no a ella le gusta pelear. A las 2 les gusta pelea.

03:00|A: Son conflictivas, solamente que cuando llega usted, ahí se portan bien.

03:04|P: No, yo tengo la mejor imagen de ellas, yo encuentro realmente que ellas son tranquilitas.

03:09|A: No las conoce

Episodio 1: Definición de una función

Este episodio está registrado en el video 39, desde el minuto 03:45 hasta el minuto 12:25.

En este episodio la profesora da la definición de función, imagen, preimagen, dominio y recorrido mediante un diagrama sagital y al finalizar las explicaciones propone como ejemplo la representación gráfica de $y = 2x$ que se presenta en el siguiente episodio.

Transcripción del episodio 1

03:45|P: Creo que tenemos que comenzar la clase. Hoy día vamos a empezar con la unidad de funciones y aprendizaje esperado ¿ya? tiene que ser súper ordenado, porque estamos... ya, el tema es el siguiente: nos tenemos que organizar hoy día porque además tenemos que realizar el ARPA y llegan a las 7, eso me dijeron

04:42|A: ¿Quién le dijo?

04:44|P: La gente de la Chile, la gente del ARPA. Ya, el tema es que vamos a hacer clases hasta las 7, descansar un ratito, 5 minutos, vuelven y hacemos el ARPA ¿les parece? Así nos organizamos y tratamos de hacer todo lo que tenemos que hacer hoy día, por lo menos ¿ya?

05:31|P: Entonces de funciones ¿qué es una función? Una función es una relación entre dos conjuntos numéricos. Recuerden que algo habíamos estado hablando nosotros de gráficos, habíamos estado graficando algunas cosas, algunos temas ¿ya? pero definitivamente una función es una relación entre 2 conjuntos numéricos.

06:23|P: Supongamos que tengamos un conjunto A y un conjunto B. En este conjunto A tenemos los elementos 1,2,3 y acá (en el conjunto B) tenemos el 2,4,6,8,10. Entonces existen, podríamos asociar a un elemento de A, un elemento de B, a otro elemento de A le asociamos otro elemento de B, pero aquí hemos realizado lo siguiente: a cada elemento de A; le asociamos un elemento de B, independiente que en B sobre o no.

07:36|P: Fíjense que al tomar el 1 y asociarse el 2, en el fondo, tomamos un elemento de A y le asociamos el doble; al 2 le asociamos el 4 que es el doble; al 3 le asociamos el 6 ¿están de acuerdo? ¿qué relación hay entre los elementos del conjunto A y los del conjunto B? ¿Cómo puedo anotar eso? Si le llamamos al conjunto A, le llamamos .elementos x" al conjunto B .elementos y".

08:15|Persona externa a la clase: Hola, buenas ¿Usted es la señorita Nancy?

08:17|P: Si, yo

08:20| ¿La están grabando?

08:23|P: Si, ella es.

08:26|C: ¿Me viene a buscar a mí?

08:33|P: Es que van a conversar afuera.

08:38|P: Me quieren cambiar de camarógrafo, los caché, ya, continuemos, continuemos. Entonces ¿qué pasa? rebobinemos, tenemos 2 conjuntos de elementos tales que unos reales asociamos a B ¿cierto? pero entre ellos existe una relación, tal que a cada uno de acá le estamos asociando el doble ¿estamos de acuerdo? ahora y para cada uno de estos le asociamos sólo 1 elemento en B ¿ya? Si a los elementos del conjunto A, decimos que todos los x que están en A le asociamos un y que está en B, lo que estamos haciendo es a través de una función f tomar elementos x y asociarles un y ¿sí? Esta x pertenece al conjunto A ¿se acuerdan que significa verdad? e y pertenece al conjunto B ¿sí? entonces en el fondo qué tenemos: una relación f que va del conjunto A al conjunto B, toma un x y lo asocia a un y. Chico, toma un x y lo asocia a un y, no toma un x y lo asocia a dos o más y, pero toma además todos los elementos de A y le asocia elementos de acá (B), ¿aquí sobran? (A).

10:39|A: No.

10:40|P: ¿Y aquí? (B) ¿aquí pueden sobrar?

10:42|A: Sí.

10:43|P: Aquí sí pueden sobrar, pero ¿qué pasaría si sobrara uno acá (A)? Si hubiera un cuarto, no sé, el elemento 15

10:52|A: Es que no puede.

10:54|P: ¿Es que no puede qué?

10:56|A: Es que no puede sobrar nada porque

10:58|P: No puede sobrar nada, además este 15 no tiene ninguna relación con uno de acá ¿cierto? dejaría de cumplir con la función ¿cierto?

11:20|P: Al conjunto de partida de la función se le llama "dominio de la función"¿ya? al conjunto A y al conjunto de llegada recorrido de la función". Los X están en el dominio, los Y están en el recorrido, la función va del conjunto A al conjunto B.

Episodio 2: Ejemplo, graficar $y = 2x$

Este episodio está registrado en el video 39, desde el minuto 12:25 hasta el minuto 19:19.

La profesora muestra cómo graficar la función $f(x) = 2x$ mediante una tabla de valores y analiza características globales de la función como que es creciente. Da un ejemplo del gráfico de una función pero no se explaya sobre él.

Transcripción del episodio 2 **12:25|P:** Ya, entonces ¿qué hacíamos con los elementos del conjunto A? le asociábamos uno en el conjunto B, tales que el de allá era el doble, entonces qué estamos haciendo. Que a los elementos de B (que son las y) le estamos asociando el doble de x, $y = 2x$

12:50|P: Entonces esta es una función, donde está tomando elementos x del dominio y le está asociando elementos y del recorrido, por lo tanto, nosotros podríamos extrapolar aquí más elementos que cumplieran con la condición ¿cierto? pero acá estamos nosotros hablando solamente de un subconjunto, que sólo va de aquí para allá, es función ¿estamos?

13:30|P: Las funciones se pueden representar gráficamente, mediante un diagrama sagital, que es este, o de forma gráfica, que correspondería a un gráfico como el que nosotros estábamos trabajando, esto de acá.

Primero tendríamos que tabular, dónde, vamos a poner x y le vamos a dar valores para darle valores a y, olvídense de los valores de allá, pero vamos a considerar solamente que $y = 2x$, vamos a graficar esa relación ¿ya? vamos a considerar valores, por ejemplo: ¿qué pasa si x vale O? ¿cuánto vale y?

14:26|A: 0

14:28|P: Si x vale 1, porque lo reemplazamos ahí

14:25|A: 2

14:36|P: Si x vale 2, si x vale 3 y así sucesivamente, a cada valor de x ¿no cierto? le estamos asociando el doble de x, que sería el valor que tomaría en el eje y. Esto de aquí, lo podríamos llevar a un gráfico.

15:02|P: O sea, podríamos graficar esa función. Gráfico entonces de $f(x) = 2x$. Ojo, que si yo anoto $y = 2x$, es lo mismo que $f(x) = 2x$, porque aquí estoy diciendo que a cada x le estoy asociando, ¿no cierto?, el doble de su valor y a eso le estoy llamando y; y acá estoy diciendo que si x es un valor, $f(x)$ es la imagen de ello, o sea, a todos los x de este eje les estoy asociando un valor en el eje de las y, este eje de las abscisas, en este eje vamos a colocar la variable independiente, la variable que le va a dar origen a esta función. Y acá en el eje y, la variable dependiente ¿de quién depende? Depende de x, depende de los valores que tome ahí ¿ya? Este eje se llama .eje de las ordenadas"¿ya? chicos ¿está claro? ¿si? ¿más o menos? Así, pero muy, no quiero con detalles que grafiquemos punto a punto todavía, no, más o menos, cómo crnciaseen que va esa línea recta ¿cómo va?

17:12|A: Hacia arriba, porque tiene valores positivos

17:18|P: Ya, grafique esa línea recta que, según usted, va ascendiendo, veamos.

17:27|A: Mi pendiente es 0

17:28|P: Ya

17:29|A: Aquí tengo mi x_1 que va 1,2,3,4, o sea, yo podría poner 1,2,3,4 y la Y podría ser * entonces aquí yo opino que el x_1 y el y_2, después el x_2 con el y_4, luego el x_3, aquí tengo el 5 y el 6, y aquí el vértice.

03:25|P: Ya, pero traza la línea, que esa es la parte complicada, bien, gracias. Chicos ¿qué dice aquí? ¿que leen? no me lean los números, vean las variables ¿qué pasa con la variable x? a medida que la variable x crece.

18:45|A: La y sube el doble.

18:50|P: Si, la variable y también aumenta. O sea, nosotros podríamos interpretar gráficos de esa forma, bueno y ¿esa? ¿qué significa? Supongamos que esa línea recta pasa por 3 ¿qué les dice esa gráfica?

19:15|A: Que x es 0; e y es 3

Episodio 3: Ejemplo, precio del estacionamiento en un parquímetro

Este episodio está registrado en el video 39, desde el minuto 19:20 hasta el minuto 28:41.

La profesora da un ejemplo del precio de un estacionamiento en función del tiempo, primero pide la imagen de distintos valores (4 valores, uno cada media hora) y luego les pide graficar la función, interpreta los elementos de esta gráfica y analiza el significado de los elementos de este.

Transcripción del episodio 3

19:20|P: Cuando x es 0, y vale 3, ya ¿cómo graficarían lo siguiente? por ejemplo, nosotros andamos en el centro, necesitamos estacionar, nos metemos en un estacionamiento, por entrada \$450, supongamos, no es real, y por cada media hora que pasa \$350 más.

19:35|P: Ya ¿cómo graficarían lo siguiente? por ejemplo, nosotros andamos en el centro, necesitamos estacionar, nos metemos en un estacionamiento, por entrada \$450, supongamos, no es real, y por cada media hora que pasa \$350 más.

19:50|P: Podríamos llevarlo a una tabla de valores ¿cierto? de valores, de datos, ya, esta tabla, la voy a hacer hacia al lado por problemas de espacio ¿ya?

20:18|A: Pero borre acá.

20:22|P: Ya, quiero que hagamos esto no más y ustedes descansan. ¿De qué se trata la situación?

20:31|A: De un estacionamiento.

20:32|P: De un estacionamiento, vamos a llegar al parquímetro a estacionar, listo, precio fijo ¿cuánto?

20:39|A: \$450

20:40|P: \$450 y en la medida que...

20:43|A: Avance va subiendo a \$350

20:46|P: Ya ¿cuáles son nuestros datos? ¿qué datos tendríamos que tabular?

20:51|A: El tiempo y el dinero.

20:53|P: Ya, o sea, hay 2 variables que tabular, el tiempo...

21:00|A: Y el costo.

21:01|P: El tiempo les parece ¿en qué unidad? ¿en segundos, minutos, horas, días, meses? ¿en qué?

21:06|A: En horas.

21:10|P: ¿Y? El dinero, lo que nos van a cobrar, ya, el dinero en pesos, eso significa que usted entró.

21:27|A: 0, esa 450.

21:30|P: 450, nos van a cobrar \$350 ¿por?

21:35|A: Por media hora más.

21:36|P: Por cada media hora ¿qué anotamos ahí?

21:38|A: 30 minutos.

21:40|P: 30 minutos, pero está en hora.

21:41|A: 1, 0

21:44|P: 0.5 horas ¿cuánto?

21:51|A: Es a 800.

21:52|P: Ya ¿pero está bien o no? ¿qué opinan?

21:55|A: No.

21:56|P: Si por cada media hora nos están cobrando \$350 y al cabo de media hora ¿qué vamos?...

22:00|A: Se haría la suma, serían 800.

22:07|P: 800 ¿verdad? o sea que si me quedo 1 hora en ese estacionamiento.

22:15|A: Sumarle \$1.150.

22:20|P: \$1.150, si me quedo 1 hora y media

22:30|A: \$1.450

22:33|P: \$1.500 ¿verdad? ahí está, o sea, como está subiendo esto, quizás ni siga en el estacionamiento y ¿a las dos horas?

22:44|A: \$1.850.

22:45|P: \$1.850, ya, no sigamos porque en todos los estacionamientos tienen un límite, llega un límite que nos van a cobrar, hasta ahí les cobran y de ahí para adelante se puede quedar un par de horas más y va a pagar lo mismo ¿de acuerdo? Ya, ahora ¿cómo grafico el resto? ¿cómo grafico esto? voy usar lo mismo

23:06|A: El tiempo es la x

23:07|P: Ya ¿por qué el tiempo es la x?

23:13|A: Porque ese es el que tiene menos valor.

23:17|P: Porque lo que me van a cobrar va a depender del tiempo que yo esté, la variable independiente es, son los minutos que yo voy a estar en el estacionamiento ¿cierto? y lo que me van a cobrar, va a depender de ello, o sea que en el eje Y vamos a tener el dinero, esto va a quedar en horas, ya, y si tuviéramos que graficar eso ¿a ver? si tuviéramos que graficar eso y hasta aquí llegamos por ahora.

23:55|A: Va a ser similar a la que tenemos hecha.

23:58|P: Ya ¿tú crees que así?

26:00|A: Sí, porque empieza en 0 de ahí hacia arriba, claro, parte en 0 y va en ascendencia.

24:10|P: Voy a hacer otro gráfico, veamos qué es lo que está pasando acá, tú me dices que va a ser así ¿por qué?

24:25|A: Por el * que se va a tener que ir graficando cada media hora, va a ir ascendiendo, pero no como está en el otro gráfico

24:37|A: ¿Entonces tiene que ser uno de barra?

24:40|P: Pero lean el gráfico ¿qué les está diciendo esto

24:43|A: Está diciendo que un precio es constante.

24:45|P: Eso está diciendo el gráfico, porque acá voy a tener yo, no sé, $1.000 ¿ya? supongamos y me está diciendo que a medida que avance el tiempo no importa, porque me va a cobrar lo mismo. O sea, no me está representando esta tabla. En cambio, este, me está diciendo lo siguiente: que vamos a partir de un valor base.

25:10|A: Que son los 450.

25:13|P: Que son los $450 ¿sí? y de ahí para adelante, a medida que avance el tiempo me van a ir cobrando. Ya, ahora, chicos, lo último ya que estamos en este tema de los gráficos ¿puedo borrar esto aquí?

25:34|A: Sí.

25:35|P: Consideremos el siguiente gráfico: dinero; tiempo en horas, más o menos la primera situación, ahí y ahí ¿qué dice eso? no quiero que le pongan valores ni nada, que interpreten eso, nada más

25:23|A: Que empezó con un valor, que subió luego el valor, luego se mantuvo cierto tiempo y luego subió

26:30|P: Y luego fue subiendo ¿cierto? muy bien, eso significa, nada más. Por ahora nada más, salgan, descansen, me dejan ordenadita la sala, en grupos de a 3, se dan una vuelta de 5 minutos, no como la última vez y volvemos a hacer el trabajo ¿les parece? ya ¿dudas? estamos entrando en las funciones lineales, incluso en la definición de función, ya, una vueltecita corta, de 5 minutos, nada más.

Episodio 4: Actividad externa, altura de un recipiente en función del tiempo

Este episodio está registrado en los videos 39 y 40, desde el minuto 28:41 hasta el minuto 59:50 y desde el minuto 00:00 hasta el minuto 35:17.

Esta es una actividad en el marco de un proyecto de formación de los profesores y es una tarea propuesta a la profesora. Ella la implementa pero no se compromete con ella, pues como veremos más tarde, ella retoma la clase dónde había quedado y no utiliza elementos de la actividad, de hecho ella hace como si la actividad no se hubiese realizado.

Transcripción del episodio 4

28:41|P: No quisieron salir ¿chicos copiaron?

28:42|A: Sí.

28:43|P: Ya pues, guarde la tarea, guarden los cuadernos, están todos en otra, cómo es posible, por eso no salió nadie ¿por qué no hacen las tareas en la casa?

29:06|A: Yo la hice en el metro.

29:18|P: Ya, yo los voy a desordenar ya.

29:20|A: No hay problema.

29:21|P: ¿No? 17, ya, se quedaron aquí, cooperaron, ya, enumérense. Se unen los 1 con los 1, los 2 con los 2 rápidamente 30:20|P: Van a volver en 5 minutos, rapidito, lo vamos a hacer de a 2. Se enredó ¿lo puedes ver? ¿está bien? ¿Unos? ¿Uno y uno? ¿si? No te entiendo.

31:18|A: ¿Me tengo que agrupar con otro 7?

31:20|P: ¿Pero tú tienes?

31:24|A: El 7 y después venía el 1.

31:29|P: Bueno, ahí vemos lo que hacemos o hacemos otro grupo no más.

31:40|P: Oiga, trátela bien...

32:05|P: Ya chicos, voy a borrar ¿les parece?

33:05|P: Ya, no vamos a esperar a nadie, los que lleguen ahí se acomodarán como corresponden y estarán, o sea, verán las instrucciones que estarán escritas no más, creo que faltan 3.

33:26|A: 7

33:28|P: Faltan ellos 2 ¿y quién más?

33:30|A: Nadie más

33:31|P: ¿Nadie más? entonces va a haber un grupo de 3 ¿les parece? ¿si? chicos, inicio de la situación. Nosotros ya hemos hecho 2 actividades anteriores, yo les voy a entregar un problema de, activando problemas en el aula, ustedes los van a leer, los van a interpretar con su grupo ¿ya? y van a establecer la resolución. Yo no me puedo integrar al grupo, yo no puedo guiarlos, o sea, estrictamente, lo que, si vamos a hacer, una vez que hayan tomado el problema y lo hayan analizado y crean que hayan terminado, levantan la mano, yo voy y veo y les pregunto cómo está la cosa, o sea, como lo están haciendo ¿les parece? ¿qué resultado les dio? ¿cómo lo están haciendo? o sino vamos a simplificar la situación o vamos a dificultar un poquito más, vamos a hacer una extensión del problema ¿estamos claros?

ustedes lo analizan, leen el ejercicio, tienen la respuesta y después me llaman, yo me acerco ¿estamos claro? ya ¿alguna consulta? ¿duda? ¿algo que hacer? no, ahí está. Yo les voy a dar un ejercicio a cada uno, un problema, luego de ello, una vez que hayamos resuelto el problema, vamos a hacer el plenario y eso significa que de algunos grupos alguien va a salir a exponer la solución ¿estamos?

38:45|P: Lo pueden conversar, hasta que lleguen a un acuerdo ¿dónde se sienta usted? Tú, ven a sentarte aquí, tu eres número 7 ¿ya? allá a trabajar con tu compañero ¿y tú eres 1? Acá. Ustedes son el primer grupo ¿cierto?

39:28|A: Sí

39:29|P: Ya, aquí, sí.

40:22|A: Profe ¿podemos hacer consultas?

40:25|P: A ver, depende de qué tipo de consulta, a ver.

40:30|A: Dice, una serie de vasos de letras que están a 1 centímetro de profundidad

40:36|P: ¿Lo conversaste con Natalia primero?

40:36|A: Sí.

40:37|P: ¿Y ella tiene la misma consulta?

40:39|A: Sí.

40:40|P: Ya, haber Naty, pregunta.

40:43|A: Ya, es que tenemos la duda de qué es el vértice

40:50|P: Eso andaba buscando, ya, si, es esa unión donde llegan todas las aristas.

40:55|A: Entonces este es otro vértice.

40:57|P: Sí.

41:04|A: ¿Y los vértices lo tomo con valores enteros?

41:10|P: No, si significa si llega a la mitad o a la esquina, nada más. Ya pues, ustedes tienen que ser un grupo, Michelle ¿qué pasa? ¿estás enojada con él?

41:35|A: No.

41:36|P: Entonces, hazte más para acá.

41.37|A: Le da miedo profe.

41:41|P: Ah no sé nada yo. Ya, a trabajar en grupo *alumna consulta*

42:03|P: Pero la idea es que tú lo, a ver, convérsenlo y entre los dos tienen que interpretarlo, entenderlo, darle una solución. Si no pueden o si llegan hasta un momento donde quedan entrampados en algo, me llaman ¿por qué lo leyeron?

42:28|A: Sí

42:30|P: Ya ¿que entendieron?

42:31|A: Que los vasos tienen 1 centímetro de profundidad y que los vértices ¿cuáles son los vértices?

42:38|P: Mira, esos de ahí.

42:40|A: ¿Dónde se juntan los 2 puntos?

42:43|P: Las aristas

42:47|A: ¿Tienen valor entero o medio?

43:08|P: No sé qué pasa aquí, pero hay que hacer en grupo la cosa, para allá, eso, ya.

43:33|P: Ya, haber cuénteme ¿qué pasa? ¿de qué trata? 43:46|A: Es que la idea es saber cuándo esto se llena más rápido, con el tiempo que te da aquí en la tabla, pero en altura es igual en todas.

43:57|P: Sí, todo bien.

43:58|A: Y ahí va dependiendo de lo que uno tiene de arista

44:03|P: Pero ¿cuál es la pregunta? ¿Es cuál llena más rápido?

44:20|A: Es que este corresponde al llenado.

44:22|P: Eso, ya.

44:25|A: Entonces ¿podemos elegir cualquier vaso?

44:27|P: Que corresponda según la gráfica, ustedes lo analizan.

45:06|P: A ver chicos, los veo complicados, pensemos en ese primero ¿ya? y después pasamos al otro *alumnos murmuran respecto al desarrollo del ejercicio*

45:58|A: Profe.

46:00|P: A ver ¿qué pasó?

46:01|A: Llegamos a una conclusión.

46:02|P: Veamos cual es la conclusión

46:04|A: A lo que avanzamos y descartamos, que es la M ¿corresponde o no?

46:11|P: No te puedo decir si es esa, primero arguméntame.

46:14|A: Bueno, aquí nosotros decimos que como aquí dice que 1 centímetro, tenemos entendido que cada minuto es un cubito, que en 3 minutos eran 3 cubitos y que esos cubitos subieron a la altura de 3 y se mantiene y después vuelve a subir en 4 minutos, o sea, 4 cubitos de alto.

46:50|P: Estoy escuchando atentamente.

46:52|A: Luego llena 3 minutos más, o sea, 3 cubitos y sube 1 altura. Un cubito, dos cubitos, tres cubitos, llegamos ahí pero luego... ahí quedamos con la duda, porque luego se mantiene 2 minutos, o sea, llena 2 cubitos más, pero ahí se acaban los cubitos, o sea, se rebalsa. Pero después dijimos, con nuestra conclusión del principio que ninguna otra representaba bien, que narra 3 cubitos por minuto, acá no sube, lo mismo acá, lo mismo acá y acá quedaría corto.

47:36|P: A ver, explíquenme qué pasa acá.

47:38|A: Se rebalsa, porque no sube más.

47:44|P: ¿Sí?

47:49|A: Se llena con todo lo que está ahí.

48:14|P: Voy altiro, díganme, qué opinan de ese gráfico.

48:41|A: Decimos que es esa.

48:43|P: ¿Cuál? ¿la A?

48:46|A: Por fórmula visual la M.

48:48|P: ¿Y por qué la A está tan rayada entonces?

48:49|A: No, es que estamos sacándola por descarte, por los tiempos v/s la cantidad de altura, por ejemplo, si acá subió 3, se mantuvo llenando a los 7 cc, que serían los 3+4, tendríamos hasta los 7 minutos completados y después hizo la diferencia hasta llegar al 14 y le sobran 2.

49:17|P: ¿Qué crees tú que pasa aquí? Pregunta: ¿cuánto demora en llenarse el vaso?

49:30|A: 14 minutos.

49:31|P: Entonces ¿qué pasa aquí?

49:35|A: No se dio cuenta, no cerró la llave jajaja, buena pregunta. Es que el otro nos da 18 y ese tiene 14. Es el único que tiene 14, pero ¿me entendieron? entonces ahí llega y lo mantienes, pero realmente no va a dar.

50:05|P: ¿Qué opinan de este gráfico? ¿no les causa ninguna duda? Muy bien, ya, veamos.

50:30|A: Pero ahí los dos...

50:31|P: Chicos, a los 1,1 minutos, explíquenme al 1.1 minuto ¿qué pasa? ya, a donde ¿qué te pasó a ti?

51:08|A: Mire, aquí tengo una duda ¿se puede llenar por ambos lados o se está llenando por ambos lados? ¿Es, por un lado, cierto?

51:16|P: Enunciado.

51:18|A: Ya, no tiene nada que ver.

51:20|A: Profe.

51:21|P: ¿Qué pasó?

51:23|A: Estamos seguros que aquí sería la M, si aplicamos lo que nosotros queremos creer.

51:27|P: Ya

51:29|A: Que es lo mismo, sólo que llega hasta 14 y sobran 2 cubitos menos.

51:33|P: Ya.

51:34|A: Y ahí se rebalsa.

51:38|P: Ya, explíquenme que pasa a los 5 minutos ¿qué pasa a los 5 minutos?

51:46|A: Está echando agua, pero no está aumentando la altura.

51:53|P: Argumenta más, está echando agua, pero no está aumentando la altura, ya, argumenta más.

51:58|A: Que se están llenando otros cubitos, otro espacio del vaso. Entonces si están avanzando los minutos, significa que se están llenando otros cubitos. Si no está subiendo la altura es porque está calando.

52:15|P: ¿Y dónde estarían? a ver

52:16|A: Por ejemplo, aquí, ahí voy echando y luego se empieza a mantener, porque no sube del 4, empieza a rebalsarse al otro lado y esta es la altura.

52:27|P: No, si, te entiendo, pero arguméntame un poquito más ¿Cómo vamos chicos?

53:39|A: Algo entiendo, es que dice centímetros cúbicos por minuto, o sea, dice que 1 centímetro es 1 minuto, pero también dice sobre la profundidad del vértice.

53:04|P: Preocúpate de que, por cada minuto, hay 1 cc ¿perdón?

53:22|A: Cada cubito es un cuadrito, cada cubito equivale a un centímetro ¿o no?

53:33|P: Sí, cada cubito es un centímetro cúbico 1x1x1.

53:38|A: Entonces serían 2.

53:44|P: Por acá.

53:46|A: Nos anda siguiendo señorita.

53:47|P: ¿Qué pasó? ¿qué te dice la Natalia?

53:48|A: La Natalia me dice que lo busquemos por Internet.

54:07|P: Jajajaja, que lo busquemos por internet, ya, ya, vamos a hacer otra cosa, es que tenemos que llegar a la solución de esto.

54:31|A: ¿Es tarea?

54:32|P: No, si no es tarea.

54:33|A: Oye ¿pero no dijo que teníamos break?

54:34|P: No saliste al break jajaja, escúchenme, hagan el gráfico del llenado de la letra i minúscula, dibújenlo por ahí, pero no está, la i minúscula, hagan ese gráfico, dibujen ahí con altura, con la misma altura ¿ya? con 5 centímetros de altura, hagan ese gráfico y después se devuelven al ejercicio

55:20|A: Nosotros estábamos viendo que podría ser el A, porque como dice que tiene 3 1,2,3 y en el tercero se mantiene, que es cuando llena la otra pata 1,2,3 y al cuarto empieza a subir, pero con el llenado compartiendo y de ahí se mantiene con el último arriba

56:12|P: Pero el grupo dice ¿qué es la A o la M? ¿Cuál?

56:15|A: La A es como para todos.

56:20|P: Ah ya, entonces estabas dibujando la M, ya, entonces si es la A... ¿qué pasa a 1 minuto?

56:45|A: 1 minuto es igual a 1cc. en el segundo, en el tercero, eso desplazaría esa parte y aquí ya empieza a llenar acá

57:06|P: Entonces no empieza a llenar acá cuando llena por aquí, se va por allá, por eso.

57:16|A: Por eso no sube, se mantiene.

57:18|P: Si, pero ¿cuándo sucede esto en la letra A? ¿cuándo sucede este segmento?

57:29|A: En el 3

57:30|P: ¿Y cuando la altura en el 3? Piense, piense, piense, recuerde, tiene que corresponder el gráfico con el llenado de la letra.

58:00|A: Mire, es que nosotros ya tenemos claro cuál es, hemos descubierto cual es, porque es de a 3, bueno, lo descubrimos... 58:19|P: Ya, pero acá tienen que ser los 3 capaces de explicarlo, cualquiera de los 3, pero que lo explique. No, no, no, no, explíquemelo usted.

58:31|A: En deducción ampliamente, aceptamos que los datos son 1 centímetro ¿cierto? y el otro dato es el llenado de agua, que es en centímetro cúbico y descubrimos que la M es más asertiva porque tiene 3 avances acá, como indica el gráfico, porque hasta el 3, tiene 3 minutos de llenado, luego un minuto de agua cae para acá y acá tenemos el concretado de llenado de 1,2,3,4,5.

58:55|P: Cuente bien ¿cuánto?

58:57|A: Son 4 minutos, si, 4 minutos, ya, hasta aquí llegaríamos acá ¿no cierto? y aquí realmente se mantiene porque no baja el agua, sigue llenándose y luego llega acá, al 14 y que, según nosotros, iría acá, casi llenándose y ahí sería 5.

59:36|P: Ya, resumamos el cuento ¿cuál letra entonces?

59:41|A: M

59:42|P: ¿Cuánto tiempo demora en llenarse?

59:46|A: Aproximadamente 16 minutos, no, 14

59:47|P: Ya ¿en qué quedamos? me llaman cuando estén listos.

00:01|P: De acuerdo.

00:04|A: El Aarón mentiroso

00:07|P: ¿Qué pasó?

00:09|A: Profesora, lo que pasa es que aquí, el enlace...

00:16|P: Ya.

00:17|A: ¿Y ahora qué se hace? ¿qué tenemos que hacer?

00:19|P: No, no, cuéntame ¿decidieron cuál?

00:22|A: ¿Le explico?

00:23|P: Si, si, por supuesto.

00:24|A: Que nosotros decíamos que esa se usa en la gráfica

00:27|P: Ya ¿por qué?

00:28|A: Porque buscamos cualquiera de las dos y se podía reemplazar por x, entonces se empieza a llenar, agarra una altura de 3... 1,2,3 cc en 3 minutos y para poder justificar esa primera parte y ver este lapso donde no sube, es porque un cuadradito equivale a una altura y estos 3 restantes son llenados de este lado, entonces da una determinada altura.

01:03|P: Ya ¿qué sigue con la otra parte del gráfico? cuéntame.

01:09|A: Aquí continúa llenando, como es más ancho. Tenemos 1,2,3,4 ¿cierto? y aquí hay un quiebre que tenemos acá, que es 1,2,3 en que 1 es la mitad de este y la mitad de este; más ese que da 3 cc y ahí estaríamos llenando en los 14 minutos y después sigue ese otro ahí.

01:32|P: ¿Qué pasó con eso otro?

01:33|A: ¿Cómo?

01:34|P: ¿Qué pasó con eso otro?

01:37|A: No esta llenada

01:38|P: ¿Por qué?

01:40|A: No está, porque se rebalsó, porque tenemos 3... 1,2,3.

01:44|P: Está bien y ¿qué pasa al 1,1 minuto?

01:56|A: Hay 1cc lleno

01:59|P: Después vuelvo al 1,1. Por acá me llamaron

02:04|A: ¿A qué se refiere aquí?

02:07|P: Ah no, que el vértice llega hasta ahí, por ejemplo, hasta la mitad de la altura o bien hasta la altura, porque este vértice llegó hasta esta altura, porque este vértice llegó hasta 1 cm y el otro llegó hasta 1,5 por decirte algo.

02:26|A: O sea, pero esto no es cubo.

02:28|P: No, es un cubito, o sea, de aquí para acá, no, es un cubo, sigue siendo un cubo. Es de la perspectiva que tú lo ves distinto.

02:40|A: Ah, entonces no influye en nada.

02:50|P: Hacia el fondo, claro.

02:51|A: Entonces sería lo profundo del centímetro, relación-centímetro. Ahí debería haber 1 centímetro, no 0,5

03:00|P: La medida acá...

03:05|A: Por eso le digo, es 0,5 pero acá hay 1 centímetro.

03:10|P: ¿Cuál? ¿La diagonal?

03:14|A: La profundidad.

03:15|P: La profundidad sí.

03:16|A: Me da 0.5 de profundidad.

03:19|P: Ya ¿en qué estamos? Se están riendo mucho, los tiene complicados ese segmento.

03:28|A: Sí, porque ahí se llenaría

03:30|P: Pero la pregunta es una sola... pero yo les pregunté algo más también.

03:46|A: ¿Qué cosa?

03:51|P: ¿Me la van a explicar?

03:53|A: ¿Está bien?

03:55|P: Explíquenme en el gráfico con respecto a la letra

03:56|A: Pero si ya se lo explicamos.

04:02|P: ¿Los dos opinan igual?

04:02|A: Sí.

04:03|P: ¿Si? ya, pregunta ¿qué pasó al 1,1 minuto?

04:14|A: Ya, aquí se llena.

04:22|P: ¿Al 1,1 se llenó?

04:22|A: Un cubito.

04:23|P: ¿Un cubito al 1,1? No, al 1,1 minuto. Este es el eje del tiempo ¿qué pasó?

04:40|A: Es una pata en el gráfico.

04:43|P: Una pata jajaja

04:44|A: Va a caer por ahí, porque otra no es que se distribuya como en la B, es la única que da 1,1 que da el metraje.

05:03|P: ¿Que pasa a los 2 centímetros de altura?

05:19|A: Da 1.1.

05:19|A: Profe.

05:20|P: Voy altiro.

05:50|P: ¿Estamos listos?

05:53|A: Si, es 1.1.

05:57|P: ¿Estamos listos? ¿no? ya.

06:00|A: Aquí estamos listos.

06:03|P: Veamos la decisión ¿por qué?

06:14|A: Sií, porque acá dice 1,2,3, después dice que espera 4 CC. Acá tenemos 1,2,3,4.

06:28|P: Ya, que más dice ¿por qué están decidiendo así?

06:34|A: Porque ahí, medio hace 1 ¿cierto? se mantiene, después sube a 4 1,2,3,4 y aquí también hay un medio, porque aquí sube, digamos que en 3 minutos sube 1cc, eso sería

07:03|P: Ya y ¿qué pasó acá?

07:05|A: Acá se mantiene.

07:70|P: Pregunta ¿cuánto tiempo se demoró en llenarse la letra? ¿el vaso?

07:15|A: 6 minutos.

07:16|A: 14

07:17|A: 14 minutos, se demora menos.

07:24|A: Es que este también se está llenando, solamente que no está aumentando, está rellenando.

07:29|P: Ya, pero fue una la pregunta que les hice ¿cuánto tiempo demoró en llenarse el vaso? 14. Ya, entonces acá este líquido neutro ¿qué pasó con él?

07:48|A: Tiene razón porque si el tiempo sigue, se sigue llenando.

08:02|P: Pregunta, si a los 7,1 ¿qué pasa? ¿cuantos cc hay? ¿hasta qué altura está? ¿estamos listos?

08:36|A: Al 1,5 ahí tendríamos un cubito, sería como, eso.

08:56|P: Ustedes van a exponer.

08:58|A: Eso.

09:00|P: ¿Estamos listos acá?

09:02|A: Acá el 1.1 e identificamos que es totalmente proporcional a la altura y le sacamos 1.1 al cubo* y dio 1.3 de llenado ¿o no? ¿está mal?

09:23|P: Ah ya.

09:24|A: ¿Qué más puede pasar? ¿Algo más puede pasar?

09:25|P: Que no es... ya, dejémoslo ahí.

09:32|A: A ese tema.

09:34|P: No, no, está bien, está bien, digamos que el análisis está bien ¿ya? pero ¿qué dice la gráfica al 1.1 minuto con respecto de la altura?

09:46|A: Es proporcional.

09:49|P: Ya ¿hay proporcionalidad entre las 2 variables?

09:53|A: Sí, porque a medida que va avanzando el tiempo va...

09:55|P: Ya y ¿dónde está? al 1,1 ¿dónde estaría la letra? Ah, está llenando ¿por qué lado está llenando?

10:04|A: Por el lado de acá.

10:06|P: Ah ya, listo ¿ustedes exponen? ¿si? ¿no? ¿qué opinan? Salen los 2 y exponen la situación

10:20|A: Ahí pregúntele a mis compañeros, que me retaron

10:22|P: ¿Por qué te retaron? ya ¿estamos listos?

10:28|A: Yo soy el que defiendo a los demás.

10:29|P: Ah ya.

10:35|A: Era en el 14, que llenaban 3, casi a la altura de 3, vaciando por 1 y ahí puede seguir vaciando o en cambio llenaría 3 y a la altura de 3 la mantendría y llenaría los 4 y al minuto 7 recién empezaría a subir.

10:52|P: Ya

10:54|A: Llenaría del 1 hasta el 11, que serían 4 minutos más para llenar esos 4 restantes y ahí le quedarían 1,2,3 y esas mitades 3 minutos más y terminarían en el 14.

11:15|P: Ah ya, muy bien, o sea, el gráfico definitivamente según ustedes responde a esta ¿Si?

11:21|A: Sí.

11:22|P: Ya y ¿qué pasa a los 7,1 minutos? ¿qué pasa? ¿hasta dónde está de llenada la letra a los 7,1 minutos?

11:38|A: Aquí.

11:42|P: Ya ¿y la letra?

11:47|A: Sí

11:48|P: ¿Sí?

11:49|A: Sí

11:50|P: ¿Y decidieron?

11:51|A: Sí.

11:52|P: ¿Por?

11:53|A: 2, pero ¿la letra total?

11:56|P: La letra que decidieron ¿cuál es?

11:58|A: La A

11:59|P: La A

12:02|A: La A a los 2 minutos se mantendría con 2 cm. de altura

12:07|P: Ya, veamos ¿Qué dice acá? Que a los 3 minutos ¿está hasta qué altura?

12:13|A: 3

12:15|P: Ya.

12:19|A: Es que por eso habíamos dicho que en la primera era hasta la m en la primera pregunta, cuando dijo el 1,1 elegimos la A.

12:23|P: ¿Por qué cambiaron?

12:27|A: Porque al 1.1 salía en la muestra 1.1

12:32|P: No, ustedes me dijeron la letra m y después yo les pregunté por la n.

12:35|A: ¡Ah! nos cambiamos de letra, nos tenemos que replantear todo.

12:38|P: Claro, tienen que.

12:40|A: Ya, no, no, no hemos dicho nada.

12:42|P: Ya, ordénense... estamos listos por acá (alumno consulta algo).

12:55|P: Tienen que relacionarla con la letra que eligieron ¿Que pasó aquí? Ánimo chiquillos

13:04|A: Es que hicimos la muestra así.

13:10|P: Ya.

13:11|A: Es como esa #Y con doble... Con 5 de altura, entonces cada 1 cm iba saliendo 1 minuto hasta el 5, pero tiene 2 cuadraditos, después los vértices.

13:24|P: Ya, pero despreocúpense de los vértices. Veamos con el llenado, el llenado del vaso.

13:33|A: Claro, es 1x1 básicamente y llegamos hasta el 5 porque era hasta el 5 de altura.

13:37|P: Y supongamos que esto es porque les dieron un ancho de 2 cuadraditos. Ya, supongamos que el ancho es uno sólo ahí ¿ya? o sea, por cada centímetro de altura...

13:51|A: Era un milímetro.

13:52|P: Por cada minuto subía 1 centímetro.

13:54|A: Sí.

13:55|P: Ya.

13:56|A: Entonces si el cuadradito es de 5 centímetros, ocupamos 5 centímetros de altura en 5 metros.

14:09|P: ¿Cómo sería ese gráfico?

14:13|A: Daría 5.

14:15|P: Ya, trace no más la recta, no importa, trácela, si esa es para ensayar. Ahora ¿qué dice el gráfico acá? Busque no cierto, este gráfico al llenado de qué letra es y porqué, si es todo lo que yo les voy a preguntar. Porque este gráfico representa el llenado demás estas letras

14:44|A: Pero mire, nosotros calculamos por el vértice, que acá hay 4 vértices.

14:50|P: Ya.

14:51|A: Y acá como decía los vértices, podía medir medio centímetro, que aquí sería 2 centímetros para 4 vértices.

15:07|P: Ya, te entiendo la relación.

15:10|A: Y estos 4 vértices son 2 centímetros más.

15:16|P: Ya ¿qué me quieres decir con esto?

15:19|A: Que nosotros llenamos los que quedaban vacíos solamente en tiempo, porque se mantuvo en las columnas de...

15:27|P: Ya, perfecto, veamos acá. Analicemos este segmento, esta parte del gráfico con el llenado de todas esas letras ahí ¿que está diciendo acá?

15:42|A: Que en 3 minutos llenamos 3 centímetros de agua

15:46|P: ¿Cuál de las letras corresponde a ese enunciado? Esa primera parte y después va desechando qué letra.

15:52|A: Claro, la T, porque llenamos 3 centímetros por metro.

15:56|P: Ya, entonces elegiste la T. Entonces analiza el segundo segmento de la gráfica.

16:04|A: 4 cubitos de agua

16:25|P: ¿Qué dice la gráfica? ¿Ya? Muy bien ¡Oh! Y usted ¿en qué momento apareció? ¿y lo va a explicar? muy bien.

16:35|A: Ahí tiene la T.

16:38|P: ¡Ah! Esta es la T

16:39|A: Si, y aquí está.

16:43|P: Ya, análisis, argumente ¿qué pasó? ¿por qué esa? ¿en qué se basaron para decidirse con esa letra? A ver el primero, el graficar la letra T acá ¿les sirvió?

16:59|A: Sí, porque ayuda a entender cómo funcionan los niveles de altura.

17:05|P: ¿Con respecto?

17:06|A: Al tiempo.

17:07|P: Perfecto. Ya, con esa información explíquenme por qué se decidieron por esa letra que tienen tan dibujadita.

17:19|A: Ya, porque vimos que, a los 3 minutos, tenemos nivel 3 de altura. Entonces aquí contamos 1,2,3 nivel de altura y después se mantiene hasta el 7, porque empieza a llenar aquí pero no sigue subiendo, porque empieza a caer el agua.

17:38|P: Ya ¿durante cuánto tiempo se mantuvo la misma altura?

17:42|A: 5 segundos... 5 minutos... O sea 4, porque 1,2,3,4.

17:52|P: Esos son sus minutos

17:53|A: Ah sí, 4.

17:57|P: ¿Y de dónde estaba cayendo esa agua?

17:58|A: Aquí, en 1 minuto y se mantenía 3, se mantuvo, se usa sólo un agujero, entonces se llena hasta esta línea, después cuando esta línea se rebalsa. O sea, con cualquiera de los 2 orificios que tiene

18:15|P: Ya Michelle, entonces ¿qué pasa aquí? Explícame esto por fís, porque ahí hay 2 pendientes, porque primero hay una recta.

18:24|A: Hay pendiente cuando se logra llenar el orificio de abajo, mientras se mantiene constante y después se empieza a llenar el de arriba, al siguiente nivel y empieza a.... se mantiene por cada cuadro, se mantiene 4 minutos más, entonces llega hasta el nivel 5, que sería el de acá arriba. Entonces llega hasta aquí, hasta el nivel 11, 4, y después del 4 va subiendo hasta el nivel 5, llenando los 3 últimos

19:00|P: Ya, pero estos de acá son minutos. Hasta el minuto 11 se supone. Perfecto, ya descansen un ratito ¿quién va a salir de aquí a exponer?

19:11|A: Él va a exponer señorita

19:15|P: Pero él no estuvo en el desarrollo, Michelle como tan mala ¿Estamos listos? ¿quién me queda?

19:36|A: Profe

19.37|P: Estamos listos todos los grupos parece ¿sí? tome

19:46|A: Muchas gracias

19:48|P: ¿Aquí estamos listos cierto?

19:51|A: Todavía estamos pegados en la misma

19:52|P: ¿En cuál?

19:54|A: En esta, en la A

19:56|P: Es que ustedes ya me dijeron ya por cual se decidieron

20:00|A: Claro, era por esa. Es que ya con esa...

20:06|P: ¿Qué pasó?

20:07|A: Yo llego a la conclusión de que no es

20:11|P: ¿Perdón?

20:12|A: Yo llego a la conclusión de que no es, porque nosotros tenemos lleno hasta aquí, pero después se mantiene el nivel, pero...

20:19|P: A lo mejor llenando.

20:20|A: Claro.

20:21|P: A lo mejor a ese momento ya no está llenando, está entrando agua, pero no está llenando

20:24|A: Ahí dice que pasan 2 minutos, pero los niveles se mantienen, porque no da altura, no da nada.

20:30|P: Tiene otro orificio.

20:32|A: ¿Ah?

20:33|P: Tiene otro orificio ¿que podría suceder?

20:42|A: La va a botar.

20:43|P: ¿Ah?

20:44|A: La bota.

20:45|P: Si, ya, estamos ok entonces, están todos de acuerdo, me dieron las explicaciones, entiendo que los dos ¿o tu cambiaste de opinión?

20:57|A: No, no.

20:58|P: No ¿no?

21:00|A: Estoy en la duda, se que esto, lo que esta aquí lo va a botar, lo que bota por ahí.

21:09|P: Es una explicación.

21:10|A: Profe ¿está bien lo que dice aquí?

21:13|P: Si po, sí, pero todavía quiero que soluciones esta parte, todavía te estamos esperando, los estamos esperando para que tomen una decisión respecto al llenado de los vasos.

21:28|A: Es que tenemos una duda porque...

21:31|P: ¿Cuál es la duda?

21:32|A: Primero dijimos que la T, claro, porque damos los 3 cubitos ¿no cierto? Nosotros lo sacamos así 1,2,3, en 3 minutos. O sea, en 3 minutos llegamos hasta 6, ya, luego...

21:56|P: Ya, pero mira en los 3 minutos, claro, llegaste hasta esta altura, pero por cada minuto entra 1 cc, acá hay un centímetro y acá hay otro.

22:18|A: Ah ya.

22:22|P: ¿Que opina?

22:29|P: Ya chicos, estamos listos ¿ustedes van a defender? ¿si?

22:41|P: Quedaron ustedes que iban a defender acá ¿o no?

22:42|A: Si, él va a ir a defender.

22:45|P: Y allá, 3... ¿no quiere?

22:51|A: Ellos dos estaban re entusiasmados en salir, ellos dos son los principales.

22:57|P: Ya, listo, chicos, ustedes a la pizarra, ustedes a la pizarra y ustedes a la pizarra. Pero puede salir el grupo y se apoyan, o puede salir uno solo ¿ustedes quieren salir?

23:25|A: Ya, nosotros por votación popular mandamos al Seba.

23:40|P: Ya ¿quién va a salir de acá?

23:41|A: El Sebastián, el.

23:44|P: Chuta, hay que defenderlo ¿ya? Caben 4 grupos, cuatro explicaciones. Ya, Uds. allá, ustedes acá.

24:01|A: Oh profe, disculpe, acá la queremos votar.

24:04|P: Ya, a la pizarra por querer votarme, ya, pasen ¿se niegan?

24:08|A: Vamos, ya vayan chiquillos

24:11|P: Si lo hicieron bien chiquillos, pasen no más.

alumnos de los grupos conversan con los que pasaron a exponer a la pizarra

24:48|P: Chicos tiene el documento para graficar ¿ya?

25:00|A: Profe ¿tiene el borrador?

25:07|P: Allá está.

25:16|P: Esta es la parte donde queda todo grabado ¿te paso el libro para que lo veas?

26:16|P: Y ustedes chicos ¿van a salir?

26:17|A: ¿Ah?

26:18|P: ¿Van a salir? pero igual tienen otra forma de defenderlo.

26:48|P: Ustedes quedaron pendientes de la vez anterior ¿te acuerdas? el grupo de allá que estaba en la esquina. No, no, en las otras salas siempre te ganas para el lado de allá

27:00|A: Si salimos, la última fue de *

27:12|P: Somos todo oídos

27:20|A: Izquierda o derecha

27:27|A: Ya profe, nosotros vamos empezar, vamos a hablar de nuestra "M". Su problema indicaba que los vasos en la letra. Una serie de vasos parecen letras cuando se ven de frente. Dicen que son de 1 cm de profundidad, los vértices en los brazos tienen el valores enteros o medios centímetros para su coordenada. Los datos que tenemos, que cada centímetro que tenemos ¿cierto? va a estar determinado por 1 centímetro cúbico de lo que sea ¿ya?

27:59|P: Dice de agua

28:01|A: Bueno, para nosotros el gráfico es nuestro trabajo. Lo va a indicar el amigo acá.

28:30|A: Así que básicamente al mirar el gráfico, dice que en los primeros 3 minutos, llegaría hasta la altura de 3. Mirando las letras, la única que podía llegar hasta la altura de 3, es la M, en uno de sus palitos, se podría decir, porque se demoraría 1 minuto, 2 minutos y tres minutos en llegar hasta esa altura, después de eso, el mismo gráfico dice que se mantendría en la altura de 3, durante 4 minutos. Por lo tanto, mientras se estaría llenando 1 minuto, 2 minutos, 3 minutos y acá al medio cada uno, daría 4 minutos, que es lo que se mantendría el gráfico. Después dice el gráfico que se demoraría hasta el minuto 11 en llenar hasta la altura de 4. Aquí ya tendríamos 7, eso sería el dibujo que tendrían ustedes. Tendríamos 1,2,3,4,5,6 y 7. Con este sumaríamos 8,9,10,11 y finalmente, me queda hasta el minuto 14 para llegar a la altura de 5

29:55|A: Que sería 11,12,13 mitad y mitad, haríamos los 14 minutos que se demorarían en llegar el llenado del vaso, con los datos que tenemos.

30:17|P: Ya, pero se quedan ahí ustedes y veamos acá

30:20|A: Pero venga usted.

30:22|P: No, no, explíquenlo con sus palabras.

30:28|A: Para empezar con la conclusión que tenemos, es que cada cubito es 1cm. y aparece que si lo llenamos es 1cc. Entonces cada minuto se iría llenando un cubito entero y aquí dice que llega hasta la altura de 3 en 3 minutos. Entonces serían estos 3 cubitos en 3 minutos, después dice que se mantiene la altura, no llega más arriba y pasan 4 minutos. Y aquí tenemos un cubito entre estas dos mitades 1,2,3,4 cubitos, después avanza 1 altura en 4 minutos y se llena en 4 minutos más, pero después sube una altura y se llena 4 minutos más y eso, y ahí completarían los 14.

31:43|P: Pero yo les pedí algo más

31:44|A: Si, pero no...

31:46|P: ¿No qué? ¿Qué les pedí?

31:50|A: Que pasaba cuando pasaban 2 minutos del 14 al 16. Pero profe, lo que pasa es que se comienza a rebalsar por el otro orificio. No puede pasar más arriba porque lo bota por el otro.

32:06|P: Ya, pero además les pedí otro tema. A ustedes también les pedí algo más.

32:11|A: No.

32:12|P: Sí.

32:13|A: Qué pasaba en el minuto 7,1 segundo avanza a 3,1 altura.

32:20|P: Les pedí que averiguaran hasta donde estaba el llenado, a qué altura a los 7,1 minutos, al quinto minuto.

32:30|A: Hasta el 3,1. Acá se mantiene, según el gráfico hasta el 3,1 se mantiene.

32:43|P: Ya, pero uno primero y el otro después ¿hasta qué? ya, ustedes, a los 5 minutos ¿qué pasaba?

32:48|A: Llegaría hasta aquí, porque ese se mantendría llenado con 4 minutos y lo bajaría a 3,5 al cubito de abajo.

33:00|P: Ya y a ustedes les pregunté dónde estaba al...

33:07|A: Al 7.1

33:10|P: Al 7.1 minutos.

33:13|A: Que básicamente quedaría en 3,1 de altura, centímetros o un poquito más.

33:28|P: ¿Hasta qué altura estaba de llenado más menos?

33:35|A: 3,1 ... 3,2

33:45|P: Ya chicos, está bien, perfecto, me parece el desarrollo del ejercicio bastante bien, le pusieron harto empeño ¿ya? me faltaron un par de grupos que exponer, se acobardaron ¿ya? así que terminamos por hoy día con el tema de la resolución de problemas.

Muchas gracias ¿merecen o no merecen un aplauso? Si pues, sí. Si, lo pueden guardar. No, tenemos clases, si pues ¿break? ya me estaba acostumbrando ya, son muy frescos, ya chicos, ahora si ¿10 minutos? pero vuelvan a los 10 minutos o me voy a enojar, yo voy a seguir igual.

Episodio 5: Definición de función y función lineal

Este episodio está registrado en el video 41, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 12:01.

La profesora retoma la clase después de la tarea sobre la altura de un líquido en función del tiempo, dando la definición formal de función de variable real: f es una función ssi $\{\forall x \in \mathbb{R}, \exists!\ y \in \mathbb{R}/f(x) = y\}$, gran parte de este episodio lo utiliza para explicar los símbolos utilizados. Luego, da la defınción de función afín : $f(x) = mx + b$ y les indica qué significa cada componente de la gráfica.

Transcripción del episodio 5

00:03|P: Si, porque en esta clase mía han estado haciendo de todo, no me pueden engañar.

00:10|A: Es que podemos hacer muchas cosas

00:11|A: Somos dispersos.

00:12|A: Somos máquina.

00:24|P: Chicos, veamos, hagamos como, quiero que retomemos lo que estábamos haciendo ¿ya? englobemos todo esto y dejemos anclado para la próxima clase con lo que vamos a seguir. Entonces, habíamos dicho que una relación-función si para todos los elementos de un conjunto, le corresponde un elemento del otro, eso, en términos de definición corresponde a lo siguiente

01:14|P: $f(x)$ es función, sí, para todo x que pertenece a un conjunto ¿ya? que, en este caso, al conjunto de los reales, existe un único y que pertenece a los reales, tales que: $f(x) = y$, $\{\forall x \in \mathbb{R}, \exists!\ y \in \mathbb{R}/f(x) = y\}$.

01:49|A: pregunta de alumno

01:51|P: ¿Ah? ¿Leámoslo? ¿Qué es eso? ¿No? ¿Eso?

02:01|A: Igual

02:04|P: ¿Ese?

02:04|A: Enteros

02:05|P: No, tampoco, como tampoco lo reconocen, de todo esto lo hemos estado...

02:14|A: La E

02:15|P: ¿Perdón?

02:16|A: El E es perteneciente

02:17|P: Pertenece

02:19|A: La A invertida es "para todo"

02:23|P: Ya

02:25|A: La E con el símbolo

02:27|P: La E ¿Esta de aquí?

02:29|A: .^{ex}iste"

02:32|P: Existe, ese símbolo, un único y, dejemos eso en stand by, que pertenece a los reales, eso significa "tal que"$f(x) = y$. Eso que está escrito ahí, que, en la definición de las funciones chicos, es lo mismo que estábamos haciendo antes en un diagrama sagital, donde decíamos que.

03:05|A: ¿Y la $\mathbb{R}$ profe?

03:06|P: Los reales, conjunto de los números reales, que contiene a todos los números. Y ese de ahí, es el conjunto de los números reales ¿ya? Lo que está escrito ahí, en términos, en símbolos matemáticos, está diciendo exactamente lo mismo que dijimos antes, que: para todo el elemento de un conjunto, le corresponde un único elemento del otro conjunto. Si tomamos acá, si tenemos un conjunto A, con 3 elementos, a ese conjunto A y otro conjunto B con más elementos ¿ya? estamos diciendo que: para todo conjunto de A le corresponde un único y en B, que para este x le corresponde esa y; y que para ese x_3 le corresponde este y_3. Eso es lo único que está diciendo la definición, lo más importante que dice que: todo elemento de A tiene un único correspondiente en B, o sea que en A no pueden sobrar, pero en B sí podrían sobrar ¿estamos claros? Además, que en A existen elementos que tienen una única imagen, no más de una, por lo tanto, si tenemos en el conjunto de partida, que era de donde tomábamos los elementos y los íbamos a asociar acá y que dijimos que ¿éste se iba a llamar?

04:56|A: Las x

04:58|P: Las Xx de A; y las y en B, pero el conjunto de partida tenía.

05:03|A: Otro valor.

05:04|P: Otro nombre más, rebobinen de lo que vimos antes de esta clase.

05:13|A: Dominio de la función.

05:14|P: Dominio.

05:16|A: Dominio de la función

05:18|P: Vamos a tomar una función que va de A B, tal que: - Tomar un elemento x_1 de A y le va a asociar un y_1 en B. - Va a tomar un x_2 de A y le va a asociar un y_1 de B - Y después tomar un x_3 de A y se va a asociar a un y_1 de B ¿esto es función o no?

05:43|A: Sí.

05:44|P: ¿Si? ¿Seguros?

05:47|A: No,.

05:49|P: ¿Sí? ¿No? ¿Por qué?

05:53|A: Porque en A toma todo y tiene que ser en B

05:57|P: Ya...

05:58|A: Porque no sobra en A

06:02|P: Bueno ¿y qué pasa con este (B) no?

06:04|A: En B no sobra ninguno

06:07|P: Ya, pero la definición dice: "Para todo elemento de A o de ℝ, existe un único elemento en B" ¿ya? ¿Estamos considerando todos los de A? Si. A cada uno de A ¿le corresponde un único en B?

06:27|A: No

06:31|P: ¿Seguros?

06:32|A: Sí, porque se repite solamente

06:34|P: Sí, a cada elemento en A si le corresponde un elemento en B. Ahora que ese elemento en B sea imagen de más de un elemento en A es otro cuento. Miren, la definición está diciendo que todo elemento de A tiene una única imagen en B, esto es A, esto es B. No está limitando, bien digo, limita sólo a los elementos de A, ósea, no podría pasar: y_1, y_2, porque la función me dice que todos los elementos de A tienen imagen en B y aquí hay un elemento que no tiene imagen: esta no es función. ¿Qué más no podría pasar? No podría suceder eso: (x_1 de A tiene a y_1 e y_2 de B; y x_2 de A tiene a y_3 de B) ¿Por qué?

08:07|A: Porque hay más de un y.

08:10|P: Claro, porque por lo menos hay un elemento en A que tiene más de una imagen ya contra eso ¿Estamos claro con la definición? ¿si? Cuando hablamos de la función lineal, hablamos de la función que sigue el modelo: $y = mx + n$ ¿Ya? Esta expresión tiene una representación gráfica de la línea recta, que, de alguna manera, estábamos graficando ¿se acuerdan del parquímetro? con una hora fija, y después cada cierto periodo, por cada media hora nos cobraba \$350 más, pero partía con un cargo fijo de \$450.

08:25|P: Entonces, la función lineal sigue este modelo, recuerde usted que: $y = f(x)$, este modelo $[y = mx + n]$, m = pendiente de la recta Esta es la representación gráfica de la función lineal ¿ya? esa m está relacionada con el ángulo de inclinación de la línea recta, con este ángulo, que, además, es una línea recta, que además se repite acá, en el mismo ángulo ¿cómo vamos a conseguir ese ángulo? como tangente a la -1 de la pendiente $\alpha = tan^{-}1(m)$ ¿de dónde sacamos ese tangente a la -1?

10:31|A: En la calculadora el shift

10:33|P: Shift tangente de la pendiente ¿cierto? El n, chicos, el ángulo alfa está relacionado con el ángulo de inclinación de la recta, el n es este punto de aquí. El n es el punto donde la recta corta al eje y, punto de intersección con el eje Y ¿ya? Se llama coeficiente de posición ¿ya?, m = pendiente de la recta, n = punto de intersección con el eje y. Coeficiente de posición.

11:29|A: ¡Ah!

11:30|P: ¿No lo habían escrito?

11:32|A: No, no habíamos alcanzando

11:33|A: Siempre es lo mismo

11:39|P: Jajaja, si, nada que ver Aarón, nada que ver, ya, mientras terminan. Chicos ¿quién falta firmar? ¿Todos firmaron? ya y como último temita, veamos qué significa eso.

Episodio 6: Ejercicio sobre $y = 3x - 4$

Este episodio está registrado en el video 41, desde el minuto 12:01 hasta el minuto 18:19.

La profesora propone estudiar la función $y = 3x-4$, primero identifica las componentes de la expresión y luego pide graficarla.

Transcripción del episodio 6

12:01|P: Supongamos una función cualquiera, consideremos: $y = 3x-4$. Consideremos esa ecuación, esa función ¿ya? por comparación con el modelo de la función lineal que es: $y = mx + n$. ¿cuánto vale m?

12:47|A: ¿m? 3

12:50|P: 3 ¿cuánto vale n?

12:52|A: -4

12:54|P: ¿Perdón?

12:55|A: -4

12:57|P: -4 bien ¿qué es m?

13:03|A: La pendiente

13:05|P: ¿La pendiente?

13:10|A: La pendiente de la ecuación.

13:13|P: Ya, ordenémonos ¿qué es la m?

13:19|A: La pendiente de la recta.

13:21|P: La pendiente de la recta ¿y que nos da?

13:23|A: La función.

13:24|P: ¿Que nos da? ¿Para qué me sirve? ¿Para sacar?

13:29|A: La tangente.

13:30|P: Ya y la tangente está en la -1 ¿qué me indica?

13:33|A: El ángulo.

13:35|P: El ángulo de la línea recta ¿qué es n?

13:42|A: La intersección del eje y, es el coeficiente de posición con el eje.

13:52|P: Ya, con esta pendiente $m = 3$ puedo calcular el ángulo haciendo: tangente a la -1 de 3.

14:01|A: 71.5

14:03|P: ¿Perdón?

14:05|A: 71.5

14:06|P: 71.5º bien y este es el coeficiente de posición ¿alguien se atreve a graficar esa información que está ahí? y no le pido que esté dividiendo los ejes ni nada, solamente que trace una recta que corresponda a esas características

14:34|A: Igual saldría a hacerla por 7

14:39|P: No, sin 7, es por amor al arte que va a tener que graficar ¿ya? ¿cómo se llama este eje?

14:54|A: Eje y

14:55|P: Si, se llama eje Yy jajaja, ya ¿cómo se llama el eje?

15:07|A: Variable de pendiente de x.

15:09|P: En el eje de x está la variable independiente.

15:14|A: Independiente.

15:15|P: Y en el eje y ¿variable?

15:16|A: Dependiente.

15:17|P: ¿De quién depende?

15:17|A: De la independiente

15:20|P: De la independiente, ya, de nuevo la pregunta ¿cómo se llama este eje?

15:26|A: Tangente

15:27|A: De las abscisas

15:28|P: De las abscisas ¿y este eje? ¿Cómo se llama el eje?

15:35|A: ¿Ordenadas? ¿Coordenadas?

15:39|P: Ordenadas

15:40|A: Ordenadas

15:44|A: Yo le puse coordenadas

15:45|P: Eje de las ordenadas, no, yo puse eje de las ordenadas en la pizarra

15:49|A: Ordenadas jajaja

15:50|P: Si pues, ya ¿quién va a graficar esa línea recta?

15:55|A: Sebita

15:57|A: Yo iría pero soy medio tímido

16:00|A: Si, es súper tímido *alumno le menciona algo a la profesora, pero cuesta distinguirlo*

16:13|A: Vaya, vaya, vaya

16:15|P: Mire, le estoy pasando 2 colores para que quede hermosa

16:18|A: Para que le quede bien bonito

16:20|P: Para que le quede linda *Conversaciones entre los estudiantes acerca del compañero que salió a la pizarra*

16:57|P: Muy bien, si, eso está bien, eso era

17:00|A: El de abajo, si hubiera sido relativo hubiese pasado para el otro lado

17:07|P: Claro que hace la división y la pasa por otro punto, ya, esa línea recta corta al eje y en -4 y tiene un ángulo de elevación de 71.5º ¿cierto? ¿cómo estamos? Dígame.

17:33|A: Para saber el ángulo de la recta.

17:38|P: ¿Para determinarlo?

17:40|A: Sí.

17:42|P: Acá en la pendiente, a ver, el modelo de la función lineal es este, donde m que es el termino, digamos el coeficiente que acompaña a x en la pendiente y el término independiente de x es el coeficiente de posición. Con esa m a través del arco tangente de la pendiente, te da el ángulo, es una forma de trazar la recta.

18:11|A: De descubrir el valor

18:13|P: Claro, de encontrarlo

Episodio 7: Cierre de clases

Este episodio está registrado en el video 39, desde el minuto 18:19 hasta el minuto 21:20.

La profesora cierra la clase, recordando el trabajo en la plataforma.

Transcripción del episodio 7

18:18|P: Ya chicos ¿dudas? hoy ha sido una clase súper exigida, la vamos a dejar hasta acá y vamos a hacer lo siguiente. Tiene un apoyo en el ambiente de aprendizaje, justamente se llama funciones polinómicas, lo van a bajar e imprimir

18:43|A: ¡Ah!

18:44|P: Ya, está bien, lo bajan no más, para el jueves ¿estamos? y traten de leerlo chiquillos

18:53|A: Trataremos

18:55|A: Si pueden, hagan un poquito más que el tratar de leer, el 30 de julio se cierra

19:09|A: ¿El anterior ya lo cerro?

19:12|P: Si, el anterior ya está listo ¿quién no lo hizo? ¿Cual?

19:20|A: El ultimo

19:21|P: ¿El de ecuaciones y sistemas?

19:25|A: ¿Es el que hicimos en clases o no? Eran 3 etapas

19:37|P: Cuando yo tomé la prueba y ustedes se fueron para allá, ese era ecuaciones y sistemas, ahora está abierto el de funciones

19:55|A: ¿Y el de funciones cuando lo hicieron?

19:58|P: A ver, ahora está abierto el control de funciones, lo tienen que hacer en la medida que puedan, avancen los fines de semana chiquillos ¿o ustedes creen que los fines de semana son para descansar?

20:11|A: No profe

20:14|P: Ese control se va a cerrar un día antes de la prueba y esta prueba nosotros la tenemos el 19

20:23|A: Ah, queda harto todavía ¿esa es la última?

20:38|P: No, el 19 tenemos la de funciones polinómicas, después quedaría exponencial y logarítmica y después quedarían unas poquitas más y el semestre terminaría el 31 de Julio

21:01|A: ¿De Julio?

21:03|P: Si, nosotros estamos terminando antes por el tema de las horas, que son poquitas.

B.1.2. Clase 2

Esta clase se registró en los videos 45, 46 y 47. La clase fue grabada el día jueves 01 de junio del 2017 entre las 18:30 y 20:45.

Episodio 0: Inicio clase 2

Este episodio está registrado en el video 45, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 03:45.

La profesora hace una presentación de la unidad y de aspectos de gestión de la clase.

Transcripción del episodio 0

00:00|P: ¿Y el resto del curso?

00:02|A: Andan con la caña, en serio.

00:10|A: Cuando lleguen se va a dar cuenta.

00:11|Camarógrafo: ¿Les cuento por mientras de qué se trata la actividad? ¿me da un par de minutos para contarles?

00:18|P: Si me sacas todas estas cosas de aquí jajaja, ya, dale no más.

00:25|Camarógrafo: Buenas noches muchachos, aquí con la profesora estamos trabajando en un proyecto. Y parte del proyecto indica una investigación en torno a cómo se enseñan las funciones polinómicas, razón por la cual vamos a grabar esta unidad. Así que todos los datos van a ser confidenciales obviamente, no se preocupen, es sólo con fines investigativos y de todos los cursos que la profesora tenía, dijo: voy a elegir a mi mejor curso, así que los eligió a ustedes

01:06|A: La profe quería otro curso, pero no estaba disponible, así que...

01:12|Camarógrafo: Igual muchas gracias por participar ¿ya? bueno, eso, de aquí yo me voy para allá a sentar, hagan como que yo no existo.

01:23|P: No, si de hecho vamos a hacer todo lo posible para pensar que usted no está. Chicos ¿dónde está la asistencia? ahí está

01:34|A: ¿Vamos a esperar un poquito?

01:35|P: Es que... esperemos unos 5 minutos, no sé qué hora es

01:45|A: Son como las 20:00

01:50|A: Es temprano todavía profe

01:53|P: ¿Son 25?

01:53|A: Si

01:54|P: Ya

02:19|P: ¿Qué le pasó? Ay, pucha, ah ya, vienen comiendo ¿cómo empezar sin ella? ¿Vienen las dos? Tenemos 2 únicas niñas, pero no las tratan bien, no, no las tratan bien chiquillos.

02:45|A: ¿Por qué no las vamos a tratar bien?

02:48|P: Tu pelea con la rucia.

02:52|A: Con la rubia, no a ella le gusta pelear. A las 2 les gusta pelea.

03:00|A: Son conflictivas, solamente que cuando llega usted, ahí se portan bien.

03:04|P: No, yo tengo la mejor imagen de ellas, yo encuentro realmente que ellas son tranquilitas.

03:09|A: No las conoce

Episodio 1: Definición de una función

Este episodio está registrado en el video 45, desde el minuto 03:45 hasta el minuto 35:58.

La profesora repasa oralmente las definiciones de la clase anterior y además introduce nuevos elementos, como la relación entre los coeficientes de la función afín con gráfica de su función y las fórmula punto-punto y punto pendiente para obtener la expresión algebraica de una función.

Transcripción del episodio 1

07:48|P: Ya, sigamos, ya entonces chicos ¿en qué estamos? Ya, en que estamos, concéntrese, en funciones, ya en algún momento vimos nosotros, dijimos, que entre dos conjuntos se podían relacionar elementos de un primer conjunto con elementos del segundo conjunto, pero, solo algunas relaciones se cumplían con la condición de ser funciones. Es decir, si a cada elemento del conjunto A le asociamos un elemento del conjunto B y en el conjunto A no sobran elementos y aunque sobren elementos en el conjunto B tenía que cumplir ¿con que condición? porque relacionábamos elementos, uno del conjunto A con el conjunto B y cualquiera de ellas era una relación, pero solamente un tipo de relación era función, ¿cuál? ¿cual, ¿cual, ¿cuál?

09:53|A: Falta el A tenía una imagen en el B.

09:57|P: Una única imagen en B, ¿cierto? Entonces, si relacionamos con estos diagramas y tomamos al x_1 y al x_2 y al x_3 y a ese le asociamos 1 y 1 y ahí le asociamos 1 y 2 y ahí le asociamos 1 y 2 ¿eso es función?

10:23|A: No.

10:24|P: No es función, ¿por qué no es función?

10:31|A: Sí es función.

10:32|P: Sí es función, ¿porque es función? Porque para cada elemento del conjunto A existe un único Y si a este lo asociamos un x ¿cuándo sería función?

10:57|A: No

10:58|P: No, no sería función y si ahí sobrara un y_5 ¿seguiría siendo función? por qué, porque $f(x)$ es función, si solo si para todo x que pertenece al primer conjunto, que aquí le pusimos A, que podría ser, cualquier conjunto numérico o subconjunto, pero aquí le pusimos A, así que le vamos a decir: Para todo x que pertenece a A existe, un único y que pertenece a B, tal que: $f(x)$ es igual a y. En ese caso es función y estamos relacionando un elemento de acá, con uno de acá, por lo tanto, ya no es cualquier relación, si no que es una función.

12:02|P: Ya ¿qué más vimos? eso es la definición de la función, que dentro de las funciones que nosotros vamos a estudiar, ahora, desde digamos la clase anterior, hasta el día de la prueba ¿ya? es función lineal y función cuadrática ¿estamos?

12:22|P: En la función lineal ¿qué tenemos? que una función lineal, para graficarla, necesitamos un par de eje coordenados, el eje x el eje y ¿cierto? a este conjunto de partidas ¿se le llamaba? pero es el conjunto "dominio de la función" y aquí, el conjunto recorrido de la función.

13:18|P: El conjunto del dominio, corresponde al eje de la abscisa ¿cierto? y los valores que toman los elementos del dominio, son cualquier elemento ¿no cierto? al que yo denomine como conjunto de partida, sin embargo, los valores que van a resultar en el eje de las ordenadas que van a corresponder al conjunto de llegada que es el recorrido, van a depender de estos de acá, por lo tanto, aquí vamos a colocar la variable independiente y en este eje, la variable dependiente. O sea, así como, por ejemplo, depende el gasto de la gasolina en función de la distancia recorrida en un vehículo, así como depende el tiempo, o sea, el dinero que le cobran por estacionar en función del tiempo que esta estacionando. O sea, ahí la variable independiente en el último seria, el tiempo y la variable dependiente seria la cantidad de dinero que nos correspondiera cancelar por el tiempo de estacionamiento ¿verdad? la representación grafica de la función lineal ¿cuál era? ya, pero esa representación gráfica.

15:00|P: Es una línea recta ya, una línea recta que podría intersectar en cualquier punto del eje Y. si intersectara en ese punto que es el punto de corte del eje Y ¿cómo se llama ese valor? que lo denominamos en ese momento.

15:29|A: El coeficiente de posición.

15:30|P: El coeficiente de posición, el coeficiente de posición, y el coeficiente de posición me indica el valor donde la recta corta al eje Y y la otra característica de esta recta era.

15:56|A: El ángulo.

15:58|P: Ya, el ángulo que dependía de la pendiente y como calculábamos ese ángulo, ¿tangente de la -1 pendiente sí? ¿De qué más se acuerdan de que más tenemos?

16:23|A: Para ver qué posición va la.

16:29|P: A ver eso.

16:34|A: Si va positivo o negativo, si va a horario o anti horario.

16:38|P: Ya, consideremos las posibles situaciones, supongamos que la recta que iba aquí, podría llegar en esa orientación, ya, ¿veamos otra orientación que podría quedar acá, sí? que podría quedar con esa orientación o abajo, ya ¿que tienen para decirme con eso? que tienen, buen tema que tomaron. Ya, haber, analicemos la primera, aquí no hay números, nada, pero hay una digamos hay una forma de establecer si es positiva o negativa, a eso voy yo. ¿Aquí la pendiente es positiva?

17:59|A: Negativa, positiva

18:04|P: Ya, esta es positiva, ese ángulo va provenir de una pendiente que es positiva y ese lo vamos a anotar como mayor de 0 ¿y que más tiene esta recta? y el coeficiente de posición es positivo ¿están de acuerdo con eso?

18:25|A: Sí.

18:26|P: En este caso, la pendiente que me va a indicar el ángulo sería positiva porque el ángulo lo estoy midiendo en sentido anti horario y el punto que corta al eje Y es

18:45|A: Negativo

18:46|P: Negativo, así que N es menor que 0, acá ¿qué hacemos acá?, la pendiente es negativa, menor que 0, ¿están de acuerdo? y el coeficiente de posición mayor que 0. ¿están todos de acuerdo? Chicos ¿hay alguien que no lo vea? y en la cuarta situación ¿tenemos que?

19:33|A: La pendiente es negativa.

19:35|P: Ya, la pendiente negativa, porque me está dando esa inclinación y la voy a medir en sentido cierto, horario.

19:44|A: Es negativo también.

19:46|P: Y el coeficiente de acá N es menor que 0, ¿están de acuerdo, dudas con eso? ya y ¿cuántos puntos necesitamos para trazar una línea recta? así como estrictamente ¿cuántos?

20:02|A: Dos.

20:03|P: Dos no cierto, ¿basta con dos o necesitamos más? con dos puntos trazamos una línea rectan ¿Por qué? vamos a poner ahí, consideremos un punto cualquiera, ahí, por ese punto pasan infinitas rectas pasa esa, pasa esa pasa esa, esa, pasan infinitas rectas ¿cierto? pero si yo ubico. Ya, ¿estamos bien? por un punto pasan infinitas, pero si yo ubico otro punto, cualquiera entre ese punto y ese punto pasa una única línea recta. Vamos a esperar que salga bien ¿ya? ahí está la única recta que pasa por esos dos puntos ¿estamos de acuerdo? chicos anoten eso de ahí y no se todo esto lo tenemos ¿lo puedo borrar?

21:40|A: No, no eso no

21:42|P: Esto, esto

21:44|A: ¿Le puedo sacar una foto?

21:46|P: No que foto, anótenlo

21:49|A: ¿Profe porque no se puede medir el ángulo al otro lado?

21:53|P: ¿Cómo no se puede medir? todos los ángulos se... ¡ah!

22:00|A: Por ser este lo medimos acá, ¿pero puede ser si lo medimos por este otro lado?

22:06|P: Si se puede medir, pero sería lo que le falta para medir 180º

22:11|A: Pero, o sea, las dos estarían bien.

22:15|P: Sí, sí, pero la pendiente en ese caso sigue siendo negativa, porque, para definición de las que no hemos visto, y para efecto de definición de las razones trigonométricas, se definen, atravesó de un triángulo rectángulo, por lo tanto, necesito al menos un ángulo de 90º no van a medir nunca más allá de 90º, por otro lado, fíjate si esta sea la medida que sea, no sé, 20º y de aquí hasta acá, lo que falta para llegar a 180

22:53|A: 160

22:54|P: Claro, entonces se puede, pero todos los ángulos se miden en reducción al primer cuadrante así que entre 0 y 90º para definir la orientación.

23:41|A: ¿Señorita que significaba lo de arriba?

23:43|P: La definición de la función, para todo x, que pertenece al primer conjunto que teníamos graficado, que existe único Y que pertenece al segundo conjunto, tal que... Ese es un pertenece, ese es un existe, ese es un único y que pertenece al conjunto B, eso es un tal que. Ese es el conjunto digamos, el conjunto de los reales es el conjunto que contiene a todos los números entonces, ahí lo definimos con respecto a un conjunto A y un conjunto B. Con los reales son lo mismo.

25:30|P: No te entiendo, ah, no te preocupes, acostúmbrate que va a ser por un periodo largo.

27:06|A: No, si ya me quedo claro ya

27:08|P: No, si no ha quedado claro, mira, en la anterior era solamente el coseno de sistema y esto estaba en el libro que yo les subí, que era de manipulación algebraica, pero en esa unidad no había que tratarse de esa forma, pero yo se los puse en el libro, para que tuvieran el concepto para desarrollar los ejercicios que venían propuestos.

27:37|A: Claro, porque yo los hice y me aparecieron los resultados de cómo resolverlo.

27:47|P: Y en ese libro que aparece Ruffini y aparecen unas ecuaciones lineales.

28:01|A: Ese es el mismo libro que...

28:03|P: Si, el que bajaste y se supone que te estabas apoyando y ahora este es el libro que yo les subí, en ese libro está todo lo relacionado con las funciones, viste y aquí aparecen tramites de la función cuadrática, aquí aparece como... ahí está, viste, entonces, ahora la vemos más de lleno si otra era de apoyo no mas.

28:57|A: Eso era lo que se trata de hacer ahora.

29:02|P: No, ahora ya viene, claro de todo esto función lineal y cuadrática.

29:05|A: Si, porque yo no le me ha dado ni una.

29:10|P: Si, porque lo tenemos que ir resolviendo. Se supone que, en la medida que vamos viendo la materia, debería ir adquiriendo un poquito más de conocimiento previo, digamos, para poder enfrentar todos los ejercicios ya, ahora estamos en esa línea, ya.

29:31|A: Esa es lo que yo le decía, de lo que había revisado aparecía un gráfico así y aparecen, no sé, numeraciones de cinco en cinco y quince, veinte, cortaban el 18 y Ud. lo que decía es que había un rango.

29:54|P: Ya, y vez ahí viene esa, después nosotros la estudiamos con algunas características.

30:00|P: ¿Te fijas? ahora tu reconoces un poco más de vértices, intersecciones y todo eso.

30:12|P: No, no se me apure, ahora estamos viendo lineal, la próxima clase vemos la cuadrática ¿ya?

30:44|P: Ya entonces chicos, estábamos viendo la representación grafica de la función lineal ¿no cierto? es una línea recta.

30:54|P: Allá trazamos un punto y definimos que por un punto pasan infinitas rectas, se mostró ahí con todas las rectas que podemos trazar, pero si trazábamos otro punto, pasa una única línea recta y esa única línea recta representa una única función ¿ya? por lo tanto, vamos a decir sean: Un punto uno de coordenadas: $P_1 : (x_1, y_1)$ y un punto 2 de coordenadas: $P_2 : (x_2, y_2)$.

31:32|P: ¿Ya? Estamos definiendo dos puntos, esos dos puntos los vamos a colocar en el sistema de ejes coordenados, no hagan lo que yo hago. Uds. grafiquen la recta con regla, además tienen cuaderno cuadriculado, sean generosos con los gráficos.

32:02|P: Entonces vamos a anotar dos puntos acá, ya un punto 1 aquí que tiene coordenada x_1 y 1 y un punto 2 por acá mas lejos, por ahí, un punto 2 que tiene coordenadas (x_2, y_2) ¿ya? Haga eso, grafique una recta que pase por estos dos puntos.

32:58|P: Ubique dos puntos cualquiera en el plano cartesiano, ahí yo los ubiqué en ese cuadrante ¿ya? Dibujen el x_1 y el x_2.

33:54|P: Con una reglita, eso, quedó perfecto y más encima quedó fuera de los puntos. Chicos, si esa línea recta paso del eje x hacia arriba o del eje x hacia abajo no es que sea distinta a esta, no es que este malo, si no que pusieron en otra posición los puntos no más, igual está bien porque la recta y la que cada uno dibujo se rige por la ecuación modelada de modo $y = mx + n$ ¿están de acuerdo con eso verdad? ¿dónde m era?

34:46|A: La pendiente

34:47|P: La pendiente y el n coeficiente de posición, pero sucede que ahora, yo podría llegar a obtener esa recta, ese modelo, esa ecuación que rige esta recta, aunque no tenga este formato ¿por qué? porque voy a tener los puntos, entonces, si conozco los dos puntos, un punto 1 x_1 y un punto x_2 y 2, usando una expresión que es:

$$y - y_1 = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \cdot (x - x1)$$

35:30|P: Esta expresión también me lleva a este modelo y este modelo representa a esta recta y esa recta es la representación de una función lineal, o sea, que si tengo dos puntos también puedo llegar a determinar esa expresión algebraica ¿están de acuerdo?

Episodio 2: Ejemplo, calcular la ecuación de una recta dados dos puntos

Este episodio está registrado en el video 45, desde el minuto 35:58 hasta el minuto 58:08.

En este episodio, la profesora da las coordenadas de dos puntos del plano, grafica la función y pide calcular ecuación de la recta, el ángulo de la función con el eje x y la intersección con los ejes.

Transcripción del episodio 2

35:58|P: Por ejemplo, si el punto uno tiene coordenadas $(4, 5)$ y el punto dos tienen coordenadas $(6, 9)$ dos puntos cualesquiera, esta ecuación que tiene este formato es la ecuación que yo la puedo obtener a través de dos puntos. Entonces, vamos a decir que esta es la ecuación de la recta, dados dos puntos, ecuación de la recta dados dos puntos, tenemos los puntos, los colocamos aquí y vamos a llegar a la ecuación de esta línea recta, que representa en algún momento la función lineal. Con esta ecuación, vamos a llegar a esto que es la ecuación principal, esta es la que no tenemos que perder de vista, si tiene esa forma esa expresión algebraica es porque es una línea recta y la puedo dibujar, si tenemos esos dos puntos, podemos trabajar con la línea recta.

37:30|P: Entonces, primero, grafico, realice el gráfico con esos dos puntos, a continuación de la ecuación de la recta. Sean generosos y a cada cuadrito le da el valor de la unidad. Coloque el uno, el 2 ahí, el sistema de eje coordenado.

38:33|P: En el eje, el punto 1 está compuesto de dos coordenadas: la primera es el eje x y la segunda es el valor que toma en el eje y. Siempre va en el orden x, y entonces, si este es el punto 1 ese es x_1 y 1 y este sería (x_2, y_2) ya, pero de momento ¿qué tiene que hacer?

primero, grafique los dos puntos, entonces a Uds. le van a dar el cuadradito 1,2,3,4,5,6 y para arriba hasta el 9.

39:37|A: Profesora, profesora, en la ecuación de ahí es $y - y_1$.

39:40|P: Sí.

39:41|A: Ya, ¿y esa y sería desprendida de la parte de arriba?

39:45|P: y esa y es la que me va a dar el formato, el modelo de la función estos y_1 y x_1 y los y_2 y x_2 son los valores que van a tomar los dos puntos, entonces estos de acá me van a llevar a esta expresión, ¿ya? Esa es la que me va a ir quedando después.

40:15|A: Seríaa ese con ese.

40:16|P: Claro, 4 con 5, ¿no? haber x, este es el eje x $(4, 5)$.

40:54|P: Te voy a sacar la silla un ratito, ya. Entonces el x_1 es 1 el x_1 vale 4 trazamos una recta paralela al eje y ¿no cierto? y cuando y vale 5, paralela al eje x este segmento es paralelo a este eje, aquí donde se intersecta ¿no cierto? tenemos el punto 1, ya, hacemos lo mismo con el punto 2; 6 con 9 el eje y es 9 y aquí donde se intersecta, tenemos el punto 2. Entonces con una regla o con un lápiz algo usen ahí para que no les pase, lo que me va a pasar a mi acá que no les quede chueco, ¿ya? creo que va por ahi, con una regla una los dos puntos.

42:28|A: Profe.

42:29|P: ¿Sí? dígame.

42:32|A: Los puntos los debe unir desde.

42:37|P: No, una.

42:40|A: ¿De dónde se unen?

42:41|P: Espera, entre los dos tienes que trazar una recta que pase por los dos puntos y adonde corta los ejes ya ese es otro tema, pero la recta que estamos nosotros que queremos graficar es esa, la que va a pasar por esos dos puntos, grafica, pásala, bien, trata de continuarla ¿ya?

43:09|A: Ya, eso es.

43:10|P: Sí, listo esa es la recta que estamos buscando, ¿estamos todos ok? esa recta tiene que tener el formato $y = mx + n$ donde esa m me va a dar de alguna forma me va a llevar a calcular ese ángulo, ¡ojo! que en el grafico no aparece la M, lo que aparece es ese alfa que viene de la M, pero no está la m sin embargo ese valor que es el.

43:46|A: Coeficiente.

43:48|P: Coeficiente de posición es el punto donde corte al eje y y en estos momentos según mi grafico mal hecho me está diciendo que lo está cortando en ese punto negativo, ¿los cálculos me van a decir si este grafico está bien hecho o no? estamos y con qué calculo me voy a quedar. Como tengo esta recta que pasa por dos puntos y aquí tengo la ecuación, voy a decir usando la ecuación ¿ya? Usando esta ecuación voy a reemplazar, ya empiezan a reemplazar y yo después reviso en la pizarra

$$y - y_1 = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \cdot (x - x_1)$$

44:54|P: ¿Qué le pasó?

45:03|P: Pero, la que me va a dar la forma, esa y queda igual ¿Ya? esa y queda igual, y_1 es el valor de k, del punto uno: 5, y_2 : $9 - y_1$, 5. Ese menos, chicos, ese menos y ese de acá son menos de la formula, o sea, eso tienen que ir siempre. Si algún numero anterior de acá, en estos puntos apareciera con un -6 o un -9, se nos van a juntar dos menos ¿ya? entonces va a quedar $9-5$, x_2, $6-x_1$, 4 por $x - x_1$ 4 va a quedar $y - 5 = \frac{4}{2} \cdot (x-4)$, va a quedar $y - 5$, 4 dividido por 2, $2x - 4$ y ahora fíjense que no pierdan de vista el modelo, tenemos que llegar a esto por lo tanto este lado tenemos que independizar la y y eso significa que este menos 5 no puede seguir ahí, tengo que sacarlo de ahí. Eso vamos a hacer en el otro paso ¿Ya?, 2 por x, $2x$, 2 por 4. ¿Sí? ¿Están de acuerdo? Ese menos 5 lo tengo que sacar de ahí, ¿cómo lo saco de ahí?

47:14|A: Sumando, sumatoria

47:17|P: Ya, operando con la operación inversa o sea sumando 5 ambos lados y aquí nos queda $2x$ menos 8 más 5 se nos desapareció de allá y apareció acá. ¿si? ¿Ya? resultado de aquí $2x - 3$ ¿Ya? a esto no le puedo dar más formato más parecido que lo que está ahí ¿cierto? ¿Qué podemos deducir entonces por comparación? ¿Cuánto vale la pendiente? Chicos ese es una m ¿Ya? es una m de pendiente $m = 2$ y eso significa que el ¿ángulo alfa lo calculo cómo? tangente a la menos 1 de 2 ¿cierto? Porque ya lo borré, pero habíamos dicho que el ángulo era tangente a la menos 1 de la pendiente y eso es tangente a la menos 1 de 2 ¿y ahí qué hacemos?

48:37|A: Se calcula

48:38|P: ¿Ya, y cómo? Con la calculadora

48:42|A: 63.43º

48:47|P: y ¿, que más tenemos? ¿Cuánto vale el coeficiente de posición?

48:53|A: -3

48:55|P: -3, ¿Ya? alguien me ayudara aquí, donde va los 63.43? aquí o acá? ¿Ya? entonces tenemos una recta con una inclinación de 63.43º y que es lo que el n donde va el n y el menos 3. O sea este no cierto, tan mal no andaba, chicos y si quisiera ver donde corta al eje x ¿Qué hago?

49:41|A: Reemplazo

49:44|P: ¿Qué reemplazo? Haber esta es nuestra recta, corta al eje y acá ¿cierto? En menos 3 tenemos el ángulo de inclinación, pero y si yo quiero ver este punto aquí donde corta el eje x ¿cómo lo veré? ¿Alguna idea algún dato?

50:20|A: Invirtiendo el x

50:25|P: Ya, haber acá la recta corta al eje y, fíjense corta aquí al eje y y ahí ¿el x es? y yo quiero ver este ahí, quiero ver como determino ese valor, que es el punto donde la recta cortaría al eje x, de nuevo, observen acá la recta corta al eje y en -3 en ese -3, x vale 0, y cuando la recta corta al eje x.

51:19|A: y vale 0

51:21|P: y vale 0, cuando la recta corta al eje x, y vale 0 se entiende ¿por qué? y vale 0 vamos a poner ahí para determinar el punto de intersección con el eje x y es igual a 0, se evalúa para $y = 0$ ¿Ya?, fíjense que sale del mismo grafico cuando x vale 0 aquí entonces corta la recta del eje y, si yo quiero saber dónde corta el eje x tengo que pensar qué y vale 0 porque es su imagen en el eje y, ¿están de acuerdo? Entonces ¿adónde vamos a igualar a 0? Ahí no cierto, por lo tanto, ese por lo tanto es el mismo ponemos de repente así ¿Ya?, pero ahora vamos a poner, por lo tanto, esa función $y = 2x - 3$, y es igual a 0 va a quedar $2x - 3$ que hago ahí, ¿qué tendría que despejar?

53:20|A: La x

53:21|P: ¿La x cierto y como la despejo?

53:27|A: Pasa restando, o sea pasa sumando el 3.

53:31|P: Menos 3 pasa sumando y los demás pasa haciéndolos distintos. Bueno si es -3 no cierto, operación inversa 3 positivo no se anota, pero si estaba negativo no cierto, con la operación inversa quedaría 3, 3 es igual a $2x$ ¿cierto? y acá como está multiplicando no cierto, operación inversa que sería la división 3 medio, pasa dividiendo, ¿están de acuerdo?

54:01|A: Sí.

54:03|P: Así que x vale 1.5 ¿dónde corta al eje x? en 1,5 entonces el 1 ese sería el 1.5 y el 1 está un poquito antes, a Uds. en el grafico les tiene que quedar perfecto. Bien, si las matemáticas no mienten ¿estamos de acuerdo hasta aquí? ¿dudas? ¿Dónde después qué? No si las funciones lineales son fáciles a menos que pase la clase pasada hicimos un ejercicio no cierto donde estábamos metiendo arto manipulación algebraica, pero eso ¿Ya? paso por lo tanto hay que saber aplicarlo

55:16|A: Muy fácil

55:18|P: ¿Muy fácil? A ¿Ya?, ¿listo? Uds. en el margen del cuaderno mano derecho vayan colocando como datos importantes, datos así, por ejemplo: esos detalles la función lineal tiene la forma de $y = mx + n$ dato importante, no menor porque eso nos va a dar el enfoque hacia donde tenemos que llegar para poder graficar, si no que bueno ya tienen que ir grabándose la idea que La m es la pendiente con el arco tangente sacamos el ángulo que la n es el punto donde corta al eje y y que si quiero determinar el valor de corte con el eje x ¿Qué tengo que hacer? ¿Qué tengo que hacer? Evaluar la y en 0 cierto

56:36|A: y despejar el x

56:37|P: y despejar el valor de X, esas cositas, esos datitos póngalos en su cuaderno en una barra por ahí o los ponen en una cartulina así y con plumones y lo pegan en el refri, Uds. saben que eso no falla. ¿Ya? ¿cómo trazamos la recta aquí? Rebobinemos, ¿Cómo trazamos la recta acá?

57:06|A: Entre dos puntos

Episodio 3: Ejemplo, calcular la ecuación de una recta dados un punto y una pendiente

Este episodio está registrado en el video 45, desde el minuto 58:08 hasta el minuto 59:50 y en el video 46 desde el minuto 00:00 hasta el minuto 24:31.

La profesora da como ejercicio calcular la ecuación de una recta a partir de un punto y una pendiente, una vez calculada, relaciona elementos de la ecuación con la gráfica y calcula intersección de la función con el eje x.

Transcripción del episodio 3

58:08|P: Necesitábamos dos puntos ¿cierto, pero si tenemos un punto y la pendiente conocidos un punto y la pendiente, chicos, también podemos trazar la recta, ahí dice punto, conocidos los puntos también podemos trazar la recta. ¿¿Ya?? Veamos un punto la pendiente por ejemplo un punto 1 de coordenada -5, -7 y la pendiente una pendiente también -7 negativa, veamos, haga eso. Haga el gráfico.

58:51|A: ¿-7 dice? ¿$m - 7$?

58:55|P: ¿Perdón? m es igual a -7, si

00:46|P: ¿Quién no ha firmado?

00:47|A: Yo.

01:09|P: En el plano cartesiano dibuje el punto, con el pendiente saque el ángulo y estime donde debería ir esa recta.

01:59|P: ¿Les digo algo chiquillos? No ahorren cuadritos.

02:08|A: Es que mi mamá después me cuenta las hojas.

02:10|P: Ahí está, claro.

02:15|A: Me las tiene enumerada.

02:18|A: ¿Tan chicos los gráficos?

02:20|P: Lo que pasa es que, de principio, traten de darle la unidad a cada cuadrito para que aparezcan bonitas las rectas y se puedan identificar bien, si le empezamos a meter mucho número en un solo cuadrito, pero bueno, decisiones personales.

02:54|P: Ya, -5, -7, el eje x, el eje y. -5, por acá vamos a tener el -7. Acá está el punto ¿sí? pero pasa que ahora hablamos de una pendiente que es negativa y nosotros podríamos calcular ese ángulo como tangente a la -1 de -7 y eso sí se puede hacer con la calculadora

03:29|A: -81

03:31|P: −81 ¿punto?

03:34|A: 86

03:36|P: Ahí tenemos el ángulo ¿y el ángulo negativo? ¿Para donde trazo esa recta?

03:54|A: Buena cachupin, si le pega, si le pega.

03:58|A: No sé

04:02|P: ¿Quién le ayuda?

04:03|A: Yo le ayudo.

04:11|P: Ya ¿cómo?

04:14|A: Así.

04:16|P: Y eso mismo lo pueden hacer con el plumón acá.

04:18|A: Por eso, hágalo usted, el Alexis la sabe hacer.

04:29|P: Son muy pesados,

04:36|A: Profe, saque el transportador

04:45|P: Chicos, voy a poner el puntito más acá porque estaba mirando que la recta va a quedar cómo... Ya, ahí está $-81, 86$. Para acá ¿sí? ¿así les quedó o no?

05:09|A: No, porque el ángulo es negativo

05:16|P: Porque el ángulo es negativo

05:18|A: Sí.

05:20|P: Porque el ángulo es negativo, ustedes mismos me dijeron al principio cuando clasificamos la recta con la pendiente y el coeficiente, ustedes mismos me dijeron cómo tenía que ir quedando ¿ya? por eso la desdibuje de nuevo

05:48|A: Pero no debería ponerse el 81

05:50|P: No, no debería ponerse, pero ahí le puse para indicar el sentido de medida

05:53|A: Ah ya

06:03|P: Eso es producción ¿ya?

06:14|A: Profesora, ahí cómo podemos saber la inclinación del ángulo ¿usted cómo sabe en qué nivel de la pendiente queda?

06.23|P: Cada cuadrante aquí mide 90°, si dibujamos aquí un sistema de cuadrantes, o sea, si fuera 81° no podría graficarlo así, como tan... Claro, porque si en ese punto dibujaras un sistema de ejes coordenadas, hicieras una traslación paralela acá, claro, el eje y te quedaría para arriba y el eje x aquí estarían los 90°, entonces sí quiero dibujar 81° tiene que estar y justo por la mitad hay 45°, así que para 81° tengo que acercarme más al eje.

07:21|A: Igual es difícil sacarlo exacto.

07:23|P: No, exacto no

07:26|A: Entonces es como para poder graficar y sacar información

07:28|P: Claro, exacto exacto no vamos a poder graficar, a menos que tengamos el transportador que tiene el Fonsi ahí ¿ya? pero aproximado si, ahora quien va a decidir si la gráfica que estamos haciendo o no, la ecuación ¿por qué? porque conociendo un punto y una pendiente se puede trazar la recta, como en este caso y usando $y - y_1 =$ pendiente factor de $x - x_1$. Con esta expresión:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

08:14|P: Determinamos la ecuación de la recta y esa ecuación es la que nos va a decir muchas cosas, por ejemplo, el valor donde corta el eje y, por ejemplo, si está pendiente está bien o no o el valor donde va a cortar el eje x, todo eso nos va a decir la ecuación, usémosla.

09:12|P: Vamos a decir: $y - y1 = m(x - x_1)$ Si este es el punto 1, esto sería (x_1, y_1) ¿ya? nos va a quedar $y-$, y_1 es -7 ¿la pendiente? la pendiente era -7

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-7) = 7(x - 5)$$

09:44|P: ¿Cierto? por $x - x_1$ que es -5, hasta ahí ¿estamos de acuerdo en lo que estamos haciendo?

09:52|A: Sí.

09:53|P: Reduzca eso y debe darle la forma del $y = mx + n$

11:18|P: Cuidado con los signos chicos

11:48|A: Me da $-7x - 52$

11:57|A: Da puros signos negativos

12:02|P: ¿Da puros signos negativos? Veamos Y menos por menos más, 7 igual acá va a quedar -7 factor de x, menos por menos más, 5 paréntesis ¿estamos bien hasta aquí? $y + 7 = -7(x - 5)$

12:20|A: Sí.

12:22|P: Chicos, yo lo hago paso por paso, pero ustedes se pueden saltar todos los pasos que quieran ¿cierto?

12:29|A: Correcto señorita **12:30|P:** -7 por $x-7$, $x-7$ por 5, -35 , $y+7 = -7x+35$ ¿Y qué hacemos con el 7? Operación inverno ¿cierto? -35, $y = -7x - 35 - 7$ Operamos con el inverso aditivo en este caso para ambos lados y queda como -7 allá ¿y acá? -7x ¿y eso que da?, $y = -7x - 42$

13:02|A: -42

13:05|P: -42 ¿qué significa eso?

13:13|A: La ecuación principal

13:14|P: Si, esta es la ecuación principal de esa recta ¿cierto? ¿que más nos dice eso? ¿qué más nos está diciendo?

13:34|A: Que es negativo el resultado

13:39|P: ¿Qué resultado es negativo? ¿Ve algún resultado negativo? jajaja, ya ¿qué más nos está diciendo?

14:02|A: El coeficiente de posición

14:03|P: ¿Qué?

14:06|A: El coeficiente de posición

14:07|P: ¿Con quién lo tenemos que comparar? ¿Lo comparamos con qué? Con Y=mx+n, por lo tanto, nos está diciendo que la pendiente $m = -7$

14:23|A: -7

14:24|P: Nada nuevo realmente, porque partimos de ahí, ya estábamos confirmando lo que teníamos ¿y que más nos estaba diciendo? que el coeficiente de posición es $n = -42$

14:37|A: -42

14:39|P: Ya ¿y eso significa que?

14:41|A: Hay que ponerlo abajo

14:43|P: Que aquí ¿cierto? que ese valor de corte con el eje y es -42

14:55|A: Es seca

14:56|P: ¿Y qué más podemos sacar de esta línea recta?

15:01|A: La intersección de x

15:03|P: Eso, muy bien, donde corta el eje x y cómo... Meneses ¿cómo está? bien, que bueno

15:21|A: ¿La x es la línea x o no?

15:24|P: ¿La n? Ah, la m es la pendiente de la recta, está relacionada con esto, con el ángulo, con la pendiente puedo sacar el ángulo. La m tu no la vas a encontrar en ninguna parte acá, no está dibujada, no está en el gráfico, lo que aparece es el ángulo que lo puedo sacar a través de la pendiente con Shift pendiente de la tangente obtengo el ángulo ¿ya? [formula]

16:06|P: Para determinar el punto de intersección con el eje x ¿hacemos? ¿qué hacemos?

16:41|A: Despejar x

16:42|P: ¿De dónde?

16:44|A: De y

16:45|P: Ya ¿y qué hacemos con la y?

16:47|A: La igualamos

16:49|P: Hacemos $y = 0$. Ya, despeje y entonces.

17:37|P: Despeje el valor donde la recta corta al eje x.

18:07|A: Efectivamente hay que dividirlo, me da negativo

18:40|P: ¿Si? ¿Cuánto le dio?

18:41|A: -6

18:43|P: -6, ya, apareció que corta al eje x en -6 ¿eso es? veamos.

18:54|A: Ah, está mal.

18:55|P: No, yo no he dicho que este mal, veamos si es así.

18:58|A: ¿Por qué no lo hace para recordarlo?

19:02|P: Ya, en esta ecuación ahí hacemos el valor de Yy lo hacemos igual a 0, es $0 = -7x - 42$ ¿cierto? vamos a determinar el valor de X con la operación contraria $42 = -7x/-1$ ¿sí? acá nos quedó el $-7x$ a este lado quedó negativo, operación ¿multiplicado por?

19:47|A: 1

19:49|P: -1, para que a este lado quede positivo, pero al quedar positivo acá queda negativo allá ¿sí? y con la operación inversa de la multiplicación $-42/7 = x$ ¿es? Si: $y = -7x - 42$

$$0 = -7x - 42$$

$$42 = -7x/-1$$

$$-42 = 7x$$

$$-42/7 = x$$

$$-6 = x$$

Punto de corte con el eje x

20:12|A: -6

20:13|P: Y esto es punto de corte con el eje x, o sea, fíjense que lo corta aquí, cuando X vale -6 ¿cuánto vale Y?

20:39|A: 0

20:40|P: O sea estamos hablando de un punto $(-6, 0)$ y aquí ¿quién vale -42?

20:50|A: Y

20:51|P: ¿Y cuánto vale x acá?

20:53|A: 0

20:54|P: ¿O sea que aquí estamos hablando de? de un punto de coordenadas de...

21:00|A: De $(0, 42)$

21:01|P: Pero perfecto

21:12|P: ¿Perdón?

21:15|A: Como son 2 puntos ¿son 30 y 60?

21:18|P: Son 2 intersecciones

21:19|A: Ah claro, sería -6

21:24|P: Son 2 puntos, un punto de intersección con el eje x y otro con el eje y

21:56|A: Bien

21:57|P: ¿Cómo vamos? ¿Bien? ¿dudas? ¿no? Chicos, se pueden tomar unos momentos, pongámonos de acuerdo ¿quieren recreo?

22:07|A: Si

22:08|A: Break

22:10|P: La vez pasada les de recreo y no salió ninguno

22:11|A: No

22:12|A: Estamos más grandes

22:14|P: ¡Ah! ¡Están más grandes! Entonces pórtense como gente más grande

22:20|A: ¡Oh!

22:31|P: Ya, break ¿10 minutos?

22:33|A: Eso

22:34|A: 15

22.36|P: No, yo voy a comenzar en 10 minutos

22:38|A: Ya

22:50|P: Fonsi ¿tienes todas las clases? ¿has venido a todas las clases?

23:00|A: Casi a todas

23:02|P: ¿Me puedes prestar tu cuaderno?

23:03|A: Si, ningún problema

23:05|P: No, si yo voy a entender altiro.

Episodio 4: Repaso funciones hasta función afín

Este episodio está registrado en el video 47, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 05:35.

La profesora hace un repaso oral de lo que ha visto e indica las fórmulas presentadas para función afín.

Transcripción del episodio 4

00:00|P: Comenzaron a llegar en gotera, pero tenemos que avanzar ¿ya?

00:10|A: Avancemos.

00:13|P: Entonces con la clase de hoy en realidad, ya tenemos información como para resolver varios ejercicios que están en los controles de funciones polinómicas. Yo no he dicho que todos los ejercicios de un control, ojo, he dicho que sí, varios, pero como este contenido termina el 15 ¿ya? a ese momento ya hemos resuelto todo para que usted resuelva los controles, no lo deje todo para última hora, van a tener este fin de semana ¿ya? traten de hacer los controles que más puedan o ¿ustedes creen que el fin de semana se hizo para descansar?

01:13|A: Sí.

01:17|A: Yo trabajo señorita, de verdad

01:23|P: Jajaja, ya señores, resumamos lo que tenemos hasta aquí, ustedes me dicen a mí ahora. Tenemos definición de función, tenemos que las funciones se pueden representar en términos de diagramas sagitales ¿cierto?

02:01|A: ¿Sagitales?

02:02|P: Si, sagitales, estos de acá, estos que ponemos, estos se llaman diagramas sagitales, bueno, también se llama "diagrama de venn" (entran alumnos en medio de la clase)

02:22|P: No dije yo, tenemos un problema de reloj. Ya, las funciones se pueden graficar y están representadas por una línea recta, la vez anterior vimos que mediante una tabla también podía aparecer una gráfica que es una línea recta, tenemos registro gráfico, registros tabulares, mediante diagramas sagitales ¿qué más? y finalmente nuestra función lineal se presenta por una ecuación igual A: $y = mx + n$ ¿dónde m se llama?

03:18|A: ¿Pendiente de la recta?

03:20|P: Pendiente, ya ¿y con la pendiente podemos él?

03:24|A: La tangente

03:25|A: El ángulo de oscilación

03:26|A: El ángulo de la recta

03:27|P: El ángulo de la recta, bien ¿y el n?

03:34|A: El coeficiente de posición

03:37|P: El coeficiente de posición, ahora, dado 2 puntos podemos trazar una línea recta. Un punto, un punto y trazamos una única línea recta que pasa por esos dos puntos ¿cierto? pero esa recta también tiene una ecuación que la rige ¿cómo calculamos esa ecuación?

04:04|A: $y - y_1 =$...

04:06|P: No importa, no de memoria, pero de aquí a la próxima clase tiene que sabérsela de memoria

04:11|A: $y_1 = y2 - y_1/x2 - x_1 * (x - x_1)$

04:27|P Profesora apunta en la pizarra:

$$y - y_1 = \frac{x_1 - y_1}{x_2 - y_2} \cdot (x - x_1)$$

04:28|P: Bien, con esa, colocamos estos puntos de aquí y vamos a obtener lo de acá ¿cierto? supongamos que la gráfica de esto, fue una recta así ¿podemos obtener ese coeficiente de posición? ¿como?

04:52|A: Igualando la y a 0

04:57|P: Este valor de Y es donde corta el eje y, ósea n ¿y este valor cómo lo sacamos?

05:06|A: (inaudible)

05:09|P: ¿Y haciendo qué?

05:10|A: Igualando a 0

05:11|P: Igualando a 0 la y y vamos a obtener el punto donde corta el eje de las x ¿cierto? Y esa es la función lineal, pero llegar a la representación gráfica de una función lineal dada por una expresión polinómica ¿ya? es otro cuento

Episodio 5: Graficar una función afín y obtener elementos característicos

Este episodio está registrado en el video 47, desde el minuto 05:35 hasta el minuto 21:25.

La profesora les propone una expresión algebraica y les solicita graficarla. La profesora al resolver la tarea, desarrolla y reduce términos semejantes para obtener una función afín y luego la grafica a partir del coeficiente de posición y luego calcula el ángulo que forma la función con el eje x y la intersección de la función con el eje x.

Transcripción del episodio 5

05:35|P: Considere la siguiente expresión: $3(x-1)^2+2x(x+2)-5x(x+1)+y=$ Grafique esta función y ya sería lo último que hacemos por hoy. Grafique esta expresión: $3(x-1)2+2x(x+2)-5x(x+1)+y=2(y-x)$

06:21|A: Profe

06:22|A: Está enojadita

06:23|P: No

06:24|A: Se enojó la profe

06:29|P: No, tienen que soltar más la mano no más chiquillos, ya, tienen 5 minutos para hacerlo.

06:47|A: ¡¡Oh!! (alumnos reclaman en broma)

06:52|P: ¿No les gustó quedarse afuera?

06:54|A: Diagrama de ¿qué dice?

06:56|P: Diagrama de venn, se llaman diagramas de venn estas escrituras de acá, cuando tomamos (alumno menciona algo)

07:04|P: Es que había mucha gente comprando, eso de ahí se llaman diagramas de venn (haciendo alusión a grupo de A que cuentan con elementos en el grupo de B)

07:14|A: ¿De ben? ¿Ben 10?

07:18|P: De venn o diagramas sagitales (alumno menciona algo)

07:27|P: No, TN viene de otra cosa, está bien, todos terminan en venn

07:38|A: Todo eso para llegar al resultado de n

07:40|P: Exactamente, tiene que llegar a un buen resultado

08:15|P: No saquen fotos po chiquillos ¿y el derecho de autor? ¿qué pasa con él?

08:26|A: Si ¿cierto? en todo caso

08:30|P: Mínimo

08:32|A: Pero ya está todo anotado

08:33|P: Ah claro

08:40|A: Alumno lee en voz alta la ecuación

09:29|P: Chicos ¿quién falta firmar?

09:50|A: ¿Cierto profe?

09:53|P: Dime

09:55|A: Mire, cuando yo digo que $3(x-1)$ al cuadrado me da tres.

10:18|P: Es que eso no está bien

10:19|A: Pero si yo esto lo resuelvo me da 1

10:29|P: Es que no está bien porque eso no lo hace la calculadora. Altiro mijo

10:39|A: ¿Tiene que quedar negativo o positivo?

10:41|P: Si te queda negativo multiplicas por -1, para que la Y quede como Y positiva. Porque estamos aislando $y = a$, no $-y$

10:51|A: Señorita

10:55|P: Eso es... No, porque $-1 \cdot (-1) = 1$, porque es menos por menos

11:03|A: Ah verdad que está multiplicando

11:05|P: Si, ahí multiplicas término a término (alumnos conversan acerca del ejercicio, dan valores y cálculos, pero se logra entender muy poco)

11:24|P: Ya

11:29|A: ¿Ahora hay que graficar?

11:30|P: Claro, ahora tienes que hacer, de esa expresión saca por favor todo, el máximo de análisis que puedas hacer, no sé, graficar, sacar pendiente, coeficiente de posición, corte con el eje y, corte con el eje x, todo lo que puedas hacer.

12:14|A: Profe, acá está la lista

12:16|P: Gracias

12:17 A: Alumnos murmuran respecto al ejercicio

12:41|P: Chicos, próxima clase por favor el material que está en internet, dice funciones polinómicas ¿ya? descárguenlo, imprímanlo, como quiera, pero aparezcan con el ¿ya?

12:58|P: Veamos, recordemos algunas cosas, por ejemplo, si nosotros tenemos un cuadrado de binomio. Recordar que, el cuadrado de binomio se soluciona como: $3(x-1)2 + 2x(x+2) - 5x(x+1) + y = 2(y-x)$

13:15|P: Primero al cuadrado menos el doble del primero por el segundo + el segundo al cuadrado $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

13:22|P: Porque este es negativo, porque si fuera positivo, el doble producto cambiaría ¿ya? $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

13:28|A: Hacen un cuadrado de binomio

13:31|P: Y ese de productos notables es lo que tendríamos que recordar: $3(x-1)2+2x(x+2)-5x(x+1)+y=2(y-x)$

13:39|P: 3 por primero al cuadrado menos el doble del primero por el segundo más el segundo al cuadrado ¿De acuerdo? ¿Estamos bien? más $2x$ por $x+2x$ por $2-5x\cdot x$ y acá hay un menos por más, $-5x\cdot 1+y$, ¿y acá? $2\cdot y-2x$ ¿estamos de acuerdo hasta ahí? $3(x^2-2x+1)+2x^2+4x-5x^2-5x+y=2y-2x$

14:35|P: Veamos término a término: 3x cuadrado

14:38|A: $6x$

14:42|P: ¿O "-6x"?

14:43|A: $-x$

14:45|P: $3x$ y para allá voy a copiar. Chicos, ustedes se pueden saltar todos los pasos que quieran $3x^2-6x+3+2x^2+4x-5x^2-5x+y=2y-2x$

15:00|A: Menos en la prueba

15:01|A: Usted quiere todo detallado

15:05|P: No sé ahí, ustedes ven. Esta parte del desarrollo, si, la podrían haber hecho rápido: $3x^2+2x^2=5x^2-5x^2=0$¿cierto?

15:21|P: ¿Sí o no? ¿qué pasó?

15:24|A: Si, totalmente de acuerdo

15:28|P: $-6x+4x=-2x$ con $-5x$

15:34|A: $-7x$

15:25|P: $-7x$, entonces tenemos a este lado $-7x$, 3, no hay más, +3 ¿que nos quedó? La $y$de acá, voy a copiar eso $-2y-2x$ ¿y ahora? entonces ¿qué hago? ¿junto las X allá y los números allá y la Y acá?

16:08|A: No

16:09|P: Michelle ¿qué pasó?

16:10|A: No, nada

16:17|P: Entonces dejo esa Y, esa va con la operación inversa ¿cierto? acá va a quedar un $-2x+7x-3$ ¿sí? resultado de acá?

16:38|A: $-y$

16:40|P: $-y$ ¿verdad? y acá tenemos

16:49|A: $5x-3$. Ojo que andamos buscando el tratar de dar la forma a $y=mx+n$ y no $-y$ ¿y qué hacemos?

17:06|A: Multiplicamos por -1

17:07|P: $y=-5x+3$ ¿sí? ¿hasta ahí?

17:17|A: ¿Y ahí está completo?

17:18|P: Correcto y con eso tenemos el valor de la pendiente ¿qué es?

17:26|A: m

17:28|P: ¿Cuánto vale m?

17:30|A: -5

17:31|P: -5 y n=3. Con esa pendiente -5 ¿el ángulo será?

17:41|A: $tan^{-}1(-5) = -78{,}69^{o}$

17:52|P: Ya y con este valor y este ángulo ¿puedo trazar la recta verdad? donde por aquí voy a anotar el 3

18:11|A: ¿Por qué siempre tiene que ser así (diagonal)?

18:15|P: ¿Por qué así? ahí, con rojo, ¡ah! si tiene que trazar una recta no más

18:26|A: La modelo

18:31|P: Gracias, ese es el ángulo, para acá tenemos el eje y y acá tenemos el eje x ¿verdad? Chicos, el punto de corte con el eje y, punto de intersección con el eje y, será el punto de coordenadas

19:03|A: 0,3

19:05|P: 0,3 ¿y el punto de intersección con el eje x será el punto de coordenadas?

19:19|A: No sabemos

19:20|P: No sabemos ¿será ese punto? y como no sabemos lo buscamos, ya. Borro para allá Ya, entonces vamos a decir igual que antes: para determinar el punto de intersección con el eje x. Para determinar el punto de intersección con el eje x, $y = 0$. Entonces ¿dónde ponemos la $y = 0$?

20:25|A: $0 = -5 + 3$

20:33|P: $-5x$ ¿cierto?

20:35|A: $0 = -5x + 3$

20:39|P: ¿Sí o no?

20:40|A: Si

20:41|P: Ya, operación inversa con el 3, ya, equivale

20:49|A: Se multiplica por -1

20:52|P: Ya, entonces quedó $5x$ igual

20:54|A: 3

20:58|P: Por lo tanto ¿x vale?, perdón ¿cuánto vale?

21:05|A: 3/5

21:09|P: 3/5 ¿cierto? o 0,6 que es lo mismo, así que el punto que tenemos que anotar acá es 0,6

Episodio 6: Cierre de la clase

Este episodio está registrado en el video 39, desde el minuto 21:25 hasta el minuto 23:44.

Cierre de la clase e indicación del trabajo de la clase siguiente.

Transcripción del episodio 6

21:25|P: Pero perfecto, chicos quedamos hasta aquí por hoy, próxima clase vamos a fusionar lo que hemos visto hasta ahora en un tallercito que tengo escrito y tratar de entrar a la cuadrática, a la función cuadrática

21:55|A: Funciones cuadráticas, nos va a dejar cuadrados *alumnos bromean al respecto*

2122:55|A: ¿El cuaderno le sirvió?

2122:56|P: Sí, me sirvió, es que me dejó preocupada que yo no haya visto nada al respecto y no, incluso está en el taller, porque la verdad es que me preocupó harto de darles las herramientas para que tengan.

B.1.3. Clase 3

Esta clase se registró en los videos 56 y 57. La clase fue grabada el día martes 06 de junio del 2017 entre las 18:30 y 20:45.

En estos videos no se cuenta con el audio (por una falla técnica), por lo que se realizará el resumen en base a las imágenes y documentos obtenidos.

Episodio 1: Repaso definición de funciones y ejemplo sobre precio de estacionamiento

Este episodio está registrado en el video 56, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 09:39.

La profesora repasa el concepto de función y proyecta en una presentación de PowerPoint como ejemplo el caso de una función que modeliza el precio de un estacionamiento en función del tiempo. Este es el mismo ejemplo que ya había trabajado en el episodio 3 de la primera clase. Finalmente proyecta la definición de función.

Transcripción del episodio 1

Sin transcripción.

Episodio 2: : Ejercicio sobre el criterio de la recta vertical

La profesora proyecta el gráfico de 6 relaciones en el gráfico y solicita determinar cuál de las gráficas representa una función y las resuelve mediante "el criterio de la recta vertical".

Este episodio está registrado en el video 56, desde el minuto 09:39 hasta el minuto 18:59.

Transcripción del episodio 2

Sin transcripción.

Episodio 3: Repaso clasificación de funciones y gráficas de la función lineal

La profesora proyecta un mapa conceptual en el que aparece la clasificación de las distintas funciones: algebraicas y trascendentales y muestra en particular las distintas variaciones gráficas de acuerdo a los signos de los coeficientes de una función afín. También muestra de forma general el caso de una función por partes en que cada parte es afín.

Este episodio está registrado en el video 39, desde el minuto 18:59 hasta el minuto 28:36.

Transcripción del episodio 3

Sin transcripción.

Episodio 4: Ejercicio guía, problema de la fotocopiadora en mal estado

La profesora entrega una guía de trabajos con tareas extraídas de la plataforma. En la primera de estas tareas, es determinar la pre-imagen de un valor en el contexto de una fotocopiadora en mal estado que entrega menos fotocopias a medida que pasa el tiempo.

La profesora resuelve esta tarea por etapas y en cada una de estas da tiempo para que los estudiantes lo resuelva y finalmente lo resuelve ella en la pizarra.. Primero, grafica los datos en un plano cartesiano. Luego, mediante la punto-punto obtiene la ecuación de la recta que modeliza el problema y finalmente plantea la ecuación y determina la pre-imagen.

Este episodio está registrado en el video 39, desde el minuto 28:36 hasta el minuto 59:50.

Transcripción del episodio 4

Sin transcripción.

Episodio 5: Ejercicio pendiente en problema de movimiento con velocidad constante

La profesora proyecta la tarea de calcular la pendiente de la recta a partir del gráfico de la función que modeliza la posición de una persona en función del tiempo. La pregunta solamente pide la pendiente, pero la profesora además calcula la expresión algebraica de la recta y el ángulo que forma la recta con el eje x.

Este episodio está registrado en el video 57, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 21:31.

Transcripción del episodio 5

Sin transcripción.

Episodio 6: Calcular la expresión algebraica del problema de la fotocopiadora en mal estado

En este episodio, la profesora presenta el mismo contexto utilizado en el episodio 1 de esta clase, el de una fotocopiadora en mal estado. La diferencia es que en cambian los valores y en vez de pedir la preimagen, se pide la expresión algebraica.

Este episodio está registrado en el video 57, desde el minuto 21:31 hasta el minuto 26:18.

Transcripción del episodio 6

Sin transcripción.

Episodio 7: Ejercicio sobre las funciones costo, ingreso y utilidad

La profesora trabaja sobre la obtención de las funciones costo, ingreso y utilidad a partir de datos entregados en lenguaje natural y de información de las fórmulas algebraicas para cada caso.

Este episodio está registrado en el video 39, desde el minuto 26:18 hasta el minuto 39:28.

Transcripción del episodio 7

Sin transcripción.

Episodio 8: Cierre de la clase

De acuerdo a los apuntes, habló de lo que se trabajaría en la clase siguiente e instó a los alumnos a trabajar en la plataforma.

Este episodio está registrado en el video 39, desde el minuto 39:28 hasta el minuto 41:50.

Transcripción del episodio 8

Sin transcripción.

B.1.4. Clase 4

Esta clase se registró en los videos 61 y 62. La clase fue grabada el día jueves 08 de junio del 2017 entre las 18:30 y 20:45.

Episodio 1: Trabajo de introducción a las funciones cuadráticas

La profesora diseña un documento en el que propone una actividad que utiliza para introducir las funciones cuadráticas. En una tarea denominada "lanzamiento de un objeto" en el contexto de la modelización de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, la profesora propone una serie de subtareas: 1) Calcular la imagen de un valor, 2) Calcular el máximo de la función 3) Raíces de la función 4) Graficar la función.

Este episodio está registrado en el video 57, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 59:50.

Transcripción del episodio 1

Sin transcripción

B.1.5. Clase 5

Esta clase se registró en los videos 78 y 80. La clase fue grabada el día martes 12 de junio del 2017 entre las 18:30 y 20:45.

Episodio 1: Repaso sobre elementos de una función cuadrática

En este episodio, la profesora resume los elementos característicos de la función cuadrática y la gráfica de la función a partir de estos elementos.

Este episodio está registrado en el video 39, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 15:59.

Transcripción del episodio 1

00:00|P: Por un tema de que la siguiente clase nosotros tenemos la prueba, yo los quiero concentrados en mi clase ¿ya?, si les voy a dar 10 minutitos antes o que se yo les doy los 10 minutos, pero yo quiero que trabajen conmigo hoy día, que ninguno de Uds. les vaya mal en el examen ¿ya?

01:19|P: Yo les quiero decir algo como hoy día vamos a hacer la guía, les prepare una guía de funciones cuadráticas las vamos a resolver porque como la próxima clase tenemos la prueba de funciones y ya tenemos superada la etapa de función lineal, bueno ahora hay que hacer todas las consultas si no están las etapas superadas ¿ya? y les cuento que esta es la última clase que nos acompaña Jorge ¿sí? porque es solamente por el periodo de las funciones polinómicas, que eran la lineal y las cuadráticas. Así que al final Jorge va a hablar con Uds. ¿ya? además de que les va a dar las gracias ¿quieres decir algo tú?

02:06|Camarógrafo: no, no, voy a esperar hasta el final de la clase

02:09|P: Entonces la clase pasada vimos el análisis de la función cuadrática y dijimos que la función cuadrática tenia forma de: $y = ax^2 + bx + c$

02:28|P: Condiciones para este A B y C, que creen que representen a los conjuntos de los números reales, voy a tomar cualquier valor real. Aclaremos que, por ejemplo, que Y podía tener un formato como: $y = 3x^2 + 5x + 8$. Entonces ¿que espero yo de Uds.? espero que reconozcan que el término que acompaña a x^2 en este caso es valor 3 y el termino que acompaña b, perdon, el termino que acompaña a x es b y en este caso b toma el valor 5 y el termino que acompaña es c es -8 ¿ya? Entonces para identificar mejor, vamos a colocar: $a = 3; b = 5; c = 8$. ¿Ya? es una técnica de trabajo nada más entonces para ¿qué es esto? porque la representación grafica de esta función cuadrática, es una parábola vertical. Una parábola vertical que podría estar orientada hacia arriba y orientada hacia abajo ¿están de acuerdo? cuando se pierdan, me dicen para hacer hincapié en esto...

Ahora si está orientada hacia arriba, el menor número que toma aquí abajo ¿tomaba el nombre de mínimo? revisen sus apuntes, en alguna parte tenemos la gráfica de una sola parábola con las características

04:47|A: Concavidad positiva

04:48|P: En este caso la concavidad positiva pero este último elemento dijimos ¿que se llamaba? ¿era? alguien tiene

05:04|A: Vértice

05:06|P: Vértice y en el caso que quedara aquí en la concavidad positiva ¿era un máximo o un mínimo?

05:13|A: Mínimo

05:14|P: Era un mínimo en este caso la concavidad era negativa y el máximo valor que tomaba acá era un máximo ¿cierto? Ahora, características concavidad, la concavidad de la parábola estaba dada por el valor que tomaba A. Recuerden A en este caso es 3, un caso muy particular, pero A es el término que acompaña x^2. Si $a > 0$ entonces la parábola era positiva y nos entregaba un mínimo un valor mínimo ¿sí? y si A es menor que 0 entonces la parábola sea como sea era concavidad negativa, el valor de aquí en este punto nos entregaba un máximo. Ese era una característica de la función cuadrática que estaba representada por una parábola ¿se acuerdan de otra?

06:44|A: El punto de corte.

06:45|P: El punto de corte, punto intersección con el eje y. Me refiero a ese punto, donde la parábola intersecta el eje y Recuerde el eje y el eje x llega a la coordenada en este eje va la variable independiente. La variable independiente es aquella que yo le doy valores ¿para qué? para obtener valores en el eje y, por ese motivo se llama variable independiente. En este punto estamos viendo como calcular el punto de intersección con el eje y y el punto de intersección estaba dado por $(0, 0)$ ¿sí? revisen sus apuntes porque $(0, 0)$, porque justo el punto donde la curva intersecta el eje y, el valor de x ese valor es 0. Entonces 0 que vemos ahí es $(0, 0)$ ¿estamos? ¿qué más tenemos alguien se acuerda de otra característica?

08:36|A: El vértice

08:38|P: El vértice, esto es como un resumen. Si quieren lo anotan yo los espero si

12:02|P: Ya, llevamos dos características para la representación grafica de la función cuadrática. Dibujemos nuevamente la parábola.

12:15|P: Esa parábola intersecta al eje x en dos puntos, que pueden ser: los dos positivos, los dos negativos, uno positivo, uno negativo o podría ser que fuera un solo punto. A ese punto lo vamos a llamar x_1; x_2, indistintamente. O sea, es x_1 o x_2 en esa parte ni se te ocurra y estos puntos les pusimos 0 de la función, ya 0 de la función ¿por qué 0? Porque el lenguaje de cada uno de estas x es 0 valor que toma en el eje y es 0 al hacer una función: $y = 0$. Queda de la forma: $y = 0 \Rightarrow y = ax^2 + bx + c$. Esta función queda cuadrática quedaría: $0 = ax^2 + bx + c$, que es una ecuación cuadrática que se soluciona usando la formula se soluciona con: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. ¿Sí? ahora recuerden $b; a; c$ son estos valores siempre, fueron estos números que son los que acompañan a la variable de aquí obtenemos un x_1 y un x_2 ¿estamos claros hasta ahí? y esos se llamaban 0 de la función y que correspondían obteniendo las raíces de la cuadrática y finalmente ¿no cierto? el vértice y el vértice es justamente este punto donde cambia de curvatura aquí que es un mínimo, acá es un máximo

15:00|P: Y en ese momento dijimos que el vértice lo íbamos a calcular ¿cómo? revisen, revisen los apuntes. La coordenada: $V = (-b/2a; (4ac - b^2)/4a)$

15:28|A: $(4ac - b^2)/4a$

Episodio 2: Ejemplo, calcular elementos función $y = 3x^2 + 5x - 8$ y graficarla

En este episodio, la profesora anota la expresión algebraica de la función y determina : la concavidad, la intersección con los ejes y el vértice.

Este episodio está registrado en el video 39, desde el minuto 15:59 hasta el minuto 43:32.

Transcripción del episodio 2

15:36|P: y eso nos va a dar el valor de la coordenada ¿dudas con ello? ¿dudas con el análisis? ahora lo vamos a aplicar, apliquemos esto ahora. Si ahora yo les pidiera grafique la función que esta ahí $y = 3x^2 + 5x - 8$ ya. Grafiquen eso, ya grafiquemos entonces, calculadora en mano. Entonces primero que todo identifiquemos ¿cuánto vale A?

17:21|A: 3

17:22|P: 3, bien, a, pero no teníamos A, cuanto que valor toma B

17:27|A: 5

17:29|P: Ya pero no miren ahí ¿qué valor toma C?

17:33|A: -8

17:34|P: -8, ya analicemos primero concavidad punto Y concavidad aquí es 3, 3 es mayor que 0 entonces ¿concavidad positiva verdad? vamos a poner aquí concavidad positiva chicos y si tiene concavidad positiva este punto de ahí, es menor valor cierto sería un mínimo. Si no lo aprenden ahora mejor no lo aprenda, Concavidad entonces positiva nos entrega un mínimo ¿cuál es la característica? 2 o 1, 2, 3, 4 no importa, pero ¿una de ellas?

19:00|A: Punto de intersección

19:03|P: Punto de intersección tiene coordenadas

19:13|A: $(0, -8)$

19:18|P: Ya, 0, ¿-8 cierto? estamos claros? cero de la función y dice aquí que los 0 de la función lo calculamos así que aplicamos la formula: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

¿Si? Ya, ahí están los valores veamos cuanto les da. Cuanto le da. Reempláceme la formula primero, así no se van a perder ahí, vamos a tener que reemplazar: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8)}}{2a}$

21:47|A: Es 1

21:52|P: veamos si es $1 - 5$ más menos ¿cuánto te da toda esa raíz? $\dfrac{-5 \pm \sqrt{121}}{6} = \dfrac{-5 \pm 11}{6}$

21:58|A: 11

22:36|P: ya lo que da es 121 ¿cierto? dividido por 6 , 121 la raíz de 121 es 11 y quedo $-5 \pm 11/6$ ¿sí? y aquí que vamos a tener 2 valores un valor que es la parte positiva que es $(-5 + 11)/6$ y el otro con el menos $(-5 - 11)/6$ arriba da

23:18|A: 1

23:21|P: 1 y ¿abajo?

23:22|A: $-2{,}6$

23:30|P: $-2{,}6$ ¿Si? Chicos les quería contar algo, busquen en su calculadora para comprobarlo paréntesis necesitan un paréntesis aquí y aquí hasta que encuentren las ecuaciones y ahí trabajan con la opción. Ya ¿estamos ok hasta ahí? Chicos tienen que aprender a que la calculadora también lo hace ¿ya? Y como cuarta característica seria el vértice, para el vértice también hacemos lo mismo, usamos la expresion que tenemos acá, la voy a copiar ya. $Vrtice = (-b/2a, (4ac - b^2)/4a)$ Pero les recuerdo que lo usen solo para comprobar en la calculadora en la prueba van a hacer el desarrollo a manito, $-b$ es -5, a es 3... al cuadrado dividido por

28:21|A: 4.3

28:24|P: Bien, aquí nos quedó $-5/6$ y acá 121 ¿tiene que ser o no? -121/4 por 12 bueno eso es lo que tengo que graficar ahora, pero para que la gráfica me cueste un poquito menos lo voy a colocar en termino de fracciones, cuanto da $5/6$?

29:19|A: $-0,8$

29:21|P: $-0,8$ Ya ¿y acá? tenemos o sea 121/12

29:32|A: -10,08

29:39|P: Estas son las características que vamos a colocar en una gráfica, para trazar la parábola.

30:00|P: En una gráfica, anotar ese punto que nos va a dar. Según la gráfica, un mínimo o un máximo, pero ya sabemos ¿que tendría que ser un qué?

30:12|A: Un mínimo

30:13|P: Sabemos que tiene que ser un mínimo, vamos a graficar esos valores el x_1 y el x_2 que por ahí va a pasar la función, la gráfica. ¿Qué más? tendría que coincidir con que la concavidad es positiva y que, además, intersecte al eje y en el punto $(0, -8)$. Todo eso tenemos que tener en cuenta para graficar ¿ya? Entonces va a graficar en su cuaderno con una hoja, que le indiquen al gráfico, sean generosos ¿ya? no van a hacer un gráfico pequeñito porque no van a entender nada ya.

31:17|A: Hay que dejar cuaderno para el segundo semestre

31:22|P: No, porque ahí tendremos matemática aplicada 2 y se compra un cuaderno nuevo. Ahí tienen una gráfica bien estrecha. Ya, ¿graficamos? Trace ahí un sistema de ejes coordinados y lo que yo voy a hacer en la pizarra, es un intento de lo que Uds. tienen que hacer en el cuaderno, a Uds. les tiene que quedar perfecto. ¿Ya? dice que pasa por primero con cavidad eje menor $(0, -8)$, vamos a poner por acá el -8y con 0, dice que pasa por aquí ese es el punto de corte con el eje y ahí, estoy hablando de este con el -8, $(0, -8)$ aquí está el punto y aquí está el punto B y lo anotamos ¿sí? Después dice que pasa por el eje x en el punto 1 y el -2,6 esos son los ceros en el punto 1, pasa por aquí, este lo vamos a poner un 1 y menos 2,6 acá vamos a poner nuestro 2,6 ese va a ser nuestro x_2 ¿estamos de acuerdo? Entonces hasta ahora ¿que tenemos? ¿qué pasa por aquí? por el 1, intersecta al eje y en -8 y aquí está el $(-10, 08)$ si este es el 1, el -1, por ahí tenemos el -0,8 ¿están de acuerdo? y trazamos por aquí un eje paralelo al eje y segmentado para que se intersecte ¿con quién?

35:21|A: Con el -10

35:22|P: ¿Con el -10 cierto? y este lo ponemos acá y vamos a poner $-10, 08$ se intersecta y ahí está el vértice. ¿Estamos claros? ahora hay que trazar la ruta y que les quede bonita.

37:00|P: A Uds. les tiene que quedar mejor, chicos es una curva, nada de andar trazando linear rectas aquí, tiene que ser simétrica con respecto al eje que pasar por el vértice. ¿Dudas chicos hay?

38:11|P: ¿Dudas? ¿No hay o sí hay?

38:11|P: Ya, ¿resumamos el cuento? Aquí voy a trazar una parábola intencionada, así como desfasada con respecto a cero. [Se responden dudas sobre el problema, inaudible]

40:42|P: Ya chicos ¿quién más? donde? ya, resumamos el cuento, función cuadrática concavidad en este caso, positiva, si es positiva le vamos a agregar un vértice que representa un mínimo, intersecta en el punto 0, C. corta el eje x en estos dos puntos que corresponden a las raíces de las cuadrática x_1 y x_2 ¿cierto? y que bueno en la imagen de eje y es 0 tienen este vértice. Bueno esas x_1 y x_2 ya sabemos cómo calcularla con la formula y el vértice también tiene su fórmula, estamos ok? y este de aquí el x_1 y el x_2 con $-b$ más menos la raíz. Que más tenemos que saber, la concavidad que da la concavidad en este caso va con 0. ¿Estamos claros? el vértice en este caso nos entregó un mínimo y la concavidad negativa nos estaría entregando *. Ahora toda esta información la tenemos que traducir en un análisis para poder resolver problemas. Lo analiza y pregunta todas las dudas que tenga.

Episodio 3: Entrega guía y resuelve dudas de forma individual

La profesora resuelve el problema 4 de la guía sobre funciones cuadáticas. La pregunta pide obtener el máximo, pero ella además analiza la concavidad y lo relaciona con el gráfico.

Este episodio está registrado en el video 78, desde el minuto 43:32 hasta el minuto 59:50 y en el video 79 desde el minuto 00:00 hasta el minuto 24:26.

Transcripción del episodio 3

43:32|A: ¿Cuándo es la prueba de esto?

43:33|P: El jueves, ya, lo analizan y media hora para revisar estos problemas [entrega una guía], analizarlo y preguntar todas las dudas que les puedan surgir

45:28|P: Pero si, a ver es para estudiar. No, pero lo van a tener chiquillos, han obtenido solamente 100, así que hay que seguir manteniéndolo en la actividad, todo tiene su traspié

47:09|P: Chicos, lean el ejercicio y respondan solo lo que se les pide, no es necesario que para todas las funciones hagan todo el análisis, no piensen en lo que no se les pide. Y ahora ¿queda más claro?

48:13|A: Aquí, por ejemplo, en el ejercicio de la ecuación

48:24|P: Pero coloque la expresión que falta y sigue, reemplazante, déjalo expresado y coloca el resultado, nada más

50:24|A: Profe

50:26|P: Voy altiro

51:33|P: Primero tienes que hacer esto de acá.

52:04|P: Esta dada por esta expresión

54:12|P: Donde lo va a reemplazar

54:45|P: Fíjense en el enunciado, dice que como trabajar los valores. Si el primero siempre es fácil ¿ya y ahora?

55:45|P: Me espera un poquito.

55:51|A: Pero va con el 7, está bien así.

56:04|P: Haber, explícame como lo hiciste.

56:10|A: El 0,2 y después el 4,2 lo cambie

56:19|P: El resultado de número de personas lo subiste arriba y cuanto te dio.

58:36|P: Cuando la población de B y necesito la corrección de esta. No, mira fíjense que ese modelo te da * y estima que en realidad la población será, pero al traspasar el -4 te da la población, y al tener la población, esa la resolvemos arriba y quedaría, eso es fácil

00:16|P: Lee el ejercicio, mira, dice que la altura que alcanza cuando es lanzado hacia arriba. Esta dada por esta expresión, esta es presión y esto es altura; es altura en función del tiempo, a medida que avanza el tiempo la pelota va subiendo y a lo mejor llega un momento en que la pelota empieza a caer ¿ya? bueno podemos medir la distancia en metros y el tiempo en segundos. La pregunta es: determine el tiempo en que la pelota… ¿qué te están dando ahí?

00:54|A: Están dando la altura

00.55|P: La altura, entonces, si a ti te están dando está el valor de acá: $9 = a - 5p - 1$.

01:10|A: Cuando $x = 4$ e $y = 7$

01:15|P: Ahora lo podríamos dejar igualado a 0 y corremos ese para acá

01:27|A: Y ahí podemos aplicar la formula, la de arriba, $-b$ más menos la raíz

01:36|P: ¿La de acá cierto? $-b$ menos la raíz. Correcto y ahí te van a dar dos valores para ti, ya no importa, haz esto.

01:58|A: (alumno le pregunta algo a la profesora, pero no se logra distinguir)

02:05|P: Ya, pero mira lo que tienes (curso comienza a conversar, imposible distinguir algún tipo de diálogo)

02:34|P: Te están pidiendo el tiempo que demora en alcanzar una altura. No dice que el cuerpo llegó a una máxima altura que el cuerpo se mueve y a lo mejor tengo… aquí me da 2, aquí hay un 9 entonces te pregunto por ese tiempo y te va a dar

02:57 A: (estudiantes conversan en voz alta respecto al ejercicio, no se distingue alguna conversación en particular – profesora responde dudas)

05:03|P: Si, pero esta fórmula es para el examen.

05:33|A: No, si me da una ecuación cuadrática.

05:49|P: Ya, me quedó claro

05:55|P: Mira, si yo ubico...

06:00|A: Mire profe, acá dice donde aparece el x

06:53|A: No, en serio, viste que ahí era

07:09|P: Si, porque te pide presión y altura.

07:18|A: Ya, ya, ya, profe ya tengo la segunda y la tercera, pero no sé si... Yo tengo lo mismo, solo que me cambia el dos, pero son los mismos resultados.

07:35|P: Ya, entonces hay que ver

08:04|P: Ah, de la primera

08:12|A: ¿Hay que hacer el gráfico o no?

08:30|A: Hay uno que dice… no me dice en ninguna parte nada de esto, me tira una línea y me dice: busca

08:58|P: ¿Pero no te da ningún número? ¿o recta numérica?

09:02|A: No

09:07|P: Ya, pero ¿no hay ni un número?

09:24|P: Con esto la ecuación

10:05|A: 1.8 y 2.5

10:06|A (inaudible)

14:15|P: Cuando venía de vuelta, por lo tanto, 0.8 segundos te quedó ¿y la pregunta era? **15:33|P:** El valor que acompaña esto es como si la P fuera x, o sea, en el fondo estás hablando de esto: $-x_2$ mas... Estás hablando de esto, del término que acompaña al $-x_2$ el menor negativo. El vértice te entrega o máximo o mínimo.

22:22|P: Como es negativo esto...

23:07|A: Señorita, la zona tiene un rango

23:13|P: Por el trabajo que aquí se hace. Por ejemplo esta misma, que es una representación de una función cuadrática x ¿ya? si tú la gráficas, la gráfica te va a decir no ¿cierto? que en el menor punto que toma, en este caso, es un mínimo en función de la función cuadrática ahí nosotros tenemos...

Episodio 4: Resumen unidad función lineal

La profesora hace un repaso de la relación entre la gráfica y los coeficientes de la expresión algebraica.

Este episodio está registrado en el video 79, desde el minuto 24:26 hasta el minuto 36:10.

Transcripción del episodio 4

36:12|P: Hagamos el ultimo como para el repaso porque esto ya es. Yo había traído el data para proyectar el archivo que yo les subí, que tienen en el ambiente de aprendizaje que dice "funciones polinómicasза, anoten ahí estudiar, además el archivo de las funciones polinomicas que están en el ambiente de aprendizaje

36:53|A: ¿Pero lo iba a proyectar en el data?

36:56|P: Si pero

36:57|A: Podría mostrarlo el jueves

37:05|P: Bueno y de ahí todas las funciones que hay, las lineales y las cuadráticas aparecen algunas que son exponenciales y logarítmicas que las van a reconocer altiro porque aparecen unas expresiones de Log, por ejemplo

37:33|P: Ya las funciones lineales, recordemos que es aquella función que tiene formato igual $y = mx + n$ donde m es la pendiente ¿cierto? que la pendiente nos sirve para calcular

37:51|A: el ángulo

37:54|P: el ángulo y ¿qué es n?

38:06|A: coeficiente de posición **38:09|P:** si hay que aplicar esto, podríamos decir, que está representada por una línea recta, donde esta sería el coeficiente de posición ¿no cierto? y la pendiente ¿qué cifra?, no la van a encontrar nunca en aplicar acá. Lo que, si van a encontrar, aunque pueden identificar es al ángulo de inclinación, que lo podemos calcular con la tangente a la menos 1 de la pendiente en el fondo. Ya, listo ¿qué más tenemos ahí? que esta recta la podemos graficar si armamos una tabla de valores, le damos valor a la x y obtenemos valores para Y. ¿Se acuerdan o no? ¿qué más podemos hacer?

39:14|A: Graficar el ángulo

39:16|P: Que la recta podría ir así, con esa inclinación y podría tener otra inclinación y podría tener ahí ¿cual me falta chicos?

39:48|A: la de la derecha, hacia la izquierda

39:58|P: Si es esa

40:00|A: No, esa no profe

40:05|P: ¡Ah! la otra

40:06|A: Ahí, esa es

40:10|P: Muy bien, ya, como vamos a hacer esa ¿Coeficiente positivo o negativo?

40:20|A: Positivo, negativo

40:28|P: El coeficiente es donde la recta contra el eje y mayor que C y la pendiente

40:36|A: Menor, positiva, negativa

40:45|P: Positivo, si porque estoy midiendo el ángulo así

40:52|A: ¡Ah verdad!

40:53|P: Aquí el ángulo es negativo, por lo tanto, la pendiente es menor que 0 ¿y el N?

41:01|A: Positivo

41:04|P: Porque la A está contando ahí ¿cierto? esto lo tienen chicos, fue una de las clases que hicimos. Acá la pendiente de este ángulo y el coeficiente ¿dónde corta el eje y ?

41:26|A: Negativo

41:29|P: Y acá, la pendiente entrega el ángulo

41:37|A: Positivo

41:39|P: Positivo y el coeficiente. ¿Qué más tenemos que recordar aquí? y la ecuación de la recta se puede trazar con un punto y la pendiente ya. Una ecuación ¿cómo más o menos que dice? Búsquenla, búsquenla si esta en las primeras

42:11|A: $y - y_1$ es igual a $y_2 - y_1$ partido por $x_2 - x_1$ multiplicado por $x - x_1$

42:24|P: Correcto, esa es la ecuación de la recta que pasa por 2 puntos. Ya, entonces les mando la enumeración de los ejercicios, de los archivos que tienen que estudiar o de los que no tienen que estudiar. Estamos bien hasta aquí.

43:00|P: Ya muchachos, nos vemos en la prueba, estudien harto.

B.2. Profesora D

B.2.1. Clase 1

Esta clase se registró en los videos 12 y 13. La clase fue grabada el día martes 16 mayo del 2017 entre las 18:30 y 20:45.

Episodio 1: Definición de función

La profesora introduce el concepto de función a partir de la definición de conjuntos y utiliza diagramas sagitales para explicar. Introduce los conceptos de pre-imagen, imagen, dominio, codominio y recorrido.

Este episodio está registrado en el video 12, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 04:08.

Transcripción del episodio 1

00:19|P: Y después la siguiente unidad son las funciones exponenciales y logarítmicas. Entonces ahora... Por eso tenían que terminar todos los ejercicios de ecuación de primer grado y segundo grado porque aquí los vamos aplicar.

00:21|P: Bueno primero veamos lo que es una función. Si tenemos un conjunto de partida A El conjunto de llegada B que están relacionados. Este es el conjunto de partida, conjunto de llegada. El conjunto de partida, el conjunto A es el dominio de la función y el conjunto de llegada, todo el conjunto B es el codominio de la función. En el conjunto de partida tenemos las pre-imágenes, pre-imagen y en el conjunto de llegada las imágenes, imagen, donde el y es un $f(x)$, ahora todo el conjunto de estas imágenes es el recorrido de la función, ¿ya? Entonces el recorrido está formado por el conjunto de todas las imágenes, o sea que el recorrido de la función es un subconjunto o igual del codominio de la función, o sea que el recorrido es una parte o puede ser todo el conjunto B, está formado por las imágenes del conjunto. Entonces el conjunto de partida, conjunto de llegada están relacionados y la función la vamos a llamar f.

Ahora la definición de función, para todo elemento que pertenece al conjunto de partida, para todos los elementos del conjunto A debe existir un único elemento en el conjunto B tal que y es igual a $f(x)$. Entonces, está es al revés, para todo...

"Ya vamos a ver ejemplos prácticos, ¿ya?" Para todo existe... (Sonido de celular) pertenece a tal que, por ejemplo.

Episodio 2: Ejemplo 1, área de un cuadrado en función del lado

La profesora presentó un ejemplo que muestra el área de un cuadrado en función de la medida de su lado: $f(x) = x^2$.

En general, no hay tareas explícitas, la mayor parte de la exposición trata sobre el cambio entre las distintas representaciones: utiliza una representación geométrica, luego una representación algebraica, construye una tabla de valores y por último una gráfica. Explícitamente pide la imagen de 0.5 y de 6, la primera a partir de la expresión algebraica y la segunda a partir de la gráfica. La función tiene un sólo coeficiente que es entero y positivo. Debido al contexto, la parte de la función que se trabaja es la positiva en el primer cuadrante.

Además, evoca los conceptos de variable dependiente e independiente, unidades de medida, en este caso cm y cm^2, ejes de coordenadas, preimágenes. También pone en relieve que es un fenómeno continuo.

Usa explícitamente decimales y además habla de una interpretación aproximada de los gráficos.

Este episodio está registrado en el video 12, desde el minuto 04:09 hasta el minuto 19:03.

Transcripción del episodio 2

04:09|P: Por ejemplo Vamos a sacar un ejemplo de... Número uno: Ya, veamos el siguiente ejemplo práctico. Sabemos que el lado de un cuadrado y su área son dos magnitudes que están relacionadas, ¿cierto?, ¿Cómo calculamos el área de un cuadrado?

06:43|A: Largo por ancho.

06:44|P Ya, el largo por ancho, cuando es un cuadrado los dos lados son... los cuatro lados son.. son iguales ¿Ya? O sea que, si es un cuadrado, todos los lados miden L o los podemos anotar con la letra a. Entonces todos los lados son iguales, la superficie, el área es largo por ancho, en este caso el largo y el ancho son iguales, a por a, o sea que el área está representado por lado al cuadrado ¿El área de qué depende? Depende del... del lado ¿Cierto? Entonces va a depender cual es el lado de este cuadrado, cual es el área que tiene ¿Cierto? Entonces ahí vemos que hay dos variables, una variable es el lado y la otra es el área. Ahora una es dependiente y la otra independiente ¿Cuál es la dependiente? El área, ¿El área depende de qué? De cual sea el lado de ese, de ese cuadrado ¿Ya? Entonces aquí lo tenemos escrito de forma algebraica, área igual lado al cuadrado, o sea que podemos hacer una tabla, una tabla de valores, la tabla de valores podríamos anotar el lado, ahora el lado lo podría representar con la letra, por ejemplo, la letra x. Si representamos el lado con la letra x, el área va a ser en función de ese lado, una función que depende del lado $f(x)$ igual x cuadrado, el $f(x)$ va ser el área, lado al cuadrado sería x al cuadrado, ahí lo tenemos escrito en forma algebraica, ahora la tabla. Si indicamos el lado, en este caso lo representamos con x. El área $f(x)$, si el lado es de una unidad, puede ser un metro, un centímetro. Si el lado es uno ¿Cuál va a hacer el área? Uno por, por uno que sería uno. Si el lado mide dos, el área va a ser cuatro, si el lado mide tres va a ser nueve, el lado cuatro el área va a ser 16, si el área es cinco el área es 25. O sea que la relación entre estas dos magnitudes, las podemos representar en forma algebraica, en forma tabular y también en forma gráfica, esto lo podemos trasladar a la gráfica que represente esta área. Si realizamos la gráfica ejes coordenados que son perpendiculares se interceptan en el cero cero el eje horizontal x donde sería nuestro conjunto de partida que es el dominio de la función donde anotamos las pre-imágenes x, las unidades hacia la derecha positivo, hacia la izquierda negativo. Vamos a graficar hasta el cinco, uno, dos, tres, cuatro, cinco. El área, el área la vamos a representar en el eje vertical, que es el eje de las ordenadas donde vamos a representar, ir ubicando las imágenes, entonces hacia arriba positivo queremos llegar hasta el número 25 entonces aquí podemos cambiar esta escala ir de cinco en cinco, cinco, diez, quince, veinte, veinticinco. Ahora los pares ordenados "x coma y" ¿Se acuerdan cuando vimos el sistema de ecuación? Ese y es dependiente de x, entonces aquí los pares ordenados "x coma y". Uno coma uno, uno en x trazamos la perpendicular hasta llegar al uno en el y, ahí tendríamos el par ornado, ah y ¿si el lado fuese cero? O sea área cero, o sea podemos comenzar de el origen cero-cero. Si el lado es dos el área que esta representado aquí en esta altura es cuatro, cuatro unidades. Si el lado es de tres unidades el área es de nueve, lado cuatro el área es dieciséis, lado cinco el área es veinticinco, y aquí tenemos la representación gráfica de la relación de estas dos magnitudes, donde acá estaríamos ubicando las unidades del lado y acá está representando esta altura el área de ese, ese cuadrado y estos puntos que estarían aquí en medio, o sea que el lado podría ser uno punto uno, uno punto cinco ¿Cuántos puntos hay entre el cero y el uno?

13:14|A: Infinito

13:16|P: Infinito, o sea que si vamos midiendo cada uno de estos puntos y vemos la forma de la curva de esta función. Ya, tenemos que el exponente es dos, esta es una función cuadrática y ahí vamos a trabajar con la ecuación de segundo grado, y vemos que la forma como una... Aquí vemos la mitad de la parábola. Entonces una función es la relación de dos magnitudes y aquí vemos una que es cuadrática. Bueno dibújenla entonces la gráfica, realicen la tabla y la expresión algebraica. Además, podríamos anotar entonces que es... ¿Cuál era la variable dependiente e independiente?

14:20|A: La dependiente era...

14:22|P: ¿Ah?, ¿La qué?

14:23|A: La x.

14:25|P: ¿La x es?

14:27|A: Dependiente.

14:28|P: A ver ¿Cuál depende del área? Depende de... del lado. Por lo tanto, el área es la dependiente, el área seria las imágenes, por lo tanto, es la variable dependiente y las pre-imágenes son las independientes.

15:07|A: Profe, ¿Por qué son dependientes? Me repite.

15:11|P: Aquí va a depender del valor del lado, cuál va a ser el área del cuadrado. Entonces el área depende del lado, si quiere calcular el área.

15:30|A: Ya.

15:31|P: Cierto, esa área va a depender de qué valor tiene el lado del cuadrado, si el lado mide dos va ser dos por dos que es cuatro, entonces el área depende del valor que tenga el lado, o sea la fórmula está dada por el lado al cuadrado, para conocer el área ¿Qué necesita? Saber el lado.

15:57|A: Profe, cuando usa un gráfico hace extrapolaciones e interpolación ¿Cuáles son las diferencias? Que yo no las conozco bien, he visto que lo alarga nomas. Deduce cosas del gráfico, pero no se...

16:14|P: Claro, en este caso, ¿yo podría trazar una recta desde ese punto hasta ese punto? A ver, por ejemplo, en el tres. Por ejemplo, ¿Cómo saber cuál es la forma?, ¿eso es lo que me dice usted?

16:36|A: No, que por definición ¿Qué significa extrapolar e interpolar?

16:40|P: Ah bueno, acá tenemos entre el cero y el uno. Entonces recién les preguntaba, ¿cuantos puntos hay? Hay infinitos puntos ¿Cierto? Por lo tanto, si vamos remplazando cada uno de estos puntos entre el cero y el uno nos va ir dando el área, por ejemplo, si reemplazo el cero-cinco eso es interpolar entre el cero y el uno, si remplazamos cero punto cinco ¿Cuánto es el área? Cero punto cinto por cero punto cinco.

17:11|A: Cero coma veinticinco.

17:12|P: Cero coma veinticinco, está entre el cero y el uno, vemos que va en aumento hacia arriba, ¿ya? Y así sucesivamente por lo tanto, acá podemos ir uniendo cada uno de, de los puntos, y en este caso es una curva, entonces se va uniendo los puntos que entre, es interpolar y extrapolar es afuera de los puntos, por lo tanto, si yo ya sé que esta es la tendencia, esta es la curva y esta curva debería seguir así. Por lo tanto, podría extrapolar. El seis, ¿Cuál seria el valor del seis? Y en forma gráfica sacar el valor. Extrapolar hacía afuera, interpolar entre.

17:59|A: O sea que si tenemos un punto entre dos puntos que ya tenemos.

18:02|P: Claro, si ya tenemos la curva, entonces podemos con una regla ver donde interceptan y buscar cual es la imagen ¿Ya?

18:11|A: Gracias profesora.

18:12|P: Ahí se pudo hacer la estimación, al tener la gráfica si tenemos la curva, entonces teníamos los valores hasta el cinco, pero tenemos la curva, por lo tanto, en el seis trazamos la perpendicular hasta llegar a la curva y trazamos la perpendicular al eje y, estimando cual es el valor en esa escala, si no nos llega a dar exacto y estimamos por ejemplo si estaban entre el 30 y el 31, vemos si está más cercano al 30, 31 o a la mitad y ahí vamos estimando su valor, con una cierta tolerancia de error.

Episodio 3: Ejemplo 2, total a pagar en función del valor unitario de una fotocopia

En este episodio, la profesora expone un ejemplo de una función que modela el valor total a pagar al comprar fotocopias en función de la cantidad de unidades que solicitan. La función es: $f(x) = 30x$.

En una primera etapa, a partir del pago de fotocopias, le pide a los estudiantes explícitamente la imagen de 4 valores, el trabajo es aritmético. Luego obtiene la expresión algebraica de la función: $f(x) = 30x$ y a partir de la construcción de una tabla de valores obtiene la gráfica.

La función tiene un coeficiente positivo y entero que está dado por el contexto, este fenómeno a pesar de ser discreto, lo grafica de forma continua. Además de analizar la función, realiza una comparación con el ejemplo anterior en relación al exponente de la variable (1 o 2) y la forma de la gráfica (recta o curva).

Este episodio está registrado en el video 12, desde el minuto 19:04 hasta el minuto 29:23.

Transcripción del episodio 3

19:04|P: Ahora veamos un ejemplo que sea más lineal, por ejemplo, la fotocopias. ¿Cuánto valen las fotocopias? No se a cuanto esta la nueva fotocopiadora abajo.

19:17|A: Treinta.

19:18|P: ¿Están a treinta?

19:20|A: Sí.

19:21|P: Subieron harto, ¿ah? El año pasado valían veinte, parece que no han sacado fotocopias este semestre. Ya supongamos que están a treinta pesos cada una de las fotocopias, entonces si una fotocopia cuesta treinta pesos, ¿dos fotocopias cuanto sale?

19:42|A: Sesenta.

19:43|P: ¿Y diez fotocopias?

19:45|A: Trecientos.

19:46|P: Trecientos, ¿y cincuenta fotocopias?

19:49|A: ¿A cuánto estaban?

19:50|P: Harto. Ya vamos hacer una tabla entonces.

19:54|A: Mil quinientos.

19:56|P: Mil quinientos, entonces vamos a tabular para encontrar una expresión que nos indica cómo está relacionado el precio con respecto a la cantidad de, de fotocopias. Ya, las fotocopias valen 30 pesos, entonces saque una fotocopia me costó 30 pesos, no saque fotocopias, por lo tanto, cero pesos, entonces quiero saber ¿Cuánto es lo que tengo que pagar? Si saco dos fotocopias me van a cobrar sesenta, entonces hasta ahí va bien, pero si saco 1342, ¿Cuánto debo pagar?, ¿Cuál es la relación entre el precio que voy a pagar con la cantidad de fotocopias que estoy sacando?, ¿Cuánto es?

20:57|A: 40.260.

20:59|P: 40.260. Ya, voy anotar acá el tres serían noventa pesos, cuatro son ciento veinte pesos. Ahora para hacer este cálculo ¿Qué fue lo que hizo?, ¿Qué operación hizo?

21:16|A: Multiplique.

21:17|P: Multiplico, la cantidad por...

21:19|A: Treinta

21:21|P: Por treinta, por lo tanto, si este x y acá quiero indicar como está relacionado el precio con respecto a el número de fotocopias ¿Cuál sería la expresión que me da el precio? La multiplicación de treinta por la cantidad de fotocopias, la cantidad de fotocopias está representado por x y el precio va a ser el treinta por x. Si no saco ninguna fotocopia pago cero pesos, si saco una sola fotocopia voy a pagar treinta pesos, si saco cuatro fotocopias son ciento veinte pesos y ya 1342 lo multiplico por treinta, 4260.

22:13|P: Lo podemos representar también gráficamente, aquí estaría representado el precio, el precio por fotocopia, entonces p(x) o representado por la letra f ¿ya? Ahora para darle mayor sentido letra "P" de precio, acá son las pre-imágenes x. Entonces ¿Cuál es la dependiente? El precio, el precio depende de cuantas fotocopias yo saque, la independiente son la cantidad de fotocopias. Voy a graficar hasta el cuatro, el cero, uno, dos, tres y cuatro, son a treinta pesos, tenemos treinta, sesenta, noventa, ciento veinte. Ubicamos los pares ordenados (x, y) o en este caso "x coma el precio de x", ubiquemos el cuatro primero, el cuatro el x trazamos la perpendicular, el ciento veinte que está en el otro eje que en este caso representa el precio, trazamos la perpendicular y donde se interceptan es el par ordenado, ese par ordenado es cuatro coma ciento veinte, cuatro fotocopias son ciento veinte pesos. El tres, el tres con noventa, el dos sesenta, uno con treinta, no saque ninguna fotocopia cero pesos. Si unimos los puntos nos da una, una recta.

24:27|P: Osea que aquí podemos, lo que usted preguntaba antes extrapolar, por ejemplo, tienen un cuaderno cuadriculado, entonces tenemos la unidad cinco, seis, siete, el siete trazan la perpendicular hasta que corten en la función, en la recta y trazan la perpendicular hacia el otro eje, aquí tengo la pre-imagen y acá obtengo la imagen, ese siete tendría que llegar a 210 y ahí está extrapolando en forma gráfica. Entonces ¿Cómo vemos este modelo? Es una recta, ¿Cuál es el exponente? El exponente uno. Acá vemos que una curva y ahí vamos a ver después que es una parábola el exponente dos, función cuadrática lineal.

25:50|P: Anoten el ejemplo, ahora vemos que por cada elemento de x tiene una única imagen en y eso es lo que decía aquí matemáticamente. Que para todos los elementos del conjunto de partida que lo representamos gráficamente por el eje horizontal que es el de las abscisas, existe una única imagen en el codominio ¿cierto? En el conjunto “b” que está representado por el eje de las ordenadas ¿Ya?

26:46|P: Voy a borrar esto de al medio.

27:19|P: Mientras terminan de anotar ¿Alguna duda?, ¿pregunta?

28:10|P: Entonces la curva va hacia arriba, así. Ya ¿Entonces puedo borrar acá? Ya.

Episodio 4: Tarea, identificar cual o cuales de los siguientes diagramas o de los siguiente gráficos representa o no una función

En este episodio pide explícitamente determinar cuál de los diagramas sagitales dibujados en la pizarra, representa una función. Además en cada uno de los diagramas que representa una función, comienza a calcular su dominio y recorrido.

Este episodio está registrado en el video 12, desde el minuto 29:24 hasta el minuto 37:42.

Transcripción del episodio 4

29:24|P: Identificar cual o cuales de los siguientes diagramas y de los siguientes gráficos que voy hacer representa o no una función. En la definición decía que todos los elementos de a todos deben tener imagen en b y esta debe ser única, entonces si el conjunto a tiene los elementos uno, dos y tres y el conjunto b tiene los elementos cuatro, cinco y seis. El uno está relacionado con el cuatro, el dos con el cinco, el tres con el seis ¿Es una función? Sí, todos los elementos de a tiene imagen en b, el uno tiene imagen, el dos tiene imagen, el tres tiene imagen y es única ¿Ya? Por lo tanto, si es una función, ahora cada uno de estos son un par ordenado que aquí lo estamos representando en forma gráfica, aquí en la tabla y aquí se está representando en el diagrama en x, en y.

Tenemos el uno, dos y tres, y en el conjunto b tenemos el cinco, el seis. El uno está relacionado con el cinco y el dos con el seis ¿Es una función?

31:23|A: No.

31:24|P: ¿Por qué no?

31:27|A: Falta la imagen del tres.

31:29|P: O sea el tres no tiene imagen. Entonces no es función, porque el tres no tiene imagen. Entonces para que sea función todos los elementos de el conjunto de partida pertenecen al dominio y tiene imagen. Número tres: El uno va al cinco, el dos va al cinco, el tres al cinco, el cuatro al cinco ¿Es una función?, ¿Todos los elementos tienen imagen?, ¿Es única?

32:34|A: No.

32:37|P: El uno ¿Tiene una imagen?

32:39|A: Sí.

32:40|P: El dos, ¿Tiene una imagen?

32:42|A: Sí.

32:43|P: El tres, ¿Tiene una sola imagen? En este caso se dice que es una función constante porque todas van al mismo número, por ejemplo, un vehículo que va a 20km/h, entonces en el primer segundo 20km/h, el segundo-segundo 20km/h, por lo tanto, claro, es una recta que es paralela al x ¿cierto? Su pendiente va a ser cero por es constante. Entonces si es una función porque está cumpliendo la definición que todos los elementos del conjunto a tienen imagen en b y es única. Ya la número cuatro, ¿Es función? El cuatro está relacionado con el dos, el cuatro está relacionado con el menos dos, el nueve con el tres y el nueve con el menos tres, ¿Cuántas imágenes tiene el cuatro?

34:13|A: Dos.

34:15|P: ¿Es función?

34:16|A: No.

34:17|P: Para que sea función debe tener una única imagen, por lo tanto, no es función porque el cuatro tiene dos imágenes, o sea que de acá tiene que salir una sola flecha para cada número hacia acá, que es el par ordenado, debe tener una única imagen, aquí puede ¿cierto? Ser imagen de varias pre-imágenes.

Entonces el número uno cumple con ser función, la número tres también, ahora el dominio de la función lo denotamos al inicio dijimos el conjunto de partida es el dominio, el dominio es todo el conjunto de partida, el conjunto de llegada se llama codominio, pero solamente las imágenes forman el recorrido ¿ya? Entonces anotemos cuales, esta que es función, ¿Cuál es el dominio de esta función? Tal como está así, solamente existen esos números para esa función ¿Cuál sería el dominio?

35:47|A: Uno, dos y tres.

35:49|P: El uno, dos y tres, o sea que también podríamos anotar simplemente a porque tiene que ser a, tiene que ser todo el conjunto de partida sino ya no es función ¿Cuál es el codominio? El codominio es todo el conjunto de llegada cuatro, cinto, seis, o sea simplemente podemos anotar B porque el codominio es todo el conjunto de llegada y ¿Cuál es el recorrido? El recorrido son las imágenes ¿Cuáles son las imágenes? El cuatro, cinco y el seis. Entonces el recorrido en este caso coincide con el codominio, lo que anotamos al inicio decía que era un subconjunto o podía ser igual al codominio, en este caso el recorrido es igual al codominio. En esta otra función, ¿Cuál es el dominio?

36:56|A: Uno, dos, tres y cuatro

36:58|P: Ya, uno, dos, tres, cuatro que es todo el conjunto a ¿Cuál es el codominio? Codominio

37:11|A: Cuatro, cinco y seis.

37:12|P: Cuatro, cinco y seis, o sea el conjunto b y ¿Cuál es el recorrido?

37:20|A: El cinco.

37:21|P: Ahí sí, solamente las imágenes que es un subconjunto del codominio, que sería el cinco.

Entonces ahí tenemos los diagramas, ahora veamos los siguientes gráficos e identificar si son función o no. Pimero aquí en esta gráfica, aquí están las pre-imágenes y estas son las imágenes. Aquí sería el dominio y aquó podemos visualizar cuál es el recorrido de la función.

Episodio 5: Identificar funciones a partir de gráficas en el plano cartesiano

En este episodio la profesora entrega 4 gráficos de curvas : 1 función afín, una función cuadrática, una parábola horizontal y una curva çualquiera". A partir de estas gráficas solicita a los estudiantes identificar la que representa una función. Al igual que en el episodio anterior, comienza a calcular (a pesar de no haberlo pedido explícitamente), el dominio y recorrido de las que son funciones.

Este episodio está registrado en el video 12, desde el minuto 37:43 hasta el minuto 45:59.

Transcripción del episodio 5

37:43|P: ¿Ya? Entonces voy hacer algunos dibujos de algunas que son y otras que no son funciones, ustedes tienen que identificar cuáles son.

39:18|P: Ya, vean, piensenlo un poco, si uno traza la perpendicular al eje x va a cortar junto en el punto que es la imagen ¿Cuántas imágenes? Debe ser única.

39:40|A: La seis no es función.

39:42|P: Entonces ¿Cuáles no son función?

39:46|A: La ocho.

39:48|P: Ya ¿La ocho no es función?, ¿Y cuál otra?

39:52|A: La seis.

39:53|P: Y la seis, entonces si una traza una perpendicular al eje x, o sea que en este punto tendríamos una, dos, tres imágenes por eso que no es función, en este caso trazo una perpendicular y está cortando en dos puntos, no es función. Sin embargo, en la número siete si trazamos una perpendicular vemos que aquí está cortando en un solo punto y acá también, tiene una sola imagen y esa sería la forma de identificar con una recta perpendicular al x o paralela al eje y. Entonces de forma gráfica para identificar si es o no función, entonces aquí tengo una pre-imagen y esa es su imagen. Y en este caso tenía más de una, por lo tanto, no es función. Ya anoten los dibujos. En la pregunta número cinco si yo sigo con esta recta ¿Cuál sería el dominio en esta función?, ¿Y cuál sería el recorrido? Aquí está el cero-cero, para allá los positivos hasta infinito, hacia menos infinito, hacia arriba los positivos hasta infinito y hacia abajo los negativos hasta menos infinito.

42:21|A: El dominio y el recorrido son infinitos

42:23|P: O sea va del menos infinito hacia el infinito y eso serían todos los números, podemos definirlo todos los números reales, que también se puede escribir como del menos infinito al infinito, los infinitos siempre son un intervalo abierto, los intervalos abierto corchetes hacia afuera o paréntesis redondos, el recorrido también serían todos los reales o también podemos indicar que va del menos infinito al infinito. En la número siete ¿Cuál sería el dominio y el recorrido? Así díganme más o menos de donde, ¿Qué creen ustedes?

43:24|A: El dominio serian todos los reales.

43:26|P: Ya, el dominio serian todos los reales porque hacia allá va hacia el infinito hacia el menos infinito. Ya, todos los reales y ¿El recorrido?

43:36|A: Del cero coma cinco, el uno hacia arriba.

43:37|P: Ya vaya, solamente a indicar.

43:45|A: Es que no tiene escala.

43:47|P: Claro, no tiene escala entonces habría que indicar ¿Hasta ahí?

43:52|A: Sí.

43:54|P: Ya, ya le vamos a colocar un número, cierto, por ejemplo, está en el lado negativo, sería el menos dos, ¿Cuál sería el recorrido?

44:07|A: Del menos dos hacia arriba.

44:09|P: Del menos dos al infinito, al menos dos sería cerrado hacia adentro indica que lo incluye, entonces cemos el recorrido, las soluciones, todas las imágenes van de aquí hacia arriba. Entonces ¿cuál sería el codominio? El codominio serían todos los reales, que sería toda esta recta, pero el recorrido que son las imágenes iría de aquí hacia arriba. Entonces ¿cuál sería el codominio? el codomini serían todos los reales, que sería esta recta, pero el recorrido que son las imágenes iría de aquí hacia arriba, entonces uno visualmente en la gráfica podemos ver cuál es el dominio y cuál es el recorrido de la función. ¿Dudas? Entonces el dominio está haciendo referencia a las pre-imágenes y el recorrido está haciendo referencia a las imágenes, a los resultados que se obtiene con la función.

Episodio 6: Utilidad fábrica de neumáticos

En este episodio, la profesora da una tarea explícita a partir de un contexto de la utilidad de una función a partir de la cantidad de unidades producidas. La profesora entrega la función directamente, es decir, no justifica el porque de la utilización de esa función en particular. La función utilizada es $U(x) = 30x + 60$, donde x representa las unidades producidas y U las utilidades. Este contexto se podría calificar de "artificial" porque, cuando hay producción nula, la utilidad debería ser negativa, de hecho, el modelo general para la función utilidad es $U(x) = (pv - cu) \cdot x - CF$ donde pv es el precio de venta, cu es el costo unitario y CF es el costo fijo. La profesora particularmente calcula la imagen de cero e indica "A ver si vendemos cero neumáticos, ah va a tener una utilidad":

Las tareas que pide explícitamente son calcular la imagen de 60 unidades y la pre-imagen de $2.610.000. La solución que da la profesora es más bien algebraica y pone énfasis en relacionar las soluciones con el contexto. En el caso de la imagen, es cálculo aritmético y en el caso de la pre-imagen utiliza una ecuación para resolver donde la justificación de los pasos es más bien sucinta. La función tiene dos coeficientes enteros y positivos, las preguntas son con números enteros debido al contexto y las respuestas también.

Este episodio está registrado en el video 12, desde el minuto 45:59 hasta el minuto 59:50.

Transcripción del episodio 6

46:00|P: Ya, veamos... Anoten el siguiente problema: En una cierta fábrica de neumáticos se determino que: La función de utilidad para la venta de sus neumáticos esta dada por: La utilidad de acuerdo a la cantidad de neumáticos está dada por treinta por x más sesenta ¿Qué significa? Que va a ser treinta por cada neumático más sesenta. x es la cantidad de neumáticos, u está representando la utilidad que está en miles de pesos y se pide determinar la utilidad al vender sesenta neumáticos. A ver si vendemos cero neumáticos, ah va a tener una utilidad. Ya, si es un neumático, remplazamos el uno en la x, treinta por una, treinta más sesenta, da noventa. Si vendemos dos neumáticos, si venden tres. Ah, pero está en miles de pesos, por lo tanto, si venden un neumático va a ser treinta más sesenta más noventa, y ese noventa significa noventa mil pesos. Ya, si venden sesenta neumáticos ¿Cuál es la utilidad? El sesenta es la x, o sea que remplazamos sesenta en la x ¿Cuánto da? Recordemos "PAPOMUDAS" paréntesis, potencias, multiplicación, división, adición y sustracción, recuerden siempre el orden de las operaciones. Ya, ¿Quién viene a resolverlo? Ay a ver, vaya a la pizarra.

51:07|A: Y si está malo.

51:09|P: Pero como va a estar malo. Lo anotamos en palabras, miles de pesos. Si siempre salen a la pizarra, como no van a salir ahora. Ya, entonces determinar la utilidad de vender 60 neumáticos, primero identificar que significa la x.

51:55|A: Es sesenta, me falto un cero.

51:58|P: Ah ya, primero identificar o hacer un resumen, cuando el problema es más extenso lo primero es identificar cuáles son las variables, que la podemos llamar por la letra x o cualquier otra letra, x representa la cantidad de neumáticos, acá en vez de anotar la letra y o el f, la letra U que representa la utilidad, entonces U es utilidad y está indicado que está en miles de pesos, ahora aquí en la utilidad, aquí indicamos los sesenta, por lo tanto, donde está la x anotamos los sesenta. Treinta por sesenta son...

52:41|A: Mil ochocientos

52:42|P: Mil ochocientos más sesenta nos da, 1860. Ahora como son miles de pesos ustedes en palabras anotan que la respuesta es $1.860.000 pesos, ahí lo podemos anotar con el símbolo, entonces la respuesta es: $1.860.000 pesos, porque la respuesta está en miles de pesos, o sea que si aquí nos daba un uno eran mil pesos, si daba cinco, cinco mil pesos, 1860 por los mil da $1.860.000 pesos. Ya, letra b: Determinar el número de neumáticos que debes vender para que la utilidad sea de 2.610.000. Bueno, si queremos que la utilidad sea de 2.600.000, o sea conocemos el $U(x)$, la utilidad. ¿Qué anotaría acá? Si son dos 2.610.000 el U es. . .

55:04|A: 2.610

55:05|P: 2.610, correcto. O sea que aquí tendría que dividirlo por mil, por como esto está en miles, entonces le quitamos los tres ceros, acá lo multiplicamos por mil para dar la respuesta en palabras. Entonces 2.610, como esto está en miles corresponde a 2.610.000, entonces fijarse siempre en las unidades en las que esté cada una de las variables. Ahora este $U(x)$ es treinta x más sesenta.

55:47|A: ¿Por qué treinta?

55:53|P: La función $U(x)$.

55:55|A: Equivale a eso.

55:57|P: Está definida de esa manera.

55:58|A: ¡Ah ya!

56:00|P: Dice que son treinta por cada neumático, o sea esa x me indica la cantidad de neumáticos.

56:02|A: Ya.

56:04|P: Va a ser treinta más la cantidad de neumáticos más sesenta, ahora yo se cuál es la utilidad, entonces lo voy a igualar con la función, treinta x más sesenta para determinar cuántos neumáticos son los que tengo que vender ¿Ya? Como esto está en miles es por eso que dejamos 2.610 que equivalen a los 2.600.000

56:29|A: Ya.

56:30|P: Ya, entonces se forma una ecuación, que era lo que estábamos viendo en la unidad anterior, entonces aquí se van a ir formando ecuaciones de primer grado como en este caso y ecuaciones de segundo grado cuando sean cuadráticas. Entonces hay que despejar la ecuación. Ya, despejen y me indican cuantos neumáticos tiene que vender para que la utilidad sea de 2.610.000.

56:58|A: 85.

56:59|P: ¿Ah? ¿87?

57:00|A: 85.

57:01|P: 85. Ahora, si yo hubiese dejado aquí los tres ceros ¿Cuánto habrían dado? Muchos neumáticos, ¿cierto? Para ya sabíamos que con 60 ya era 1.800.000, entonces es importante que acá anoten la unidad que corresponde, ¿Ya? Para despejar entonces, primero el sesenta pasa, ahí el inverso aditivo, entonces sería menos sesenta, después el inverso multiplicativo 2.610 menos 60 son...

57:35|A: Dos mil quinientos cincuenta

57:37|P: Dos mil quinientos cincuenta, que se divide por treinta y nos da 85.

57:44|A: Profe.

57:46|P: ¿Sí?

57:47|A: ¿Y se podría haber aplicado una regla de tres con él resultado anterior?

57:52|P: Eh...

57:53|A: Si sesenta neumáticos son tantos pesos, cuántos neumáticos necesito para todo.

58:00|P: Aquí tenemos una cantidad fija inicial, ahora sino tenemos esa cantidad fija, ahí sería proporcional, pero ahí más sesenta, o sea si usted vende ocho mil neumáticos va a tener más sesenta, de un neumático va a tener más sesenta. Ya, ese valor fijo hace que no sea una regla de tres directa. Entonces, son 85 neumáticos.

58:46|A: ¿Por qué le puso peso?

58:50|P: No, los pesos son las utilidades ¿Ya?, ¿cierto? Entonces una función es la relación que hay entre dos magnitudes. Aquí hemos estado relacionado utilidades con cantidad de neumáticos vendida, el área con respecto al lado del cuadrado, el precio de las fotocopias dependiendo de cuantas fotocopias se saquen y todo esto se puede representar por alguna expresión algebraica que están relacionando, ¿cierto? Representado por una función que puede ser lineal el exponente uno, puede ser cuadrática que sea de exponente dos y otra función que sea más compleja en el cual uno al remplazar la pre-imagen, está obteniendo la imagen, si remplazo la cantidad de neumáticos (Segunda parte de la grabación) que son las pre-imágenes, obtengo la utilidad que es la imagen. Si conozco la utilidad que es la imagen, despejo y obtengo la pre-imagen, que es la cantidad de neumáticos.

Episodio 7: kilómetros recorridos en función de la cantidad del rendimiento de un vehículo

En este episodio, la profesora da una tarea explícita a partir de un contexto sobre la cantidad de kilómetros recorridos en función de los litros de combustible que tiene el auto. La profesora construye la expresión algebraica de la función a partir de la solicitud a los estudiantes del cálculo de la imagen de tres valores: 2, 2.7 y 3 litros. Luego solicita la pre-imagen de 53 km. La función que trabaja es $R(x) = 10x$, donde x es la cantidad de litros y R son los kilómetros recorridos.

Este episodio está registrado en el video 13, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 06:37.

Transcripción del episodio 7

00:00|P Y así en la naturaleza hay muchos cosas que se pueden representar, ¿cierto? Con funciones que pueden ser lineal, que pueden ser cuadráticas, por ejemplo, el rendimiento del vehículo, cuantos kilómetros por litro da el vehículo, cuando uno va echar bencina, si el vehículo rinde diez kilómetros por litro, con un litro ¿Cuántos kilómetros recorre? Si rinde diez kilómetros por litro, con un litro recorre.

00:51|A: Diez kilómetros.

00:52|P: Diez. ¿Con dos litros?

00:55|A: Veinte.

00:56|P: ¿Con tres litros?

00:57|A: Treinta.

00:58|P: Entonces si una variable es la cantidad de litros y la otra la cantidad de kilómetros, la distancia recorrida podemos graficar, distancia con respecto a la cantidad de litros. ¿cierto? Y ahí tendríamos otra función, ¿Cómo escribiríamos esa función? El rendimiento del vehículo. Por ejemplo, cantidad de kilómetros. Vamos a borrar acá. Ya, tenemos distancia recorrida y tenemos litros de combustible, ¿Ya? Un litro rendía diez kilómetros. Kilómetros, litros ahí tenemos el rendimiento. Con dos litros veinte, con 2,7 litros ¿Por cuánto hay que multiplicar?

02:39|A: Por diez.

02:40|P: Por diez, por lo tanto ¿es? Veintisiete, ahí tenemos la tabla, que está representando el rendimiento de acuerdo a la cantidad de combustible. Si lo representamos algebraicamente y si escribimos la función, rendimiento ¿Con que letra lo van a representar?

03:10|A: Con R

03:11|P: Con Rrendimiento, ¿Cuál sería la fórmula?

03:20|A: $R(x)$.

03:22|P: Ya.

03:26|A: Diez por x.

03:27|P: Diez por x. Ya, cero litros de combustible, cero kilómetros recorrido ¿cierto? Entonces un kilómetro son un kilómetro, el kilómetro estaría acá. Entonces son un litro son diez kilómetros. Si recorre 53 kilómetros ¿cuantos litros consume? Si recorrió 53 kilómetros ¿Cuántos litros consume?

04:16|A: 5,3.

04:17|P: 5,3 o sea tenemos la cantidad de kilómetros el R es igual a diez por la cantidad de litros que va a gastar, y el diez ahí pasa dividiendo, por lo tanto, da 5,3 kilómetros. Ah perdón, litros, correcto. Son 53 kilómetros el x nos está indicando cuantos litros son, por lo tanto, son 5,3 litros. Bueno esta es una forma simple, multiplicar por diez, dividir por diez, la fórmula puede ser más compleja, ahí en la guía tienen hartos ejercicios que después van a... Subí ya guías hoy día para que el viernes trabajemos con la guía, y pensaba proyectar la guía, pero el computador no quiso proyectarla, el cable parece que está malo entonces no funciono. Ya, anoten entonces el ejemplo. ¿Habían anotado el de acá? ¿Sí?

Episodio 8: Tarea completar tabla de valores función afín

En este episodio entrega la función $f(x) = 3x + 7$ y pide completar la siguiente tabla:

x	$f(x)$
1	
-4	
12	
	5
	10

El cálculo de las imágenes de los tres primeros valores es aritmético y el resultado son números enteros. Para calcular la pre-imagen de los últimos dos valores se utiliza una ecuación de primer grado y se obtiene un valor racional negativo $(-2/3)$ y otro es entero positivo. En esta tarea es una estudiante quien soluciona cada una de las tareas en la pizarra. Luego la profesora explica cada uno de los cálculos que realizó la estudiante.

Este episodio está registrado en el video 13, desde el minuto 06:38 hasta el minuto 24:32.

Transcripción del episodio 8

06:38|P: Ya, dada la función $f(x) = 3x + 7$, completar la tabla, x $f(x)$ uno, menos cuatro, doce, cinco y diez. Si tenemos la siguiente función el $f(x)$ es equivalente a tres por x más siete, remplacemos los valores del x obtengamos las imágenes y si tenemos la imagen obtener la pre-imagen. Entonces dado el valor del x lo remplazamos y obtenemos el valor del $f(x)$ y viceversa si tenemos la función, tenemos el valor, tenemos la imagen obtener la pre-imagen. Completar la tabla. Dada la función, completar la tabla. Y lo mismo con esta función cuadrática ($f(x) = x^2 - 5x + 6$), entonces tenemos la función lineal, completar la tabla, tenemos las pre-imágenes remplazamos sacamos la imagen, y también conocemos los valores de $f(x)$, despejamos y obtenemos la pre-imagen. Y lo mismo en esta otra función que es una función cuadrática.

Ya vimos la ecuación de segundo grado, vamos a ver cómo están. ¿Vamos bien?

10:41|A: No.

10:42|P: ¿Más o menos?

10:43|A: Algo, es que va muy rápido, por eso entre que copio y presto atención me hago un lío increíble, pero estoy prestando atención sí.

10:50|P: Vamos a volver a repetir.

11:23|A: ¿Pueden ser números fraccionales?

11:25|P: Si, lo puede dejar en fracción o en decimal.

11:29|A: Ah ya.

11:31|P: Las respuestas la pueden dejar en decimal o dejarla en fracción, no son números enteros, hay decimales.

12:03|A: ¿Pueden dar números negativos?

12:05|P: Si, también pueden dar números negativos. Ya, ¿Cómo van con la tabla?

13:57|A: ¿Eso?

14:00|P: Si, claro lo deja en decimal o la fracción, puede dejar el $-2/3$ o 0,6 periódico. Ya si remplazamos el primero, el número uno ¿Dónde lo remplazaría?

14:34|A: El uno lo remplazaría en x.

14:35|P: Ya.

14:36|A: Entonces dejaría tres por uno más siete.

14:38|P: Excelente, bien.

14:40|A: Y después iría sacando todos esos.

14:41|P: Exacto.

14:42|A: Y viceversa, habría que dividir.

14:45|P: Claro, despejar la ecuación, ve que entendió.

14:53|A: ¿Profe?

14:54|P: ¿Sí?

14:56|A: Nada, estábamos comparando resultados.

14:57|P: Altiro voy.

15:01|A: ¿Aquí como lo hago?

15:02|P: Acá tiene el $f(x)$.

15:04|A: Si.

15:06|P: Entonces remplazamos acá el valor.

15:07|A: Ah.

15:08|P: Exactamente, pero sin la x. Solamente el cinco, el $f(x)$ y el cinco y ahí despeja la ecuación que en este caso es de primer grado. ¿Ya? El resultado les puede dar negativo, positivo, decimal.

15:25|A: Profe.

15:26|P: ¿Sí?

15:27|A: Acá ¿Cómo tengo que pasarlo? ¿Este lo remplazo por este?

15:31|P: Exactamente, sí.

15:32|A: Y acá ¿igual?

15:34|P: Exactamente.

15:36|A: Bacán.

15:37|P: Claro, la que es cuadrática también, remplazan la x si está a cuadrado, el número al cuadrado y van haciendo el cálculo.

15:57|A: Profe me revisa este.

15:58|P: ¿El dos? Ya, si, correcto. Esto es dos, entonces pasa restando. Ah pero y el seis ¿Qué paso con el seis? El seis está ahí, ah ya. Y ahí está po.

16:18|A: ¿Está bien?

16:19|P: Si po.

16:21|A: Encuentro como que no da.

16:22|P: ¿Por qué no?

16:23|A: Dieciséis, no sé.

16:24|P: No po, si esto tiene que dar dos, dieciséis. . .

16:26|A: Ah verdad.

16:28|P: Tiene que dar dos ¿cierto?

16:33|A: Y si lo remplazo por este otro valor.

16:35|P: No, pero si lo remplaza acá, le va a dar como resultado ese.

16:40|A: Ah ya, si por eso, si me salió.

16:42|P: Claro.

16:43|A: Gracias profe.

16:45|P: Claro, porque no era buscar los ceros de la función, sino que era remplazar y que diera en este caso dos.

17:00|A: ¿Profe?

17:02|P: ¿Sí?

17:04|A: Entonces se aplica la fórmula de la función de la ecuación de segundo grado.

17:09|P: Acá, ya remplazo y esto es cero claro, como ecuación de segundo grado. ¿Quiere salir a la pizarra?

17:57|A: No, todavía no.

17:58|P: ¿Todavía no?

18:01|A: No, no tengo ganas.

18:03|P: Pero que no le susto, si son unas funciones lineales.

18:48|A: Profe, 3,2. . .

18:49|P: Exactamente, o sea sería tres y dos, no es que sea un par ordenado, hay dos soluciones.

18:57|A: ¿Profe?

18:59|P: ¿Sí?

19:02|A: ¿Este igual tengo que multiplicar?, ¿o solamente queda el cinco?

19:06|P: ¿Qué cosa?

19:07|A: El cinco.

19:09|P: Aquí tengo x cuadrado y x, ¿se acuerda? la ecuación de segundo grado. ABC, lo que hicimos la clase pasada, porque es una ecuación de segundo grado.

19:24|A: Porque ese es el. . .

19:25|P: Exactamente. Ya, ¿Quién viene a completar la número uno? La primera tabla. ¿Un voluntario? Bueno a todos les queda claro que ese es remplazar, ahora que pasa con ese cinco, el cinco está en $f(x)$ ¿cierto? En esta columna, por lo tanto, aquí esta $f(x)$, aquí anotamos el cinco y nos queda una ecuación. Ya, ¿Quién viene a la pizarra?, ¿Quiere ir usted cierto? ¿No? Va super bien.

20:36|A: ¿Esta?

20:39|P: Ya, esta es de segundo grado, ¿cierto? Está remplazando el uno en todas las x que hayan, ¿y esa? Esa también.

20:48|A: ¿Después hay que aplicar la raíz?, ¿o no?

20:50|P: No, después cuando remplace esta, ahí hay que aplicar la raíz.

20:54|A: Ya.

21:00|P: ¿Quiere ir a hacer la primera?

21:02|A: Pero solo a rellenar o ¿tengo que explicar cómo lo hago?

21:06|P: Hace el cálculo.

21:08|A: ¿Pero hago todo?

21:09|P: Si po, hace el cálculo y lo anota acá.

21:11|A: Eso fue lo que hice.

21:13|P: Exacto, si esta super bien.

21:15|A: ¿Y quiere que lo haga ahí?

21:16|P: Si.

21:17|A: Y ¿Por qué?

21:18|P: Lo puede hacer también en la mitad de la pizarra, para que tenga más espacio, puede ser aquí o puede ser acá.

21:25|A: ¿Por qué?

21:26|P: Porque entendió perfecta la materia. Ve, ve que puede salir a la pizarra. Correcto, exactamente.

22:38|A: Aquí seria menos dos, pero no se si eso está bien.

22:46|P: Menos cinco.

22:48|A: Sí.

22:49|P: Menos b es: menos menos cinco.

22:54|A: Profesora, ¿En el caso de ahí da positivo?

22:58|P: Exacto, correcto.

22:59|A: Entonces sería 20.

23:02|P: Claro.

23:18|P: Correcto, muy bien, super bien. Ya, entonces para completar tenemos la x_1 aquí el primer paso, tres por una tres, más siete son diez, su imagen es diez. El menos cuatro, tres por menos cuatro menos doce, más siete, menos cinco, la imagen del menos cuatro es menos cinco. El doce, tres por doce 36, más siete son 43, la imagen del doce 43.

23:50|P: Ahora el número cuatro conocemos la imagen queremos que esta sea igual a cinco, entonces cinco igual a tres x más siete ¿Cuál debe ser el valor de x para que me de cinco? Despejamos, el siete pasa restando, menos dos se divide por tres menos dos tercios, o menos cero punto seis periódico, para que de diez ahora ya sabíamos que era un uno, pero si trabajamos con la ecuación, si queremos que la imagen sea diez, diez igual a tres x más siete, el siete pasa restando, el tres dividiendo nos da que la pre-imagen es uno. Entonces imágenes y pre-imágenes.

Episodio 9: Tarea completar tabla de valores función cuadrática

En este episodio la profesora escribe en la pizarra $f(x) = x^2 - 5x + 4$ y pide completar la siguiente tabla:

x	$f(x)$
1	
-5	
-2	
	0
	2

Al igual que en el episodio anterior, es una estudiante (diferente a la que resolvió las tareas anteriores) quien resuelve en la pizarra las tareas.

En las tres primeras tareas, en las que se pide calcular la imagen de un valor, la estudiante realizó los cálculos a mano y escribió el desarrollo en la pizarra. En las otras dos, utiliza la fórmula para resolver las ecuaciones de segundo grado como un artefacto para resolver las tareas.

La profesora, al igual que en el episodio anterior, explica lo que hizo la estudiante, utilizando la fórmula y agrega la estrategia de factorización para resolver la ecuación.

Este episodio está registrado en el video 13, desde el minuto 24:33 hasta el minuto 34:03.

Transcripción del episodio 9

24:33|P: La segunda función ¿Voluntario? ¿voluntaria? Ya, ¿Quién no ha venido a la pizarra y quiere venir justo hoy día a la pizarra? No ha hecho todavía este ejercicio, hizo el otro.

24:59|A: Oiga aquí me da una...

25:01|P: De segundo grado, sí. Lo que vimos la unidad anterior, recuerden "ax2+bx+c=0" es igual $(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$, también puede ser por factorización, $(x - x_1)(x - x_2) = 0$. Así que ahí tenían dos alternativas. ¿Usted quiere? Si tienen dudas su compañera les va a explicar. ¿Usted?

25:48|A: Yo vengo recién incorporándome.

25:50|P: ¿Se sentía mal?

25:51|A: Estoy enfermo, me duele mucho la garganta.

27:09|P: Entonces remplazando el número uno en la función (siga nomas), tenemos uno cuadrado, menos cinco por uno más seis y su resultado es dos. Al evaluar en menos cinco, menos cinco al cuadrado da positivo veinticinco, menos cinco por menos cinco también da positivo veinticinco, por lo tanto, el resultado es 56. La imagen del menos dos, menos dos al cuadrado también es positivo cuatro, menos cinco por menos dos positivo diez, por lo tanto, el resultado es veinte la imagen. Ahora si la imagen es cero cual debe ser la pre-imagen, y ahí nos queda una ecuación de segundo grado, y ya queda igualada a cero, por lo tanto, ahí ya tienen el ABC, aplican la fórmula o también pueden factorizar determinado los dos valores.

29:09|A: Me falto pizarra

29:11|P: Acá, si alcanza aquí po, ¿O no?

29:13|A: ¿Aquí?

29:15|P: Si, o borramos. ¿Ya habían corregido la lineal? ¿Podemos borrar? Ahí tiene espacio.

30:29|A: Estoy cansada.

30:33|P: Pero termino los ejercicios del otro día ¿o no?

30:36|A: Alcance a pasar la primera y segunda parte, pero igual quiero terminarlos todos.

30:40|P: Si po.

30:41|A: Es la única manera que me salga esto.

30:43|P: Si, porque aquí tenemos que ocupar las de segundo grado.

30:54|A: La prueba ¿Cuándo es?

30:56|P: Por ahí por fin de mes, más o menos. Ya, muy bien. Entonces al evaluar el uno, menos cinco y el dos, lo remplazamos en x y ya lo habíamos calculado hasta ahí. Ahora si el g(x) es cero, $0 = x^2 - 5x + 6$, determinamos que el valor de a es uno, b menos cinco, c es seis, por lo tanto, los valores del x van hacer "-b" "menos*menos= +" da cinco, mas menos raíz de menos cinco al cuadrado menos cuatro por uno por seis que sería el cuatro por el valor de a por el valor del b, del "c". Entonces aquí es, $(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$, del a, b y c. El a es uno, b menos cinco, c es seis, entonces como b es menos cinco, "menos*menos= +", b cuadrado siempre va a ser positivo veinticinco, menos cuatro multiplicado por uno, multiplicado por seis, $4 \cdot 6 = 24$, veinticinco menos veinticuatro uno, raíz de uno, uno, como es el "más-menos ", cinco más uno partido por dos, cinco menos uno partido por dos. Una solución es tres y la otra solución es dos. Si la imagen es dos, este dos pasa restando y nos queda un cuatro entonces tengo el a uno b menos cinco c es cuatro y hacen lo mismo pero con estos valores, tendríamos un cuatro y un uno. ¿Ya?

33:01|P: Ahora hay otra forma de resolver esa ecuación, por factorización ¿se acuerda? Dos números que al multiplicar de cuatro y que la suma sea menos cinco, $(x-4)(x-1)$. Al multiplicar da cuatro, al sumar da menos cinco, el $(x-4)=0$ o sino $(x-1)=0$. Una solución es cuatro y la otra solución es uno. Entonces también cuando sea números enteros fáciles de encontrar podrían recurrir a la factorización, pero la fórmula siempre les va a dar la solución ¿Ya?

Episodio 10: resumen y finalización de la clases

En este episodio, la profesora hace un cierre de la clase, indicando cuáles son los temas que se trataron en la clase, al final de la clase habla de la plataforma.

Este episodio está registrado en el video 13, desde el minuto 34:45:38 hasta el minuto 38:00.

Transcripción del episodio 10

36:55|P: En tres clases más. Ahí está, tome. A ver otro dato importante ustedes ya terminaron el cuarto control, van super bien en los controles, la participación de ustedes ha sido muy buena, hoy día ya habilite los controles para función lineal y función cuadrática, entonces es bueno que comiencen desde ya a leer las preguntas, aunque recién estamos comenzando con la materia, pero así van a ir estudiando cada una de ellas, además para que vean como son las preguntas porque alguna de estas preguntas va a salir en la prueba, así que ir revisando los tipos de problemas que aparecen en los controles. Bien lo dejamos hasta aquí por hoy día, que estén bien. La lista está ahí para que la firmen.

B.2.2. Clase 2

E0: La profesora responde dudas de un estudiante antes de comenzar la clase

Este episodio está registrado en el video 19, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 04:08.

Transcripción del episodio 0

00:00|A: (...) representando otras cosas

00:03|P: O sea, cuando es la raíz, uno grafica solamente la parte positiva, ahí la mitad, y sino menos raíz, pero así como: y^2 no.

00:19|A: Eso significa que no son funciones pero que sí pueden existir ¿cierto?

00:21|P: O sea, esto es una cónica.

00:24|A: Ya, no conozco esas.

00:25|P: Las parábolas.
00:26|A: Ya, de ahí las voy a ver.
00:27|P: Sí, de ahí las vamos a ver.
00:30|P: Ya, bueno ya , vamos a comenzar.

Episodio 1: Ejemplo sobre el costo de un parquímetro en función del tiempo

En este episodio la profesora presenta una situación sobre el pago del parquímetro en función del tiempo. Esta situación es modelada mediante una función afín. En una primera parte la profesora proyecta un primer ejemplo a partir de un documento en el que se explica la situación, se muestra una tabla de valores, la cual, relaciona el tiempo utilizado en un parquímetro y el pago que se debe hacer por ese tiempo.

La pregunta que aparece más abajo solicita a los estudiantes representar algebraicamente la función. Para resolver la tarea, la profesora calcula de forma implícita la pendiente y el coeficiente libre, a partir de eso, da la representación algebraica: $y = 700x + 450$.

Además de la pregunta que aparece en el documento, agrega dos preguntas más, una sobre la imagen de un 5 horas y media y la otra sobre la pre-imagen de \$2.900. Al igual que en las tareas anteriores, el cálculo de la imagen la realiza haciendo cálculos aritméticos y para la pre-imagen plantea una ecuación y la resuelve .

Este episodio está registrado en el video 19, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 14:28.

Transcripción del episodio 1

00:55|P: La clase pasada comenzamos funciones y alcanzan a ver bien ¿cierto?, no tengo para qué apagar la luz. Y vimos la relación entre magnitudes y vimos el ejemplo con tablas, gráficas y llegar a la fórmula.

01:28|P: Bueno, acá tenemos un primer ejemplo que es la relación entre dos magnitudes que se pueden expresar, representar de diferentes formas con el ejemplo típico del parquímetro ¿ya? El parquímetro de una calle cobra \$450 pesos por estacionar el vehículo y cobra por cada minuto adicional siendo \$350 pesos cada 30 minutos. Entonces, es de la nueva ley va cobrando por cada minuto, no que a los 30 minutos va a aumentar \$350 pesos, sino que va a ir cobrando la fracción minuto a minuto. Por lo tanto podríamos calcular: ¿ cuánto es en cada minuto? ¿cuánto va aumentando? 350 lo divido en 30 y tendríamos el valor que aumenta en cada uno de los minutos. Ahora, para que el cliente pueda calcular fácilmente el precio podríamos representarlo con una tabla, podríamos representar la gráfica y llegar a la expresión algebraica que nos indica este valor. Entonces, el tiempo cero horas solamente de estacionar van a ser \$450 pesos, cada 30 minutos aumenta en \$350 pesos. Por lo tanto, en media hora o 0.5 si le sumamos \$350 tendríamos \$800 pesos, media hora más, agregamos \$350 pesos más en media hora más y así sucesivamente formando la tabla del precio con respecto al tiempo. Si lo representamos gráficamente, tenemos el tiempo, el eje horizontal, el eje de las abscisas; el eje vertical, el de las coordenadas que nos va a indicar el precio. Entonces, al estacionar \$450 pesos, cuando han transcurrido 30 minutos agregamos \$350, pero como se va cobrando minuto a minuto, por eso que vamos uniendo estos dos puntos. Podríamos interpolar, sacar un valor intermedio. Si al un cuarto de hora o cuando han transcurrido 3 minutos o cinco minutos ¿cuánto hay que cancelar?.

04:04|P: Eh...una hora \$1150 pesos, 1 1/2 horas, \$1500 pesos y unimos los dos puntos y tenemos la representación gráfica de estos datos. El eje, los ejes coordenados son perpendiculares, el origen $(0, 0)$ la intersección de estos dos ejes, el eje horizontal se llama abscisa y el vertical ordenadas.

04:40|P Ahora, podríamos representar esta relación entre estas dos magnitudes...tenemos la tabla, tenemos la gráfica , ahora la expresión algebraica que nos representa esta función. Para llegar a la expresión algebraica va aumentando \$350 pesos cada 30 minutos. Si anotamos la expresión algebraica con respecto a Horas, en una hora ¿cuánto aumenta?

05:35|A: \$700 pesos

05:37|P: \$700 pesos. Entonces, si dejamos x en horas y el y esel precio. Si queremos determinar el precio, es \$700 pesos en cada hora. O sea que, si estoy estacionado una hora, 1 x 700 es igual a 700, pero... al inicio había un valor inicial, ¿cierto? que es de \$450. Por lo tanto, la expresión algebraica que representa esta función es $y = 700x + 450$. También, se podría representar con la Unidad de minutos y ahí habría que calcular... ¿cierto? con respecto a minutos. Entonces, si reemplazamos el tiempo, podemos determinar cuánto hay que pagar. Si sabemos cuánto hay que pagar, podemos determinar cuanto tiempo estuvo estacionado el vehículo... ¿ya?

06:49|A:

06:53|P: Claro, porque aquí como está en Horas, si lo cambiamos a minutos se divide por 60, y ahí tendrías el tiempo en minutos. Y si lo divides por 3600, lo dejaría en segundos. Entonces, ahí el valor de cada uno de los segundos. Entonces, la relación entre estas dos magnitudes se puede representar...ahí tenemos el lenguaje natural, la tabla, la gráfica, y la expresión algebraica...¿ya?...Si el tiempo que estuvo estacionado es de 5 horas y media, ¿Cuál sería el precio a cancelar?; Si canceló \$2900 pesos ¿cuánto tiempo estuvo estacionado? Determinen el valor...si estuvo estacionado 5 horas y media: ¿cuánto tuvo que pagar? y si pagó \$2900 pesos: ¿cuánto tiempo estuvo estacionado?

08:40|P: Bueno, esta es la guía que publiqué la semana pasada, no se si la descargaron, la estuvieron revisando...para que la descarguen, la lean para que vayan complementando lo de la clase. Estoy repasando lo que vimos la clase pasada . Entonces, de acuerdo al enunciado se puede representar gráficamente, tabla y la expresión algebraica

09:15|A:: Señorita...

09:18|P: Ya.. entonces ahí multiplicó por… Cinco horas y media, como el x está en horas, anotamos el cinco horas y media (5.5) y se le suma 450 ¿Cuanto da?

09:36|A: \$4.300 pesos

09:38|P: \$4.300 pesos

09:44|P: Si cancela \$2.900 pesos, ¿cuánto tiempo estuvo estacionado?

10:04|P: ¿Lo quiere resolver?

10:05|A: No

10:12|P: ¿Cuánto tiempo?... ¿qué habría que hacer?

10:26|A: Despejar la x

10:28|P: Ya, despejar la x. O sea, resolver la ecuación..ya, entonces conocemos el valor del Y que son 2.900 es igual a $700x + 450$ y despejamos. Sabemos que va a ser menos de 5 horas y media, porque ahí está cancelando \$4.300 pesos. Mmm...3.5, entonces serían tres horas y medias, le restamos 450, da \$2450 se divide por 700 y nos da 3.5 horas. Entonces, estas dos magnitudes se están relacionando el tiempo y el precio a cancelar …¿ya? Entonces, tenemos varios registros: gráfico, tabular.

12:02|P: Parece que se mueve la mesa y se desconecta

12:52|P: Bueno, en la guía después vienen los ejemplos que vimos la clase anterior de área, de él cuadrado. Entonces, cómo representarlo tanto gráficamente, tabularmente y escribir la expresión, la definición... ya...vamos a seguir sin el data

Episodio 2: Características función afín y ejemplo

En este episodio la profesora formaliza elementos del referencial teórico en torno a la función afín. Particularmente, la relación entre los coeficientes de la función y su gráfica, la pendiente de y su determinación a través de la fórmula: $(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$. También la relación entre la pendiente y el ángulo que forma con el eje x. Luego, dibuja un gráfico en la pizarra para dar un ejemplo de cómo se calcula la pendiente de una función y la expresión algebraica, teniendo como datos las coordenadas de dos puntos. La tarea no es contextualizada, los valores que elige para los puntos son números enteros, al igual que la pendiente y el resto de los coeficientes de la función afín.

Este episodio está registrado en el video 19, desde el minuto 14:29 hasta el minuto 33:59.

Transcripción del episodio 2

14:29|P: Emm… gráfica del Modelo lineal. Ya...si el modelo es lineal, vamos a ver la gráfica y como de la gráfica determinar cuál es el modelo de la función… emm… La gráfica del modelo lineal $f(x) = mx + n$, donde m es la pendiente y n el coeficiente de posición donde corta al eje y. Entonces corresponde a una línea recta según la pendiente si $m > 0$...Entonces, si la pendiente es positiva, la recta es creciente; n es el coeficiente de posición, donde intersecta en el eje y. Si la pendiente es negativa, es decreciente, ahí tenemos el n, el coeficiente de posición. Si la pendiente es igual a 0, la pendiente 0 cuando es paralela al eje x. Y la pendiente indeterminada, cuando es paralela al eje y.

17:45|P: La pendiente nos da el ángulo de elevación o de presión. Aquí el ángulo vemos que es de 0 a 90, menor que 90 es positivo; si es mayor que 90 a 180, es pendiente negativa. Aquí el ángulo es 0, en la pendiente 0; y aquí (pendiente indeterminada) el ángulo es de 90º.

18:22|P: La pendiente se puede obtener por tangente y también dado dos puntos la tangente es el cateto opuesto partido por cateto adyacente. O sea, es Δy partido por Δx. O sea, para obtener la pendiente, si conocemos dos puntos es $y_2 - y_1$ partido por $x_2 - x_1$. O sea, si tenemos la información, ya sea en la gráfica o en el enunciado de dos puntos podemos determinar la pendiente de la recta y determinar el modelo de la función... dibujen entonces las gráficas, el resumen está en la guía, tienen que descargar la guía del ambiente-aprendizaje.

21:40|P: Si tenemos el siguiente gráfico [muestra un gráfico en el pizarron] y se pide determinar el modelo lineal y conocemos estos dos puntos : el punto A, ¿cuáles son las coordenadas del punto A?

21:58|A: $x = 5$ y el y es 2000

21:59|P: Ya... $x = 5$ e y es igual a 2000. Y¿ el punto B?

22:04|A:: x es 10 e y es3000

22:07|P: Ya, 10 y 3000. O sea, que los pares ordenados: Punto A es 5 y su imagen es $2000 \Rightarrow (5, 2000)$. El punto B es $(10, 3000)$. Para determinar el modelo lineal: $mx+n$, ¿cuál sería n aquí en la gráfica? Estamos viendo donde corta al eje y. Ese punto es, lo vamos a llamar Punto C, ¿cuáles serían las coordenadas del Punto C?, ¿cuál es la coordenada x?...cero; Sería Punto $C = (0, 1000)$. Este mi, ¿corresponde a?...n, coeficiente de posición. Para determinar el modelo lineal, determinamos la pendiente. Aquí se forma un triángulo rectángulo, aquí tendríamos el Δy la diferencia de $y_2 - y_1$; Δz, la diferencia entre $x_2 - x_1$. Este Δ, ¿cuánto es? [se refiere al y_4]

23:33|A:: 1000

23:36|P: 1000 y este Δ? ...

23:39|A:: 5

23:42|P: Por lo tanto la pendiente de esta recta es (3000˘2000)/(10˘5) y 1000/5 es igual a 200. Por lo tanto el y, que sería el $f(x)$ va a ser igual a la pendiente $200x + n$, y el n es $200x + 1000$. Si reemplazamos el 5, $200 \cdot 5 = 1000, 1000 + 1000$, nos da la imágen que es 2000; al reemplazar 10, $200 \cdot 10 = 2000$, $2000 + 1000$, nos da 3000. Y con esto podemos determinar cada uno de los valores, cada uno de los puntos de este modelo lineal.

24:59|A: Profe, ayuda lo que vimos (...) con dominio [no se entiende la pregunta]

25:03|P: Sí

25:31|P: Entonces la pendiente determina dos puntos conocidos del gráfico. Con estos dos puntos se forma el triángulo $\Delta y/\Delta x$. Determinamos la pendiente cuanto va aumentando en cada una de las unidades respectivas. En este caso vemos que va aumentando porque es creciente y el coeficiente de posición, ¿qué pasa si no conozco este coeficiente de posición? o no lo alcanzo a determinar acá, ¿de qué otra manera podemos determinar el modelo?

26:21|P: ¿Ya se puede borrar aquí o todavía no?... O lo anotamos acá… Otra forma es ecuación de la recta, dado puede ser dos puntos, sacar la pendiente o decir simplemente punto pendiente, porque si ya tienen la pendiente con bastaría un solo punto. Entonces, dado dos puntos o un punto y la pendiente (m).

Entonces, $y - y_1 = mx - x_1$, conocido un punto y la pendiente . Y si tienen dos puntos, con los dos puntos sacan la pendiente. Entonces, si no conocemos el n, no lo visualizamos en la gráfica de acuerdo a la escala de la gráfica; conocido un punto y teniendo la pendiente determinamos la ecuación. Entonces, cual de estos dos puntos, puede ser el punto A o el punto B, tenemos las coordenadas, siempre las coordenadas (x, y) . Si este es el primer punto y conocemos la pendiente 200. Vamos a tener que $y - y_1$ que es 2000 es igual pendiente que es 200 por $(x - x_1)$. Ahí se multiplica y se despeja y vamos a llegar al mismo modelo. [En el pizarrón aparece la ecuación así:$y - 2000 = 200(x - 5)$]

$$y - 2000 = 200x - 1000$$

$$y = 200x - 1000 + 2000$$

$$y = 200x + 1000$$

Entonces, dado un punto de la pendiente o los dos puntos para calcular la pendiente y después la ecuación. Y la otra alternativa, que de la gráfica saquemos el valor del n.

29:19|P: Ya… anoten el ejemplo y ahora ustedes van a desarrollar un problema.

33:26|P: ¿Terminaron de anotar?

33:28|A: Todavía no

Episodio 3: Ejemplo de la utilidad de una automotora

En este episodio la profesora dicta una tarea, que extrae de la misma guía de trabajo donde aparecen las tareas del episodio 1. La profesora da una tarea explícita a partir de un contexto de la utilidad de una función a partir de la cantidad de unidades de vehículos vendidos. La profesora da como información un par de puntos, ella hace una modificación de la tarea, pues en el documento, los puntos aparecen en un gráfico.

La tarea explícita que solicita a los alumnos es crear la expresión algebraica a partir de los datos entregados. La tarea la subdivide en dos partes: 1) el cálculo de la pendiente de la función y luego el cálculo de la expresión algebraica de la función. La función que se modela es $y = 400{,}000 \cdot x$, donde x es la cantidad de vehículos utilizados e y representa la utilidad obtenida por la venta de esa cantidad.

La profesora utiliza distintos registros para solucionar el problema y diferentes estrategias, una de ellas apoyada sobre la gráfica y otra netamente algebraica.

Este episodio está registrado en el video 19, desde el minuto 34:00 hasta el minuto 59:50 y en el video 20 entre el minuto 00:00 y el minuto 05:04.

Transcripción del episodio 3

34:00|P: Anotemos el siguiente problema Nº 2: Una automotora importa autos de varias marcas y se analizaron las utilidades de la importación de autos de la marca Nissan determinando que por cinco vehículos vendidos, la utilidad es de $2{,}000{,}000 yporochovehculosvendidos, lautilidad$
Determinar la función que modela la utilidad por cantidad de vehículos vendidos. Calcular la utilidad si se venden 150 vehículos. Ya... entonces primero obtienen el modelo, cuál es la información que tienen. Primero anotan los datos, pueden ser en una tabla, pueden ser en un gráfico, los puntos, entonces encontrar el modelo.

40:02|P: Ya... lean el enunciado, cual es la información, cual es el punto....pueden hacer la gráfica, pueden hacer la tabla o escribir los puntos y de ahí llegar al modelo. Diferentes estrategias

41:45|A: Saqué

41:47|P: Y en la A ¿sería? 400

41:48|A: 400.000

41:49|P: Ya ¿qué cosa?

41:50|A: Que se me había olvidado poner ese... que por cada vehículo

41:55|P: Ya.

41:56|A::Ahí el x es la cantidad de vehículos.

41:58|P Ya... ¿ y cuando es cero?

41:59|A: ¿Cuando es cero?

42:02|P: Mmm... por ejemplo ahí no...

42:05|A: Ahh entonces pa eso tengo que hacer una gráfica

42:09|P: Ya... pero si sin la gráfica puedes.

42:16|A: Pero que no está multiplicado por siete cero

41:18|P: Ya, entonces ahí tenemos el coeficiente de posición, ¿faltaría?... ahí tenemos la pendiente ¿cuanto va aumentando?

42:29|A: Faltaría ya el primer caso.

42:30|P: Claro.

42:32|A: A ya y ¿eso está bien?

42:35|P: Pero eso va a depender del modelo que sacó

42:38|A: A ya

44:29|P: ¿Ah?

44:30|A: (...) no puedo hacerlo

44:33|P: Primero anote qué información tenemos, cuales son los datos que se dan, dice que 5 vehículos, al utilidad es de 2.000.000; 8 vehículos, la utilidad es de 3.200.000, ¿podría decir cual es la utilidad por cada vehículo?

46:14|P: Siga no más, está bien

46:16|A:: ¿Está bien?

46:18|P: Si.

46:19|P: ¿Va bien?

46:33|A:

46:36|P: Ya... si lo hizo a escala, parece que justo llegaba donde usted dijo, pasaba por el 0, Mmm?

46:46|A: Si, pero uno puede por ejemplo ir así y no comprar na' e ¿igual tiene que pagar?, si es que va en 0, si es que compro 0 autos?. Por que si compra 150 autos paga eso, pero aquí no parte de 0 la primera...

47:04|P: En este caso, ¿parte de 0 o no?

47:08|A: Eh... yo creo que parte de 1.

47:14|P: ¿en las utilidades?

47:16|A: A no no no, en las utilidades no, porque eso es lo que gana, ¿cierto?, las utilidades

47:20|P: Ajá

47:22|A: No no , ¿no creo que se pueda partir de cero?, ¿o si?

47:28|P: 0 vehículos, 0 utilidad

47:29|A: A sí, si se puede de 0

47: 31|P: Si

47:35|A::

47:40|P: Ese millón doscientos, este de aquí.

47:48|A:: Sale de...

47:50|P Profesora Ya... esta es la resta. Ya, aquí tenemos que la pendiente es 400.000. Ahora no tenemos la gráfica para saber donde corta... ah...entonces se podría hacer la gráfica ó ¿de qué otra manera? Conocemos un valor es **48:06|A:**: ¿Ese?

48:07|P: 2.000.000, mmm... y el 5, pero podría ser con la ecuación, con un punto conociendo la pendiente determinar cuál es el modelo

48:28|A:: Mmm

48:29|P: Esto está bien, hasta ahí está bien. Este número todavía no se de donde lo determinó, habría que determinar cual es.

48:41|P: A ver

48:42|A: ¿Está bien profe?

48:43|P: A ver, explíqueme

48:45|A: Eh… que me están pidiendo las utilidades por cada vehículo, ¿cierto?

48:48|P: Sí...

48:50|A: Entonces si utilizamos la fórmula que usted nos dio por según los datos que nos entregan

48:55|P: Ya...

48:56|A: Reemplazamos los datos y nos dio 400.000

48:57|P: Entonces la pendiente es 400.000

48:59|A: ¿La pendiente?

49:01|P: Si, claro, la pendiente es 400.000, explíque, explíque, siga explicándome

49:08|A: Entonces dejamos que calcular las utilidades si se vendieron 150 vehículos, entonces los 400.000 se le multiplican a los 150

49:18|P: Ya.

49:20|A: Y me dio un número grande.

49:22|P: Bueno que son 150 vehículos, ¿ah?

49:24|A: Me dio algo, creo que era algo de 6 por día elevado a 7

49:30|P: Ya, y ¿ la gráfica? Vemos que cuando está en 0, dio $(0, 0)$ sea, que el modelo

49:36|A: O sea, $(0, 0)$, vehículos vendidos, es 0 de utilidad

49:41|P: Ajá

49:42|A: Y a los 5 vehículos vendidos...

49:43|P: Claro

49:44|A: Se obtienen utilidades, ¿está bien?

49:51|P ¿Ya?

49:52|A: (...) la fórmula de aquí ¿a qué corresponde?

49:56|P: El x y el y para determinar el modelo, el x y el y, y ese es el punto usted determina cual de ellos va a aplicar, puede ser el A, puede ser el B, puede ser el C. En este caso para el enunciado, tiene 5 vehículos , 2.000.000 de utilidades, ahí tendría un punto. Ó puede utilizar el de 8 vehículos, 3.200.000 de utilidades

50:24|A: Ya… ah, pero este de aquí

50:25|P: No, ese es para el modelo, para determinar el modelo, el x

50:32|A: Entonces va a quedar…

50:34|P: Porque va a quedar el y en función del x

50:36|A: A ya, ya, ya

50:39|P:¿ Mmm?, el x y el y

50:40|A: Es como esta dice acá, tengo que determinar en esta que tengo acá

50:43|P: ¡Exactamente!

50:44|A:

50:47|P: Claro, ahí está con el x , ¿ve?

50:51|A: Tengo que determinar en ese

50:52|P: Ajá

50:53|A: Ya

50:56|P: ¿Sí?

50:58|A:: (...) coeficiente de posición

51:01|P: Ahí, ¿dónde está cortando el eje? ¿en él?

51:05|A:: En el 0

51:05|P: En el 0, y justo dio, dos ceros

51:16|A::

51:22|P: 150, claro. ¿150 es la cantidad de?

51:27|A:: De vehículos, de x, ya.

51:28|P: Claro, ¿ahí sí?

51:34|A:

51:40|P: ¡Correcto!. O sea, que el n es 0, ¿ve?

51:44|A: Si

51:46|P: Profesora O sea, la gráfica también le estaba indicando que n era 0

51:49|A: Si, (...)

51:52|P: Si, ve que estaba justo en el sector, en el 0

51:59|A:

51:59|P: Dígame

52:01|A: ¿Está bien?

52:03|P: Ya... Correcto,entonces $f(x) = 400{,}000 \cdot x$. Entonces como es $+0$ no es necesario anotar el 0.

52:15|P: ¡Correcto! ¡Exactamente!

52:16|A: Ya

52:24|P: Dos minutos y vamos a revisar el problema

53:31|P: ¿Ya lo terminaron?

54:00|P: Anotemos entonces la información. Primero, cantidad de vehículos vendidos y el y o también puede ser U, las utilidades obtenidas. Entonces tenemos cinco vehículos, la utilidad es de... 2.000.000; ocho vehículos, la utilidad es de 3.200.000. Podríamos hacer una tabla, tenemos dos puntos... ya... ahí tendríamos una información, la cantidad de vehículos y la utilidad por ello. También lo podrían representar gráficamente y de la gráfica sacar información. Ví que la mayoría algunos hicieron la gráfica, otros hicieron tabla. Ya si ubicamos los puntos, uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho. Tenemos ...emm... 1.000, 2.000 ya... de mil en mil, mil de dos millones , acá está tres millones y por ahí el 3 millones doscientos mil. Ya, en cinco el dos millones , ocho, 3 millones doscientos mil, si trazan la recta, los que lo hicieron a escala en su cuaderno, se dieron cuenta que justo pasó por 0, 0, ¿cierto?, ya...pero ahí había que hacer el gráfico a escala para determinar gráficamente el punto. ¿Habrá alguna otra forma de determinar ese n ?, una es ya... con la ecuación de la recta, otra es partiendo del modelo. Pero ya tenemos varias alternativas. Bueno, esta gráfica nos sirve para determinar cierto que aquí tengo un Δy y acá un Δx, entonces podemos visualizar mejor cierto la pendiente que tenemos que calcular. La pendiente es la diferencia de los y se divide por la diferencia de los x . 3.200.000 menos 2.000.000 se divide por 8 menos 5; 1.200.000 dividido en 3 y nos da 400.000. Ya tenemos el valor del "m", pero falta el valor del n . ¿Ya? el modelo es $y = mx+n$. El y ¿qué indica? la utilidad, el x indica cantidad de vehículos. O sea que si aquí anotamos en el x un cinco y lo multiplico por la pendiente (n) y le sumo el "m" , me tiene que dar 2.000.000, porque el 5 da 2.000.000. Si en el x anotamos el 8, lo multiplicamos por la pendiente mas el n, nos tiene que dar 3.200.000. Entonces, una alternativa para sacar n... gráfico, la otra alternativa ya teniendo la pendiente utilizando uno de estos puntos, si anoto uno de los pares, por ejemplo el 5 y el 2.000.000, 2.000.000 lo anotamos en el y, la pendiente es 400.000, el x es 5 y con ese par puedo determinar el valor de n , el coeficiente de posición; 2.000.000.

00:00|P: Paso restando y nos da 0, en este caso nos dio 0 pero puede dar otro valor. Entonces los 2.000.000 millones, estos dos millones pasan restando y nos da que el coeficiente de posición es 0. Por lo tanto ya tendríamos el modelo que es: $y =$ pendiente ,$400{,}000 \cdot x + 0$, cómo es más 0 tenemos que el $y = 400{,}000 \cdot x$.

Por la venta de un solo vehículo ¿Cuál es la utilidad? 400.000, ¿2 vehículos? 800.000, ¿3 vehículos? 1.200.000, ya con 5 son 2.000.000, 6, 2.400.000, con 8, $8 \cdot 400{,}000$ nos da 3.200.000. Ya, ahora una tercera forma de encontrar el modelo, el n con la pendiente es con la ecuación de la recta. Ahí tendremos que reemplazar un punto, voy a elegir cuál punto, el 5 2.000.000. Éste va a ser el x_1 y el y_1, y ya calculamos la pendiente 400,000 entonces con un punto y la pendiente, este x y este y es el que genera la ecuación, el x_1 y_1 es el punto que conocemos. y_1: 2.000.000, m: 400.000, el x_1 es 5, entonces acá revisamos la multiplicación, la despejamos y vamos a llegar exactamente a lo mismo. $400{,}000x - 2{,}000{,}000$ es, pasa sumando el 2.000.000, $y =$ a $400{,}000 \cdot x$. Este y está en función del x. Conocemos la cantidad de vehículos, sacamos la utilidad, si conocemos la utilidad podemos determinar cuántos vehículos se vendieron. No se si ahora entendieron lo de la ecuación, reemplazando un punto o podemos sacarlo desde la gráfica, aquí siempre se forma el triángulo para sacar la pendiente y para sacar el valor del n si no quieren trabajar con la ecuación de la recta, teniendo un punto y conociendo la pendiente y teniendo el punto, despejamos el valor del n. También se podría haber determinado con el otro punto, si anotamos acá el 8, 400.000 y los 3.200.000 , ¿$8 \cdot 400$? 3.200.000, pasa restando y nos da 0 también. Ya así que ahí tienen varias alternativas para determinar el modelo cuándo en líneal, ya. Ahí completen entonces, lo que realizaron. Siempre es bueno representarlo con varios registros, porque así queda más claro. Entonces las utilidades con los 150 vehículos, si el x es 150, la utilidad va a ser de $400{,}000 \cdot 150$ y eso era 60.000.000, 60.000.000 de utilidades por los 150 vehículos, muy bien. ¿Dudas? ¿Queda un poquito más claro? ¿Más o menos?... Ya, veamos otro problema.

Episodio 4: Ingresos en taller mecánico por reparación de bujías

En este episodio, la profesora escribe tres tareas a partir del mismo documento. Son tareas basadas en el contexto del ingreso por la reparación de bujías en un taller mecánico. El contexto se podría denominar artificial porque, las bujías son una pieza que ya no están muy presentes en vehículos actuales, no se reparan y su precio de venta nuevo es bajo (aproximadamente 7USD cada uno) en comparación con el precio que cobran por repararlo.

Además la función ingreso depende exclusivamente de la cantidad de unidades vendidas y del precio de cada unidad, por lo que intersecta al $(0, 0)$ y en este caso, en x=0, da 10.000. Las tareas que solicita la profesora son: calcular la expresión algebraica de una función dados dos puntos sobre un gráfico, calcular la imagen de un valor (50 autos) y la pre-imagen de un valor ($2.800.000).

La profesora utiliza el gráfico como un elemento para el cálculo de la pendiente y la expresión algebraica la calcula a partir de la fórmula $y - y_1 = m(x - x_1)$ la cuál funciona como artefacto simbólico. Luego, para calcular la imagen y la pre-imagen de los valores dados, utiliza cálculos aritméticos y resuelve una ecuación de primer grado respectivamente.

Este episodio está registrado en el video 20, desde el minuto 05:52 hasta el minuto 29:28.

Transcripción del episodio 4

05:52|P: Ya, anoten el siguiente problema, nº 3: En un taller mecánico se analizan los ingresos en pesos, se analizan los ingresos en pesos obtenidos por reparación de bujías en autos. En un taller mecánico se analizan los ingresos en pesos obtenidos por reparación de bujías en autos. Determinar la función que modela esta situación, determinar la función que modela esta situación según la siguiente gráfica:

La x es la cantidad de autos, el y el ingreso en pesos, 10.000 y acá, ya. Entonces, determinar la función que modela la situación dada por esa gráfica. x es la cantidad de autos, y es el ingreso, el ingreso está dado en pesos. Aquí en la intersección es 0, Alumno1: ¿El 10.000 corresponde al 1 de x o no?

09:22|P: ¿Ah?

09:23|A: ¿El 10.000 corresponde al 1?

09:24|P: No, el 10.000 está en el 0

09:26|A: Ah, de veras.

09:29|P: El 1 va un poquito más arriba.

11:24|P: Ya, entonces en la gráfica está la información suficiente para determinar el modelo. Determinando el modelo podemos contestar estas dos preguntas.

13:42|P: ¿Y? ¿Cómo va? Alumna2: Recién lo voy a empezar a hacer.

13:50|P: ¡Ah! ¿Entonces ya se puso al día? ¿Pasó en limpio la materia? o que ¿Recién va a hacer el ejercicio?

13:52|A: No, recién voy a hacer este ejercicio.

13:59|P: Ah, ya. Alumno3: Una consulta profesora.

14:02|P: ¿Si?

14:03|A: En esta.

14:04|P: A ver ¿Cuál es la?

14:05|A: Esa es la a, esa es la b y la c.

14:06|P: A ver, aquí tenemos. Ese 1.000 ¿Que indica? Ese 10.000.

14:10|A: Ah, deberas. Es en el 0.

14:23|P: Ya

14:05|A: Eso indica el 0, después ese 1 indica eso que hizo acá.

14:26|P: Ya

14:30|A: Eso del triángulo.

14:29|P: Si pero, el modelo.

14:35|A: Yo diría que habría que restarle eso a eso o ¿no? Si po.

14:49|P: Ya pero recuerden que n, donde corta el eje. Y con el triángulo sacan la pendiente y ese es el coeficiente. ¿Si?

14:51|A: ¿En este caso el coeficiente es 10.000?

15:23|P: Claro.

15:25|A: Ahh

15:26|P: Y el gráfico ya está indicando cual es el n.

15:28|A: ¿Es donde se encuentra cortado?

15:29|P: Exactamente, es donde corta el eje y.

15:31|A: Ah, ya.

15:33|A: ¿Es 28.000 el que está allá cierto?

15:46|P: Si 28.000.

15:50|A: Ah, ya.

16:09|P: Eh, son 10.000 no 1.000.

16:17|P: No se siente tan atrás si tiene problemas para ver la pizarra.

16:23|P: Ahá, correcto. Claro porque se fijan el n ya está fijado en la gráfica es el 10.000, lo mismo que sacándolo con la ecuación de, de la recta. ¿Ven? hay varias formas de alinear la pendiente, más el 10.000 y lo mismo que determinarlo así. Por todos los caminos llega a lo mismo.

16:25|A: Ya ésta sería como la ... **16:44|P:** La función

16:46|A: La función.

16:47|P: Claro.

16:50|A: Ya entonces ahora solamente ocupar las funciones las demás

16:52|P: Exacto entonces si tenemos ¿Cuál es el ingreso al cambiar 50, eh, las bujías de 50 autos? Los autos es x, la utilidad el ingreso, el y. Entonces calcular el ingreso si son 50 autos. En la letra c, conozco el ingreso y quiero saber cuántos autos.

16:54A: Ah ya.

16:55|A:¿Profe?

17:23|P: ¿mm?

17:25|A: Para sacar el ¿Puede ser así?

17:29|P: ¿Para sacar el m? Claro, también puede ser

17:31|A: ¿También puede ser así?

17:35|P: Exactamente, porque como conocemos el valor de, del n, tenemos el y y tenemos uno de los x, también puede sacar el m con esa información.

17: 47|P: También, pero 28.000 menos 10.000, son

17:50|A: 18.000

17:56|P: ah claro, 9.000. Correcto.

17:60|A: Y eso que es profe, ¿La pendiente?

18:02|P: Claro, cuánto va aumentando, en cada unidad o va disminuyendo.

18:04|A: Pero ¿por qué me dio distinto a la de arriba?

18:12|P: Pero es que ¿qué fue lo que hizo acá? ¿por qué dijo que era la mitad? cual es la razón

18:13|A: Eh porque existen dos. la mitad tiene que ser 1.

18:26|P: Ya pero es que aquí no dice que parta en 0 como en el caso anterior.

18:29|A: Ah ya

18:30|P: aquí está partiendo en 10.000

18:32|A: Ah ya, entonces sería ¿ese?

18:37|P: Exactamente ese es.

18:40|A: ¿Profe?

18:43|P: ¿Mm?

18:45|A: Esto me quedaría ahí no más

18:45|P: Correcto

18:48|A: y ahora puedo reemplazar con lo de la pregunta

18:50|P: Claro, claro, sabiendo cuántos vehículos, cuanto es el ingreso.

18:58|P: A ver la, la función que anotó, ah son los 9.000 ya.

19:05|P: Usted que había visto 18.000

19:09|A: 18.000

19:10|P: Ya y esos 18.000 de dónde? 2 menos, ¿porque 1? Es la misma gráfica que tienen acá.

19:24|P: El 2 es 28.000 , el 0 es el 10.00, el 1 está acá al medio.

19:44|P: Este es un punto que está en 2 y este es otro punto que está en, en 0. Yo había anotado el 1 que está entre el 0 y el 1 pero el 1 está por aquí, ah.

20:03|P: ¿Cómo va? Ya.

20:14|P: Y ¿qué le pasó a su compañera que no vino hoy día?

20:16|A: No sé, tenía cosas que hacer

20:18|A: ¿Y se puede hacer eso?

20:23|P: Eh, el 1 ¿dónde está el 1 en la gráfica? Ya pero el 1 va a, y yo tengo ese valor, y ¿ese valor está en?

20:30|A: ¿0?

20:33|P: 0

20:34|A: Entonces es 0

20:35|P: 0

20:38|A: ¿2˘0?

20:39|P: Claro, 2˘0. Y ahora tiene que ver las coordenadas del punto, entonces, ese es el punto que conocemos.

20:41|A: Ah ya

20:48|P: Porque si fuera este otro punto, tendría que saber cuál es lo que está aquí al medio

20:50|A: Profe ¿qué saqué, que obtuve aquí?

20:58|P: El n donde se intersecta al eje, ya conocía el n que era 10.000, ¡ve! Ya ratificó que era 10.000, ve, muy bien.

21:08|P: ...Ingreso al cambiar la bujía de 50 autos

21:14|P: Ya pero antes de eso tiene que indicar cuál es el modelo y el modelo ya está listo. Es $y = m$ ¿Cuál es el m?

21:18|A: 9.000

21:24|P: $9{,}000 \cdot x +$ el n ¿ y cuál es el n? 10.000

21:27|A: 10.000

21:30|A: 10.000 entonces.

21:31|P: Entonces escriba la, la función

21:33|A:¿Esa es mi función?

21:35|P: Claro. $y =$

21:40|A: Entonces y **21:43|P:** igual el m que es

21:47|A: $y = 9{,}000$

21:50|P: 9,000 $\cdot\, x+$ el valor del n

21:57|P: Exactamente, entonces ya tenía la pendiente, 9.000 y con el gráfico ya sabía que el n era 10.000 pero también de esta forma puede calcular el n que es 10.000. Se fija que todos los caminos llega al mismo valor, 10.000

22:00|A: Pero, ¿aunque me esté dando en el otro, igual tengo que calcular?

22:16|P: No, no, si al, aquí, eh, se, estaba indicando que el valor era 10.000 por lo tanto se podía anotar altiro y en el otro gráfico no estábamos seguros de si pasaba, porque habían hecho la recta y a lo mejor no lo había hecho a una escala.

22:20|A: Ah ya.

22:35|P: Mm, entonces ahí era mejor determinarlo de esa forma o con la ecuación de la recta

22:37|A: ¡Profe! **22:48|P:** ¿Mm?

22:49|A: La c no me quedó exacto.

22:50|P: No le dio exacto, y ¿cuál fue el modelo? ¿lo arregló o no?

22:54|A: si po es por 9 pero ahí me dio eso.

22:59|P: Ya, ahora, ahora lo vamos a revisar. ¿Por qué son 9 millones?

23:00|A: Por eso

23:07|P: Si estos son 10.000, 10.000 pesos si es un cambio de bujías no más, no estoy comprando un auto jajaja

23:10|A: Ah serían 9.000 no 9 millones.

23:22|P: Si pues, 9.000 no más. ¡Está cobrando un poco caro!

23:25|P: Correcto. Entonces son esa cantidad de vehículos. Si, súper.

23:30|A: ¿Profe? Esta fórmula ... **23:39|P:** Esta nos entrega altiro la ecuación de la recta que es igual al modelo lineal. **23:40|A:** Ya

23:46|P: La otra alternativa si es que uno no se acuerda de esa, es la pendiente y el valor del n que lo puedo encontrar con la gráfica o reemplazando un punto. Ahora esta es la, como la más rápida, porque reemplazo un punto, el m, y despejas cierto, que es como lo que sería más rápido.

24:11|P: pero.... exactamente, se fija que ese punto es más, más directo.

24:17|A: O sea que

24:19|P: Exactamente, ya teniendo el modelo puede sacar el B, el C, y todas las preguntas que se hagan con el modelo.

24:27|P: Ya entonces acá lo principal es desarrollar la letra A porque si el modelo está mal no vamos a poder determinar lo demás, ya. Entonces, el modelo. Acá formamos un triángulo, esta diferencia es 28.000 menos 10.000 ¿Cuánto es? 18.000, esta otra diferencia es 2 menos 0, 2, por lo tanto m que es el Delta y partido por el Δx 28.000 - 10.000, 2˘0, 18,000/2, 9.000. ¿Qué me indica el 9.000? Que sería lo que va aumentando en cada, en cada una. Entonces en 0 son 10.000, en una 19.000, en dos 28.000, en tres, y así sucesivamente.

Hay un valor inicial y ese valor inicial es donde corta al eje y, que corta en 10.000 por lo tanto no era necesario calcular el n. Gráficamente visualizamos que es 10.000. Por lo tanto la letra A, el modelo es $y = 9{,}000x + 10{,}000$.

26:07|P: Otra forma de llegar a ese modelo era con el punto pendiente ¿Cuál de los 2 puntos? puede ser el 0 10,000 o el 2 28,00 si anoto el 0 10,000, la pendiente ya sabemos que es 9,000 y reemplazo y - 10,000 igual 9000 x -0 por lo tanto es 9000 x pasa sumando más 10,000 se fijan que llegaron a, a lo mismo.

26:55|P: Lo otro es con un punto. Determinar el valor de la m pero ya en la gráfica están entregando el valor de m entonces hay que determinar, cierto, cuál es la información que podemos rescatar ya sea del gráfico del enunciado o de la tabla que se dé.

27:12|P: Bueno, ya teniendo claro el modelo ¿Cuál es el ingreso? ¿Cuál es el y? si son 50 autos, le cambiaron las bujías, cierto, a 50 autos, si x es igual a 50 el y 9000 por 50 más 10000 ¿cuánto es?

27:15|A: 460.

27:39|P: ¿mm? 460.000. Ya.

27:43|P: Si el, ingreso es de 2.800.000, 2.800.000 habría que despejar la ecuación el 10,000 pasa restando y el 9,000 dividiendo y el resultado es 310. Por lo tanto la respuesta es se le cambiaron las bujías a 310 vehículos. Ya.

28:30|P: Entonces si en el enunciado conocemos dos puntos o tenemos la gráfica donde podemos identificar dos puntos podemos determinar cuál es el modelo en el caso de que sea lineal y con el modelo contestar todas las preguntas

28:51|P: Ahora vamos a desarrollar problemas en que conocemos ya el modelo y solamente es interpretar. Entonces lo más difícil es ir determinando cuál es el modelo del, cierto, del dibujo.

Episodio 5: Ganancias en tienda por venta de notebooks

En este episodio, la profesora entrega un enunciado contextualizado sobre las ganancias en una tienda por la venta de notebooks. Al igual que el resto de las funciones sobre ganancias, esta no es de la forma general: $G(x) = (pv - cu) \cdot x - CF$, donde pv es el precio de venta, cu es el costo unitario y CF es el costo fijo. Además, la ganancia por unidad es aproximadamente equivalente al precio de una unidad en el mercado local. Por todos estos elementos, podemos calificar de artificial el contexto de las tareas. La profesora solicita dos tareas explícitamente: calcular la imagen de un valor (venta de 75 unidades) y calcular la pre-imagen de un valor (20.102.320) a partir de una función representada algebraicamente: $G(x) = 299990x + 2990$. Tanto los coeficientes de la función, como los números en las preguntas como los números de las respuestas son números enteros. La solución es similar a las tareas revisadas anteriormente, para la imagen se hace un cálculo aritmético y para la pre-imagen se plantea y resuelve un ecuación de 1er grado.

Este episodio está registrado en el video 20, desde el minuto 29:19 hasta el minuto 45:56.

Transcripción del episodio 5

29:19|P: Ya entonces anoten el siguiente enunciado estamos en la pregunta número

29:26|P: 4. Los que tengan la guía está en la página siete el problema 1 y 2, ya. Anote lo siguiente

29:39|P: Una tienda muy conocida una tienda muy conocida hizo una oferta en internet de un Notebook Lenovo con procesador i5 de 4 gigas en RAM, de 4 gigas en RAM, punto seguido. La tienda desea registrar las ganancias obtenidas de estas ventas, desea registrar las ganancias obtenidas de estas ventas, para ello modela la siguiente función, para ello modela la siguiente función $G(x)$ ganancias por Notebook $299{,}990x + 2{,}990$. Donde x representa la cantidad de notebooks vendidos, donde x representa la cantidad de notebooks vendidos, ya.

32:13|P: Letra A. Calcular la ganancia al vender 75 notebooks, 75 notebooks y letra B, si la ganancia de la empresa fue de 20.102.320

32: 15|A: ¿20 millones cuánto?

33:06|P: 20.102.320. pregunta ¿Cuantos notebooks vendió la empresa?

33:31|P: Ya, conocemos el modelo, x es la cantidad de notebooks, la función indica las ganancias. Letra a. calcular ganancia al vender 75 notebooks y letra b, si la ganancia es de 20.000.000 ¿cuántos notebooks se vendieron?

33:33|A:¿Profe?

35:00|P: ¿Sí?

33:40|A: Aquí en el ejercicio se hace reemplazando nomás po

35:01|P: Exactamente. Claro porque el x indica Cuántos notebooks por lo tanto si se venden 5, 20, en este caso son 75, cuánto gana. A:Ya entendí ese del primero

35:24|P:: ¿Ah?

35:27|A: Ya entendí ese el, de lo que hay que hacer.

35:28|P: Ah claro po, lo del modelo, lo que habíamos anotado antes en la pizarra.

35:30|A: si, en este estoy medio complicado pero ese es reemplazar no más.

35:36|P: Exactamente, cuando uno ya conoce la función, conoce el modelo, es realmente imagen pre-imagen. ¿Cuántos Notebooks vendí? Si vendí 5, cuánto gano, vendo 10, cuánto gano, ya. Ahora cuando uno tiene la información de dos puntos ya que es una recta, uno tiene que determinar cuál es el modelo que hace que nos de esa recta. Por eso que uno busca en cuanto va aumentando, cierto.

35:40|A:si

36:05|P: Que esa sería la pendiente. si es positiva es porque va en aumento, ya, y si es negativa es porque va decreciendo, va hacia abajo y,

36:07|A: ¿Igual hay eh, pendientes que sean negativas?

36:25|P: Claro, claro si va disminuyendo, por ejemplo no sé, está un producto en oferta y tiene una rebaja entonces tengo el valor inicial y el descuento, descuento, descuento.

35:28|A: Ah va bajando y quedando negativa, ya eso profe, gracias.

36:58|P: Correcto, exactamente.

37:13|P: ¿Y? ¿Cómo va?

37:34|P: ¿Y? ¿Hizo el ejercicio? Ya cual es la dificultad, pregunte

37:36|A:: Es que no copié el ejercicio

37:43|P: Ya pero usted sabe cuál es la fórmula. La ganancia es esto por cada computador vendido más los 2.990. Si vendo 75 notebooks, los 75 serían ¿x?

37:57|P: El x. Entonces cuál es la ganancia que va a obtener. Entonces acá no estoy preguntando cual es el modelo, yo les estoy dando el model. Ah entonces eso tendría que dividirlo por 75, ¿o no?

38:19|P: Ya, mire. En el caso anterior no sabíamos cuál era la función Teníamos dos punto y teníamos que determinar la función. Ahora ya conocemos la función, yo se que la ganancia es eso por x + eso, esa x que me indica, los Notebook vendidos. Si vendo un notebook la x es 1, si vendo 2 notebooks el x es 2.

38:23|A: Ah entonces sería...

39:04|P: La función es la que le estoy dando.

39:06|A: Si po y esta es la

39:11|P: Ganancia.

39:14|A: Ah, solo tienes que reemplazar los datos

39:15|P: x es el número de notebooks

39:16|A: Ah ya

39:33|P: Ve que es importante escribir el enunciado porque no sabía lo que estaba preguntando. ¿Cierto?

39:35|P: Claro ve que el enunciado dice eh, ya hay un notebook cierto, de tal calidad, etcétera, y el modelo que da la ganancia es $299{,}990x$ donde x es la cantidad de notebooks, entonces si vendo 75 notebooks ¿cuánto gano?

40:23|P: Entonces por 75 notebooks, esa es la ganancia. Después en la letra B, dice si la ganancia de 20.000.000 ¿cuantos notebooks son los que se venden?

39:36|A: Aquí tendría que restar esto ¿o no? Y ahí tendría, como el.

40:36|P: Letra b, otra pregunta, ya? Ya esa pregunta ya la contestó. Conozco la ganancia,

40:37|A:: Si.

40:48|P: Saco cuantos notebooks vendo, anotamos la ganancia, y la despeja.

41:02|P: ¿Si? Correcto entonces si son 75 nos dan 22 millones y si la ganancia es de 20 millones son 67 notebooks.

41:36|P: Ya en las dos preguntas anteriores se estaba preguntando el modelo, ya, entonces cómo se estaba preguntando cuál era la función ahí con la información con los dos puntos, teníamos que determinar la función. En esta pregunta se está indicando cuál es el modelo, ya conocemos la función, la ganancia por computador es 299.990 cantidad de computadores más 2.990 por lo tanto si se vende 1 solo computador, reemplazamos uno. Queremos saber la ganancia de 75 computadores.

42:20|P: si ya sabemos cuál es la ganancia conocemos $G(x)$, determinar cuántos computadores, se despeja la ecuación respectiva

42:32|P: ¿Y? ¿Sacó el resultado?

42:34|A: Si

42:35|P: Correcto

42:38|A: Si, ahí y ahí.

42:38|P: Muy bien

42:40|A: Con calculadora es más fácil **42:43|P:** Si pues, y ¿Por qué no trae calculadora? Recuerde que en la prueba no puede usar celular pues.

42:47|A: Si po, no sé, de puro imbécil, se me olvida

42:49|P: Tiene que traer la calculadora.

42:53|P: ¿Cuánto dio?

43:55|A: Ah, no si por ahí anda. Profesora: Ah ya. Oiga profe, una pregunta

42:59|P: Sí dígame.

43:01|A: Tenía un triángulo recién escrito, si uno hace un triángulo aquí, eh, ¿se puede sacar el ángulo con los lados, cierto?

43:15|P: Si

43:18|A: Y ¿eso sirve para estos gráficos?

43:16|P: O sea aquí podríamos sacar el ángulo

43:17|A: ¿Sacando el ángulo podríamos determinar estas cosas?

43:19|P: Claro por ejemplo con la pendiente. Usted sabe que la pendiente aquí ¿cuánto dio? 9.000

43:21|A: Eh, 9.000 partido por diez... si 9.000.

43:31|P: 9.000, Esto es igual a la tangente del ángulo. Entonces usted puede sacar la tangente, el ángulo, con la función inversa. Entonces aquí está inverso tangente del 9.000. y el ángulo

43:33|A: Ah sí, lo vi, lo hice así.

43:55|P: Da 89 99. Claro, inverso tangente.

43:58|A: Si igual me dio 89 99 pero lo encontré raro porque no tiene…

44:03|P: Si lo que pasa es que como aquí no está a una escala, claro, uno cambió las escalas para, pero aquí sería como así.

44:06|A: Claro si como casi tocando.

44:15|P: Claro, claro, si aquí son una unidad y aquí son 28 mil. si uno lo hace de escala uno es a uno ahí se notaría el noventa y... 89 grados.

45:17|A: Y eso me serviría para, si no tuviera otros datos, para determinar igual

44:29|P: Podría determinar por ejemplo esta distancia. bueno también con teorema de Pitágoras, también podría determinar eso otro ya

44:31|A: Ya, gracias profesora.

44:44|P: Ya reemplacemos entonces la letra A. 75 entonces, ganancia de 75 es 299.990 por $75 + 2990$ y esto da un total de

44:47|A: 22. 502. 240

45:09|P: 22 millones quinientos, ya.

45:11|A: 502.240.

45:13|P: Ya, entonces en la letra B si la ganancia es de 20.102.320, el 2990 pasa restando y se divide por 299.990 y nos da un total de 67. La respuesta entonces, 67 notebooks para que la ganancia sea de, de 20 millones.

Episodio 6: Finalización de la clase

En este episodio la profesora finaliza la clase, hace un resumen de lo que trabajó durante la sesión e indica que en la próxima clase trabajarán sobre la función cuadrática. Además recuerda a los estudiantes trabajar sobre la plataforma y en la relación con el avance de las clases en esta unidad.

Este episodio está registrado en el video 20, desde el minuto 45:57 hasta el minuto 59:50.

Transcripción del episodio 6

45:57|P: Bueno en la guía hay más problemas. En la guía pueden ir completando cierto, cada ejercicio ahí en el cuaderno. Estamos en la página número 11, la próxima clase vamos a ver la función cuadrática, ya, vamos a ver los puntos principales de la parábola, graficar la parábola. También conocido el modelo bueno, sacar los ceros de la función, buscar el máximo, el mínimo. Entonces traigan la guía o descárguela ya en su celular ya, la parte de la función cuadrática está en la página 12 a la 16. Entonces ya la próxima clase vamos a ver todos los modelo cuadráticos y después tendríamos una clase de taller cierto, de puros problemas, puros problemas con enunciados

47:15|A: ¿Problemas con todos los modelos?

47:17|P: Eh claro, lo lineal y cuadrático que es lo que va a entrar en la prueba ya así que para el modelo cuadrático repasen la ecuación de segundo grado que vimos hace unas dos clases atrás, ya porque es necesario. La prueba que estaba fijada para el dia 26 se aplaza unas una clase para el día 30 hacer la prueba. Entonces la próxima clase vamos a ver modelo cuadrático y el 26 vamos a tener un taller cierto, de clase de ejercicios, problemas y la prueba es el 30 ya, a fin de mes.

48:03|P: Ya, acá está la lista para que firmen. La lista.

48:15|A: profe... Pero y las notas anteriores cómo va?

48:21|P: más o menos pero al término del semestre siempre habrá algún remedial, va a ver alguna recuperativa. Ya con lo que hemos visto del modelo lineal, ya pueden empezar a hacer el control de funciones polinómicas porque en el primer control hay harta pregunta de determinar el modelo lineal reemplazar conocido el modelo lineal así que, ya el primer control deberían desarrollarlo, el segundo control también lo podrían ver cierto, y avanzar en los enunciados ya.

49:07|P: Ah en el lineal ya ¿Cómo encontró los problemas? ¿Muy difíciles? Pero con lo que ya vimos hoy día ¿Ahora los entiende mejor?

49:17|A: Más o menos

49:18|P: Mas o menos, ya.

49:26|P: Usted faltó a la clase pasada ah. Si pues, porque a la clase pasada expliqué la mitad de lo de hoy día.

B.2.3. Clase 3

Episodio 1: Definición de función cuadrática y sus elementos

La profesora presenta la fórmula general de la parábola y las características gráficas según los valores de los coeficientes:

- Cantidad y valor de las raíces según el discriminante y utilizando la fórmula de segundo grado
- La intersección con el eje y
- El vértice de la función, lo justifica para los casos en que hay dos raíces, calculándolo como el punto medio entre ellas.

Este episodio está registrado en el video 27, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 17:23.

Transcripción del episodio 1

00:16|P: Vamos a ver las características.

00:33 |P: es de la forma $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a, b y c son números reales.

00:58|P: La gráfica de la función cuadrática, es de la forma (la profesora hace un dibujo en la pizarra).

01:10|P: Es una parábola. Esta parábola puede abrir sus ramas hacia arriba, ser cóncava, cuando elvalor de a es positivo...$a > 0$ número que multiplica al x cuadrado positivo, sus ramas van abrir hacia arriba, va a ser cóncava.

01:37|P: Ahora, puede ser de tres formas.

01:44|P: Puede tener: dos raíces, dos intecciones con el eje x, puede intersectar en un punto o no cortar el eje x, cero raíces. Ya!

02:08|P: Entonces, las raíces o ceros de la función, pueden ser dos:

02:25|P: 1.- Una raíz, y en este caso, ninguna. Ya! Entonces acá tenemos el x_1, x_2, acá el x_1 y el x_2 es lo mismo, y acá, si resolvemos la ecuación de segundo grado, nos va a dar sin solución, porque no está cortando al eje x, a las abscisas.

02:53|P: Por otro lado tenemos el punto de intersección con el eje y, que va a ser cuando el x de 0, si el x es 0 ¿¡Cuál va a ser el valor de y!? ¿¡Cual va a ser la imagen!? C.

03:08|P: Ahora, siempre va a intersectar al eje y, el punto de corte... el c. Si elvalor de a es negativo, sus ramas abren hacia abajo, o sea es convexa.

03:35|P: También, puede tener dos raíces, dos ceros de la función, puede cortar en un solo punto o en ninguno.

04:06|P: Entonces, acá tenemos un solo punto, x_1, x_1 y x_2, y acá... no corta el eje x. Al eje y siempre lo va a cortar en el punto c. Entonces, vemos los puntos principales, cuales son: intersección con el eje y, cuando el x es 0, lo intersecta en el punto c. Intersección con el eje x, los ceros de la función, cuando el $y = f(x) = ax^2 + bx + c = 0$, nos puede dar dos soluciones, una solución o cero soluciones, o se a que, cuando obtenemos los ceros de la función, las raíces o ceros de la función, cuando el $y = 0$ se forma la ecuación de segundo grado x^2, $ax^2 + bx + c$. Entonces. Si resolvemos la ecuación de segundo grado, ¡¿cuál es la fórmula!? $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ y de aquí vamos a obtener la intersección con el eje ¿¡Cierto!? Ahora, si el discriminante, si la cantidad subradical es positiva mayor que 0, nos va a dar dos soluciones, porque si le sumamos el resultado a la raíz, le restamos el resultado a la raíz, vamos a obtener x_1 y x_2.

06:09|A: trabajo de estudiantes

09:21|P: $x_1 = -b/2^{\text{a}}$ que es sumar estas dos soluciones ($y = f(x) = ax^2 + bx + c = 0$, $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$). Las voy a sumar para que vean que esa es la fórmula. El x del vértice se puede obtener $x_v = (x_1 + x_2)/2$, si tenemos las dos soluciones, los ceros de la función, los sumamos y los promediamos. Ahora ¡¿Cuál elegimos!? Elegimos $x_v = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ todo esto se divide por 2, al sumar la primera raíz con la segunda raíz se va a cancelar, por lo tanto nos queda $\breve{}b\breve{}b$, $x_v = -b/2a$, como esta partido por 2, se multiplica por 1/2, simplificamos el 2 y nos queda $x_v = -b/2a$, entonces la coordenada x del vértice es $x_v = -b/2a$. Y la y b... lo obtenemos de la función inicial. Ya!

10:59|P: Esa es la coordenada x del vértice, si ya sabemos cuáles son las soluciones de x, falta consumar y partirlas por 2, si ya tenemos la coordenada x del vértice ¡¿cuál va a ser la coordenada y del vértice!? Para obtener la imagen de la coordenada $f(x_2)$ Ya! O sea del vértice como coordenadas V(-b/2a y la función evaluada ˘$b/2a$, con eso nos da el valor mayor o menor de la función. Ya!

11:46|P: Si a es positivo nos da el mínimo de la parábola, si a es negativo nos da el máximo de la curva. Cuando nos da positivo hay un mínimo, si hay un negativo hay un máximo. Acuérdense!

12:30|P: Revisen las gráficas.

12:52|P: Entonces si a es positivo es cóncava y si a es negativo es convexa.

13:15|P: Entonces, los ceros de la función, van a depender de la solución de la ecuación de segundo grado que se forma al igualar a 0 la función, ahí se forma la ecuación de segundo grado, donde nos pueden dar dos soluciones: una solución o ninguna solución. Si no da ninguna solución significa que no está intersectando al eje x.

13:47|P: ¿¡Entonces cuantos puntos principales podemos determinar la forma de la parábola!? la curva, cierto? Para relacionarla; intersección eje y, intersección eje x, vértice de la curva.

16:01|P: Si tienen alguna duda, pregunten!

16:06|A: Pregunta ¿El vértice se considera en el mínimo?

16:09|P: Exactamente, cuando tenemos solamente un 0 en la función, esa intersección coincide con el vértice de la línea.

16:49|P: Entonces, si a es positivo es cóncava con curva abierta hacia arriba y si a es negativo es convexa con curva abierta hacia abajo.

17:13|P: Entonces, si el delta es mayor que 0, va a tener dos puntos de intersección, ya! Entonces dependiendo del valor de a.

Episodio 2: Primer ejemplo de cómo graficar una función cuadrática

En este episodio, la profesora da un ejemplo de los elementos que introdujo en el episodio precedente. Da la expresión algebraica de una función cuadrática: $f(x) = 3x^2 + 7x$˘2. Todas las tareas que realizan son implícitas. Primero calcula la intersección con el eje y, luego, calculan la cantidad de raíces y el valor de ellas usando, primero el discriminante y luego la fórmula de segundo grado. Para calcular las raíces solicita a sus estudiantes utilizar la calculadora. Posteriormente, determina la concavidad de la función. A partir de los elementos obtenidos, traza la gráfica de la función y comienza a definir otros elementos: dominio y recorrido de la función, e indica que se puede obtener a partir del vértice de la función. El eje de simetría, los intervalos de crecimiento y decrecimiento. No calcula estos elementos, sino que los explica de forma general.

Este episodio está registrado en el video 27, desde el minuto 17:24 hasta minuto 39:46.

Transcripción del episodio 2

17:24|P: Por ejemplo si tenemos la función $3x^2 + 7x\breve{ }2$, el 3 mayor que 0, o sea, que la gráfica debe abrir hacia arriba , acá vemos que está intersectando el -2 el valor de 0, entonces aquí sabríamos que hay un punto de intersección y sabemos que va abrir hacia arriba, pero sabemos que va abrir hacia arriba y va a pasar por ese punto. Ahora ¡¿cuántos puntos de intersección tiene!? 2,1 o 0. Si sacamos el delta, ya podemos saber cuántos puntos son… ¡¿ya!? O sea que ese delta que es: $b^2\breve{ }4ac$, b^2 49... $-4 \cdot 3$... por -2 cambiamos el menos por mas, ya sabemos que esto es positivo. ¡¿ya!? Por lo tanto (realiza cálculos en voz alta) 73 , como es positivo va a intersectar en dos puntos. ¡¿ya!? ¿Estos dos puntos podrían podrían pasar por aquí? No, así que podría estar uno aquí y otra acá, o si no, o podrían estar los dos punto acá. Entonces la parábola podría ser hacia aquí o aquí. Sabemos que se va a intersectar en dos puntos. Decimos que el valor para (no entiendo la palabra

19:28|P en este caso primero $(-b - 7 \pm \sqrt{73})$, 2a partido por 6, ¿cuál sería la solución? Saquen calculadora y díganme cual es la primera solución de $-7 - 73$ partido por 6.

20:11|A: El resultado es 0,25.

20:45|A: $-2,58$.

20:49|P: Primero vamos a anotar $-2,58$ y 0,25, primero anotar la solución menor, restamos el valor de la raíz, después sumamos el valor de la raíz, y el menor mayor. Entonces tenemos que una solución está en el lugar negativo $-2,58$ y la otra solución en el lugar positivo, 0,25.

21:18|P: Entonces, la curva va a ser abierta hacia arriba, ahí debemos sacar el vértice . Entonces un punto de intersección y el valor de 0, mientras que el otro punto de intersección, igualamos a 0, resolvemos la ecuación de segundo grado y puede intersectar en dos puntos, pueden ser en un punto o en ninguno.

21:50|P: Este numero $3x^2$, ya me está indicando que es positivo y que la curva se abre hacia arriba, y luego determinamos cual es el mínimo. Entonces, la característica si es positivo o es negativo, esto indica si la curva abre hacia arriba o hacia abajo.

22: 15|P: Entonces, puede haber dos raíces, una raíz o cero raíz. Además ¿que otro dato podemos sacar con esta grafica? ¿Cuál es el dominio y recorrido de la función? El otro día mencionamos el dominio, cuando vemos la definición ¿cuál es el dominio de la función? Los valores de x, los podemos visualizar en la gráfica, podemos determinar su dominio y la curva va hacia el infinito, los valores de x, podemos reemplazar acá, dominio serían los números reales, lo contextualizado en las gráficas va a depender de los números reales aceptables. El recorrido de la función lo vemos en el eje y, si es cóncava ¿Cuál sería el recorrido de la función? Este punto es la coordenada y del vértice, entonces si es cóncava, el valor menor y del vértice hasta infinito . Entonces el recorrido de esta función es y del vértice a mas infinito. Si es convexa, a menor que 0, el dominio de la función de los reales y el recorrido nos abren hacia abajo, el recorrido va a ser… de menos infinito a la coordenada y del vértice.

25:00|P: Anoten en el resumen el dominio y recorrido cuando es positiva.

25:12|A:¿Cómo podemos darnos cuenta?

25:16|P: ¿Cómo darse cuenta? De a en la función $ax^2 + bx + c$, si es positivo, sabemos que... es mínimo hacia infinito, si es negativo, del máximo del vértice de la parábola de la coordenada y del vértice, por lo tanto si, a es negativo, de menos infinito a la coordenada del vértice, si es positivo, va de la coordenada del vértice hacia arriba. Si no va de menos infinito a la coordenada, eso determina el recorrido de la función, dependiendo del valor de a, si es positivo o negativo, por lo tanto, lo sacamos del vértice y va a determinar el recorrido.

26:24|P: El eje de simetría, está junto... aquí en el vértice. Ahí vemos que es simétrico.

26:42|A: ¿El eje y, x, tienen las mismas coordenadas?

26:45|P: Aquí tenemos la misma distancia desde el eje de simetría hacia el x_2 y la misma distancia hacia el x_1. Si ese eje de simetría es el eje y, claro! Seria con respecto al eje y. Pero, aquí, si la trasladamos, hacia este eje, vemos que... esta distancia es la misma que esta acá. Entonces, el eje de simetría pasa justo por el vértice, o sea, que el x, su eje de simetría seria $(x_1 + x_2)/2$, cosa que coincidiría justo con ˘$b/2a$.

27:41|P: Entonces, aquí tenemos el eje de simetría. Aquí tenemos dado el eje de simetría, de ahí podemos determinar que tiene un intervalo de crecimiento y un intervalo de decrecimiento, sí es cóncava, primero disminuye hasta que llega al punto más bajo y luego aumenta, o sea, que en la primera mitad es decreciente. Cuando llega al vértice, luego es creciente, sin embargo, si es convexa, en su primer intervalo, la primera mitad es creciente y luego decreciente. Ya lo vamos a anotar. Con este resumen, los que ya vieron la guía, las dos primeras páginas. El resumen....

29:13|A: ¿Qué significan los corchetes?

29:15|P: El corchete cuando es cerrado, es porque incluye... y es abierto, cuando aquí es abierto, porque el infinito... continúa, continúa, sin poder cerrar. Por eso que acá es cerrado en el valor de la coordenada del vértice. Cerrado hacia adentro, Abierto el corchete hacia afuera, o si no el paréntesis redondo, también indica que es lo mismo.

30:18|P: Resumiendo, los puntos principales: intersecciones, las raíces, eje x, vértice, por aquí pasa el eje de simetría, que está justo en $(x_1 + x_2)/2$. Ahí, está dividiendo en dos tramos: uno creciente y decreciente o viceversa. Cuando es cóncava, primero decrece y luego crece. Cuando es convexa, primero creciente y luego decreciente.

31:46|P: Dominio, los reales, recorridos va del vértice al infinito. Acá, dominio, los reales, recorridos del menos infinito a la coordenada.

32:17|P: Eje de simetría: $x = (x_1 + x_2)/2$. Se fijan que coinciden justo con el eje del vértice (el eje de simetría).

32:41|P: Si es cóncava, tenemos que primero es decreciente y luego creciente.

32:55|P: Zonas de crecimiento. Si a es mayor que 0, el recorrido va desde menos infinito al eje del vértice. Entonces decreciente y acá creciente. El intervalo de crecimiento es de menos infinito hasta... el eje del vértice. Hasta ahí, decreciente y crecimiento va siempre del eje de la raíz a mas infinito.

35:14|P: Si elvalor de a es negativo, la parábola abre hacia abajo. Acá, tenemos el eje de simetría, en este tramo es creciente y acá es decreciente. ¿¡En que tramo es creciente!? Entre el menos infinito hasta el eje de simetría (curva del recorrido). ¿¡En que tramo es decreciente!? Entre el eje de simetría hasta el más infinito.

36:07|P: Entonces, si es positivo, la curva abre hacia arriba, primero disminuye (decrece) hasta que llega hasta la coordenada x del vértice y eje de simetría. Luego, va a ser creciente desde el eje del vértice, donde esta eje de simetría hacia el infinito. Entonces, en este intervalo aquí va disminuyendo y después va en aumento. Y lo contrario, si a es negativo, abre hacia abajo, por lo tanto, su intervalo creciente es de menos infinito hacia la coordenada x del vértice y el decreciente de la coordenada x hacia el infinito. Es cosa de observar las gráficas.

37:02|P: Si a es positivo, primero disminuye y después aumenta, hasta donde... hasta el vértice, que sería el eje de simetría. Si a es negativo, primero va a ser creciente y después decreciente. Todos estos son los puntos principales de las características curva.

37:32|A:¿Los intervalos influyen en el vértice?

37:35|P: El vértice, ahí tenemos el eje, ¿¡dónde lo incluimos!? En el uno o en el otro.

37:43|A: El vértice no está creciendo, ni decreciendo.

37:46|P: Usa bien las dos, el eje de 7...

37:58|P: Vamos a ver un ejemplo numérico, con eso les va a quedar más claro.

38:01|A: Profe ¿Por qué puso que el número es positivo?

38:07|P: Acá, el valor de x con intervalo va en aumento hasta el eje de simetría y de ahí para allá va en disminución. Esa línea es el valor de x, no la coordenada y. estamos hablando de la coordenada x., esta va de menos a más infinito. Todo esto depende si es negativo o positivo.

Episodio 3: Segundo ejemplo de cómo graficar una función cuadrática

En este episodio, la profesora propone una serie de tareas para la función $f(x) = x^2 - 2x - 2$. Las tareas que propone son: calcular el vértice de la función, calcular las raíces de la función, calcular el eje de simetría, determinar la concavidad, calcular intervalos de crecimiento y decrecimiento y graficar una función. Para cada una de estas tareas utiliza una fórmula como artefacto simbólico. En el caso del cálculo de las raíces, además utiliza como estrategia, la factorización para resolver la ecuación de segundo grado que permite calcular las raíces.

Este episodio está registrado en el video 28, desde el minuto 39:47 hasta el minuto 59:50 y en el video 28 desde el minuto 00:00 hasta el mintuto 00:16.

Transcripción del episodio 3

39:46|P: Veamos un ejemplo. Hicimos un resumen completo de todas las características.

40:05|P: Ejemplo. $y = f(x) = x^2$˘$2x$˘3. Obtener vértice, raíces o ceros, eje de simetría, concavidad, intervalos crecimiento y decrecimiento.

42:02|P: Entonces, determinando todos estos puntos vamos a realizar luego la gráfica.

42:28|P: Observando la función. $y = f(x) = x^2$˘$2x$˘3 ¿Cual es el valor de a? a es igual 1, el b es igual -2 y c es igual a -3.

42:44|P: Determinemos el vértice. La coordenada x [escribe es $x_1 = -b/2a$ en la pizarra], la coordenada y [escribe $y = f(x_1)$] **43:34|P:** Entonces menos b sería menos menos 2 partido por $2a$, dos por uno, dos partido por dos es uno. La coordenada y, obtenemos la imagen del uno, la imagen del 1 es uno cuadrado menos dos por uno menos tres, uno cuadrado menos dos por uno menos tres, uno menos dos menos tres es... ¿cuánto es? Menos 4. O sea, que las coordenadas del vértice son uno menos cuatro, uno en x menos 4 en y las raíces o ceros de la función ¿Cuáles son los ceros de la función?. Cuando el f de x se iguala a 0, entonces $x^2 - 2$ por menos 3, resolvamos esta ecuación de segundo grado y determinemos cuales son los ceros de la función.

45:26|P: La ecuación de segundo grado la pueden resolver con la formula, también pueden aplicar factorización, como lo está haciendo un compañero.

45:54|P: Entonces, en la función se evalúa el 1, con la x^2 y $2x$.

46:37|P: Para sacar la coordenada $f(x)$, se evalúa esta función $f(x)$ es x^2˘$2x$˘3 , sería 1^2˘$2 \cdot 1$˘3.

47:24|P: Entonces ¿Pudieron resolver la ecuación de segundo grado?

47:33|P: la fórmula menos b más menos... ecuación de segundo grado.

47:33|P: ¿Usted está buscando en la materia anterior para ayudarse. Utilice los procedimientos antes entregados: formula, etc. [En este parte responde dudas y el sonido es inaudible]. También factorización, la multiplicación -3, la suma es -2, ¿cuáles seria los números que cumplen esa función? 3, 1, pero ¿cuáles son los signos? ¿Cuál es ˘ o +? El 3 es negativo y el 1 positivo, menos 3 más 1 es -2, -3 por 1 es -3, multiplicación igual 0, uno de los factores es igual 0, x_3 es igual 0 por $x + 1 = 0$, una solución es $x = 3$ y la otra solución es $x = -1$. La solución no es 1 y -3, recuerden que en la multiplicación es 0, es 0 o factor cero.

49:36|P: Para resolver la ecuación puede aplicar la fórmula menos b más menos raíz etcétera pero también se puede aplicar la factorización de trinomio perfecto, la multiplicación -3, la suma es -2, ¿cuáles seria los números ¿cuáles seria los números que cumplen esa función?

50:00|A: 3 y 1

50:03|P: 3 y 1, ¿pero cuáles son los signos?¿cuál es el negativo y cuál es el positivo?

50:12|A: el tres es negativo

50:14|P: ya el tres es negativo y el uno positivo menos 3 más 1 menos dos, menos 3 por 1 menos 3

50:21|P: multiplicación igual cero uno de los factores igual cero $x-3=0$ o $x+1=0$, una solución es 3 y la otra solución menos 1.

50:40|A: ¿Por qué es igual a cero?

50:42|P: Porque hay que despejar ¿ya? Entonces la solución no es el uno y menos 3, recuerden que la multiplicación tiene que dar cero, entonces este factor cero o este factor cero.

50:56|A: ¿Con los números da lo mismo?

50:59|P: Exactamente, tiene que dar lo mismo, pueden aplicar la formula, factorizar, va a depender, ¿¡cierto¡? De Si esta fácil la factorización o recuerden que siempre pueden utilizar la formula.

51:16|P: Entonces tenemos el x_1 el x_2, ahí después oa vamos a representar gráficamente.

51:22|P: Ya tenemos el vértice, tenemos las raíces. Tenemos una intersección con el eje x, también saquemos la intersección con el eje para después hacer la gráfica.

51:35|P: ¿Cuál es la intersección eje y? Intersección con el eje y, la intersección con el eje y es cuando el x es igual 0. Aquí en los ceros estamos sacando la intersección con el eje x, cuando el y es 0.

51:57|P: Entonces, si el x es 0, obtenemos el f de 0, f de cero es… si evaluamos en cero la función, $0^2-2\cdot 0-3$, ¿cuál es el valor que da? el valor de c , $0^2-2\cdot 0-3$ da menos? menos 3. Tenemos la intersección con el eje y, la intersección con el eje x, tenemos el vértice, podríamos realizar ya la gráfica con esa información

52:43|P: dibujemos la gráfica y de esa podemos identificar. Los ejes son perpendiculares, eje x eje yy. se intercectan en el 0, positivo hacia la derecha y negativo hacia la izquierda, positivo hacia arriba y negativo hacia abajo.

53:09|P: Tenemos que ubicar el $(1,-4)$, o sea que en el eje y hasta el -4, menos 1, menos 2, menos 3, menos 4. En este otro eje es hasta el 3, acá podemos hacer otra escala, 1 negativo, positivo 2, 3 positivo. Ubicamos 1 en x y -4 en y. 1 en x y -4 en y, se intersecta en ese punto, ese es el vértice ¿sí?. Ahí está el vértice

54:12|P: Intersección con el eje x, en el 3 y en el -1, en el -1 y en el 3. Aquí tenemos los ceros de la función x_2 y x_1. ¿¡Que otro punto se necesita! La intersección con el eje y, el -3, menos ¿Cuál es el eje de simetría? Justo pasa por el vértice ¿cierto?

54:54|P: Eje de simetría, letra c, $x=(x_1+x_2)/2$. El x_1 es -1, x_2 es el 3 partido por 2/2 1. Se fijan que el eje de simetría es igual a la coordenada x del vértice. Tenemos acá el eje de simetría.

55:45|P: Vamos a dibujar la curva, como sabemos que es simétrico, tenemos esta mitad, esta mitad unimos estos dos puntos, vemos que aquí en este lado va en aumento, este lado es el creciente, se va a repetir en forma simétrica, acá va decreciendo y acá va en aumento.

56:30|P: Entonces la concavidad, ¿cuál sería la concavidad? es elvalor de a es igual a 1 mayor que 0 es cóncava. Y la letra e es intervalos de crecimiento, podemos decir que es decreciente de menos infinito hasta el 1 y es creciente de 1 al infinito, va decreciendo, en todo este lado izquierdo de la gráfica, desde el 1 en adelante según la curva va creciendo. Decrece desde el menos infinito hasta el 1 y es creciente de 1 al infinito. Va decreciendo en todo este lado hasta que llega aquí ¿cómo es la curva? Decreciente desde el uno en adelante ¿cómo es la curva? creciente. Decrece del menos infinito al uno y crece del uno al infinito.

58:00|P: Si elvalor de a fuese negativo, seria todo lo contrario. Primero aumentaría y luego decrecería. En este caso vemos que el vértice es el mínimo, cuando elvalor de a es positivo, cuando es cóncava es positivo y convexa negativo. Todas estas son las características de la función cuadrática.

59:20|P: Agreguemos la letra f, dominio y recorrido. Domino y recorrido ¿Cual es el dominio de la función? En este caso cuáles son los valores de x, ¿qué valores puedo reemplazar en x? podemos reemplazarla con cualquier número R ¿cuáles son los resultados? ¿cuáles son las imágenes que se...

00:00|P: (...) obtienen al reemplazar los números reales ¿Se puede obtener un número menor que el menos cuatro?

00:10|P: ¿no cierto? O sea que el menor de todos es el menos cuatro Entonces el recorrido va de menos cuatro al más infinito.

00:32|P: Dígame.

00:32|A: Nada profe

00:33|P: Ah pensé que me estaba preguntando

00:48|P: Estamos callados no se si entendieron todo o no entendieron nada Una de dos

01:00|P: Pero ahora van a resolver los ejercicios solos ahí vamos a ver si entendieron o no algún voluntario va a salir a la pizarra

Episodio 4 y 5: Ejercicio sobre como graficar una función cuadrática

En estos dos episodios, la profesora propone una serie de tareas para la función $f(x) = -x^2-4x+5$. Las tareas que propone son: calcular el vértice de la función, calcular las raíces de la función, calcular el eje de simetría, determinar la concavidad, calcular intervalos de crecimiento y decrecimiento y graficar una función. La diferencia con el episodio anterior es que deja más tiempo a los estudiantes para trabajar de forma autónoma. Para cada una de estas tareas utiliza una fórmula como artefacto simbólico. En el caso del cálculo de las raíces , además utiliza como estrategia, la factorización para resolver la ecuación de segundo grado que permite calcular las raíces. En el caso del episodio 28, son los estudiantes quienes resuelven algunas de las tareas en la pizarra.

Estos episodios están registrados en el video 19, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 30:21.

Transcripción de los episodios 4 y 5

00:17|P: Entonces las mismas preguntas voy a cambiar solo la función

01:27|P: Ejemplo dos

02:09|P: Numero dos la función es $f(x) = -x^2 - 4x + 5$

02:37|P: Acá es la pregunta el vértice las raíces buscar entonces la intersección eje y eje x el vértice y el valor de A es negativo después la concavidad entre (inaudible)

03:13|P: Ya para poder aplicarnos ya a los problemas si tienen dudas me van consultando.

04:33|P: Entonces todas estas son las características de la función que pueden aplicarlo a problemas igual que las funciones lineales va a tener un contexto vamos a ver cuál es el modelo y de acuerdo a ese modelo entonces cuando están contextualizado puede que el dominio ya no sean todos los reales va a depender de que valores posibles sean los que se puedan reemplazar ya por ejemplo si son los meses del año ¿Cuántos meses tiene el año? Son doce ¿ya? entonces el dominio va a ser del uno al doce entonces depende del contexto el recorrido y dominio en un problema real.

05:14|P: Acá contextualizado sin contextualizar el dominio serían los reales y el recorrido los resultados al reemplazar todos los reales del vértice hacia infinito o del menos infinito al revés.

05:40|P: Pueden trabajar en grupal de a uno no de a dos.

05:50|P: Cuando se busca la intersección del eje y es cuando el valor de x es este ¿ya? Porque los ejes son perpendiculares ¿Dónde se intersectan los dos ejes? En el seno 0 aquí está el x este es el valor del eje x que es cuando el y es igual 0

06:14|P: este es el eje y que es cuando el valor de x es igual 0 ¿cierto?

06:20|P: Si quiero encontrar la intersección del eje y reemplazo x 0 **06:27|P:** Al reemplazar el x_0 aquí estoy obteniendo el (inaudible) $(0, -3)$.

06:36|P: Este es el punto $(0, -3)$.

06:46|P: Acá la intersección del eje x cuando el valor de y es 0

06:51|P: Aquí el y es z entonces si reemplazo aquí el 0 obtengo esto que son los pares ordenados x_1 y_1 que seria $(-1, 0)$.

07:07|P: (x_2, y_2) que es el $(3, 0)$

07:12|P: ¿Ya? Entonces ese par es el 3,0 y ese par el $(-1, 0)$.

07:24|P: Entonces teniendo esta intersección esta intersección y esta sabemos que es simétrica la mitad en este lado y la otra mitad hacia el coseno.

07:38|P: Pero puede ser

07:45|P: Que sea así

07:49|P: Cuando el valor de a es negativo carita triste convexa

09:34|P: Ya con eso estamos terminando la guía ahí después ustedes la leen la completan la van complementando

09:42|P: Recuerden que la próxima clase vamos a hacer un taller donde vamos a incluir todas las preguntas de lineal de cuadráticas y para repasar para la prueba del martes

12:00|P: Una pregunta

12:03|P: ¿Cuál es el valor de esto y cuál es el valor de esto?

12:22|A: Es que tengo una pregunta

12:23|P: No pero dígame ¿cuál es el resultado de este? -5^2

12:28|P: Ya -25

12:32|P: ¿Cuál es el resultado de este? ˘$(-3)^2$

12:35|A: -9

12:36|P: -9

12:44|P: ¿Y el resultado de ese? $-(-2)^2$

12:46|A: 4

12:47|P: Perfecto excelente

12:50|P: Entonces recuerden que este signo no está al cuadrado

12:57|P: Ahí están indicando que el -3 está al cuadrado que es 9

13:01|P: y ese negativo se mantiene

13:04|P: Aquí tenemos ˘5^2 por eso que es -25

13:09|P: El -2^2 es 4 entonces no confundirlo porque es no está elevado

13:19|P: Era por si acaso sabían hacerlo

13:25|P: Pero veo que están muy bien así que vamos que se puede ¿Quién sale a la pizarra al vértice? solamente ¿Quién pasa a la pizarra a desarrollar el ejercicio?

15:00|A: Tenían pilas

15:06|A: ¿$+5$?

15:06|P: Ese es había puesto $+8$ ¿cierto?

15:07|A: Si

15:11|P: Ya ahí está bien ¿ya? entonces es $+6$ que antes yo había visto que tenía un 8 por ahí ¿si?

15:20|A: Si

15:23|P: ¿ah este es el que se acababa?

15:25|A: Parece que se acabaron los dos

15:28|P: No se

15:29|A: Ah no a este todavía le queda ¿pero se la cambio o no se la cambio? No no se la voy a cambiar todavía funciona así que

15:37|P: Ah y el se había acabado el

15:38|A: El de este se había acabado

15:39|P: A y no son sincronizados la

15:41|A: Si po se sincronizan es que tienen pilas ambas se acabaron las pilas de ese y se perdió la sincronización

15:48|P: ah ya

15:50|P: Lo pongo ahí para que no se me caiga ahí

15:56|P: Dígame

15:57|A: ¿Esta ecuación esta bien?

16:00|P: ya eh tiene que reemplazar el -2 no el 1 ¿se fija? -2 donde esta x reemplazo -2

16:10|A: Ya entonces está mal

16:11|P: Usted está reemplazando el 1 que era de la pregunta anterior ¿ya? Entonces uno reemplaza ¿Por qué le dio 0? Porque el 1 es una solución parece entonces tiene que reemplazar el -2

16:26|P: ¿Ahora cuánto le dio?

16:26|A: Me cambio todo

16:27|P: Exacto es 9 pero ese es el vértice el vértice es $(-2, 9)$

16:33|A: ¿El vértice es eso?

16:36|P: Exactamente o sea el vértice si corta el eje seria ese en este caso puede que no corte el eje que sea más abajo o sea más arriba

16:45|A: Pero siempre es donde este la guatita

16:47|P: Claro pero pero en este caso siempre claro exactamente donde es el más alto o el más bajo

16:52|A: ahí es donde hace la diferencia decreciente a creciente

16:57|P: Exacto por ejemplo ese es el eje de simetría como el A es negativo ¿ese vértice va a ser el mayor o el menor?

17:06|A:¿Cómo?

17:07|P: El valor de A es negativo ¿la concavidad es?

17:11|A: Va a ser ¿Cómo se llama? ¿Convexo?

17:13|P: Exactamente y significa que el vértice está en la parte más alta o sea es máximo

17:24|P: La A no más vamos a borrar lo del ejercicio anterior

17:32|P: Ya podemos borrar acá

17:50|P: Ya puede salir no más al a pizarra entonces la letra a el vértice va a desarrollar acá su compañero

18:02|A: Ahora me da 1

18:04|A: Ahora a mí me da -4

18:07|P: A ver ¿negativo o positivo?

18:09|A: Negativo

18:10|P: ¿A ver? Pero no borre nada

18:14|P: A ver si reemplazamos este es -4 ¿cierto? ¿menos por menos?

18:23|A: Mas

18:24|P: Aquí tengo un $+8$ y aquí tengo un $+5$

18:29|A: Ah ya entonces seria $-4+8+5$ ¿cierto?

18:34|P: Ya ¿y eso es?

18:37|P: Lo que pasa es cuando uno en la calculadora coloca un – hay veces que uno tiene un valor ingresado y empieza a restarle a un valor anterior entonces fijese de anular dejarlo en 0 para que no le reste a algo anterior

19:21|P: mmh

19:25|A: ¿x_1y x_2 x_1 y x_2?

19:27|P: Eh dos soluciones claro una solución y la otra solución

19:33|A: Acá me dio 1 y acá me da -2.

19:35|P: Eh si correcto

19:39|A: ¿El mayor es x_1?

19:42|P: O el menor las dos soluciones

20:01|A: Ahí esta

20:03|P: Muy bien

20:07|P: Entonces aca si ustedes ingresan esto todo en la calculadora fijarse de anotar aca el paréntesis en el -2^2.

20:20|P: Este otro – no está en el cuadrado entonces $-(-2)^2$ seria -4

20:26|P: -4 por -2 da más $+8+5$ en total son 9, 9 positivo por lo tanto la coordenada del vértice es $-2, 9$

20:41|P: Letra b las raíces o ceros de la función ¿Cuándo el x es cero cual es el valor de Y? ¿Cuándo el y es cero cual es el valor del x ?

20:53|P: ¿Quién quiere salir a la pizarra?

20:56|A: No porque me equivoqué

20:58|P: ¿Qué estas dibujando? ¿Ese?

21:02|A: Si

21:02|P: Ya présteme un poquito el lápiz

21: 05|A: Ese no va ahí

21: 06|P: Este es x y este es el y

21:11|P: El x está en el -2

21:16|P: Y el y está en el 9 aquí 2 4 6 8 10 ¿ya? Y por aquí estaría el 9

21:34|P: Ya ¿quién quiere venir a la pizarra?

21:40|P: ¿Todavía no han terminado el los ceros de la función?

22:02|P: Ahí cuando vimos potencias no hemos visto potencias ya

22:10|P: ya eeeh $y = 0$

22:24|P: Ya lo vamos a resolver con la fórmula para que vean otra alternativa

22:20|P: Al resolverlo con la formula ¿Cuál es el valor de A? -1 ¿el del B? – 4 ¿el del c? 5 **22:39|P:** $x = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{-4 \cdot a \cdot c}}{2a}$

22:56|P: $-(-4)$ es 4

23:00|P: ¿-4 por -4? 16

23:04:|P ¿Menos por menos? Más 20

23:09|P: ¿2 por ˘1? -2

23:15|P: Raíz de 36

23:22|P: 6

23:24|P: Una solución otra solución

23:28|P: A la primera le vamos a restar el 6

23:32|P: $4 - 6$ partido por -2

23:37|P: -2 partido por -2 da 1

23:45|P: Ahora como lo habíamos resuelto antes con factorización

23:59|P: ¿Nos tiene que dar lo mismo? Si

24:02|P: Si lo resolvemos por factorización podríamos multiplicar por menos y así trabajar con el valor de x positivo

24:14|P: El valor ¿cierto? ya si multiplicamos por menos para que nos sea más fácil la factorización

24:22|P: x^2 $4x - 5$

24:27|P: Dos números que al multiplicarse de -5 y que al sumarse de 4

24:35|P: ¿Cuáles serían los números?

24:36|P: ¿Distinto signo? ¿Cuáles serían? ¿Ya 5 y 1? ¿Cuál es el positivo? El 5 ¿y el negativo? El 1

24:48|P: Multiplicación = 0 uno de los factores es 0 el primero o el segundo

24:56|P: $x = -5$ $x = 1$ llegamos a la misma solución ahí tienen la alternativa de la fórmula de la factorización

25:11|P: Ya tenemos los ceros de la función y cuando el $x = 0$ ¿Cuál es el valor del y?

25:23|P: es $-0^2 - 4 \cdot 0 + 5 = 5$ exactamente sabemos que es el valor de c

25:32|P: O sea que todo esto se hace 0 y nos queda 5 ¿ya?

25:38|P: ¿Con esto ya se podría representar gráficamente? Ya por aquí

25:54|P: $-2, 9$ en el eje y el 9. **25:59|P:** A ver 2 4 6 8 10

26:07|P: Por lo tanto aquí al medio esta el 9

26:10|P: En el otro eje hay que llegar hasta el -5 -1 -2 -3 -4 -5

26:21|P: Y acá el 1

26:25|P: Ya Aquí son 6 4 2 -1 -2 -3 -4

26:33|P: Ya ubicamos el $-2, 9$ -2 en x 9 en y este es el vértice que en este caso es el mayor el máximo

26:44|P: Intersección con el eje y el 5

26:50|P: Esta cortando ahí en el 5

26:53|P: Intersección con el eje x los ceros -5 y el 1

27:19|P: Ya ya ¿cuál es el eje de simetría?

27:26| A: -2

27:27|P: -2

27:28|P: ¿Cuál es la concavidad? Es convexa es negativa

27:36|P: Intervalos ¿primero es creciente o decreciente?

27:40|P: Primero es creciente hasta que llega al menos 2 y después es decreciente del -2 al infinito

27:51|P: ¿Dominio? Los reales ¿el recorrido cuál es?

28:00| A: ¿de uno hasta el infinito puede ser? A no del -2 al – infinito

28:09|P: El recorrido ¿el recorrido va del menos infinito al?

28:28|P: Ya letra C entonces eje de simetría es el -2 por lo tanto los intervalos creciente de menos infinito hasta -2 y decreciente de -2 hasta el más infinito

29:11|P: Letra E ah no este era la letra E perdón

29:27|P: Letra D la concavidad convexa

29:29|P: Letra F dominio los reales recorrido el recorrido es el y

29:39|P: Aquí está el eje y

29:43|P: El x dominio el y recorrido

29:46|P: Por lo tanto el recorrido es que llega ¿hasta? Hasta el 9 del menos infinito hasta el 9.

Episodio 6: Propagación de un virus (Video 28 y 29)

En este episodio, la profesora propone, a partir de una función que modela la cantidad de contagiados de un virus en función del tiempo (en meses). En este caso, el modelo no puede ser justificado, por lo que sería calificado como artificial. La función con la que modela el fenómeno es $f(t) = 100t^2 - 1200t + 400$, donde t es la cantidad de tiempo (en meses) y f la cantidad de personas contagiadas. Las dos preguntas explícitas que propone son la imagen y pre-imagen de un valor, tanto los números de las preguntas y respuestas son números enteros. Para resolver la imagen realiza cálculos aritméticos y para la pre-imagen utiliza la fórmula de segundo grado y la factorización de una expresión de segundo grado. La profesora realiza otras tareas que no explicita, como crear una tabla de valores.

Con esta tarea quiere dar una mirada global, esta tarea la acompaña con la gráfica de la función a partir de la tabla de valores que había construido. También pregunta de forma oral por: el dominio y el recorrido de la función, los cuales calcula a partir de la tabla de valores; el mínimo de la función. Para resolver las tareas utiliza la expresión algebraica y las fórmulas, no se apoya en el resto de los registros para estimarla o como elemento de control.

Este episodio está registrado en el video 19, desde el minuto 30:22 hasta el minuto 59:50.

Transcripción del episodio 6

30:22|P: Ya entonces ahora lo vamos a aplicar a problemas, ya vimos todas sus características podemos hacer sus graficas, identificar puntos principales

30:59|P: Numero 3

31:26|P: Numero 3

31:37|P: La propagación de cierto virus estival se modela por la función $f(t) = 100t^2 - 1200 + 4000$ donde f de t indica el número de contagiados y t indica los meses del año, t varia de 1 hasta 12

33:10|P: Letra a ¿cuántos contagiados se estima que habrá al finalizar marzo?

33:43|P: Letra b ¿en qué mes del segundo semestre del año se estima que habrá 800 contagiados?

34:34|P: Ya acá tenemos el modelo que es cuadrático ¿cuál es la característica? ¿Cuál es su concavidad?

34:47|P: Ya, es positiva o sea que es cóncava va hacia arriba

34:52|P: ¿Va a tener mínimo o máximo?

24:58|A: Mínimo

34:59|P: Ya ehm t podemos cambiar las letras ¿cierto? En vez de trabajar con la letra x de acuerdo al contexto que t es meses tiempo

35:14|P: t sería el eje horizontal la abscisa ya

35:21|P: Entonces t indica los meses del año, t varia del 1 hasta el 12 el dominio entonces estaría dado en t y el recorrido el f de t

35:33|P: ¿Cuál es el dominio en esta función? ¿Todos los reales?

35:41|A: Si del 1 hasta el 12

35:43|P: Del 1 al el 12 en el contexto en este problema dice que T indica los meses del año

35:52|P: no dice cuantos meses no dice que son 50 meses 300 meses sino que cada número representa un mes del año

36:01|P: ¿osea que el dominio es? Los valores que se reemplazan en t ¿Cuáles serían? Del 1 al 12 ¿por lo tanto cuál es el dominio de esta función? ¿Ya?

36:21|P: Y el recorrido serían los valores de los resultados desde el 1 cuál sería el f del 1 hasta el f del 12 hay que ver cuál es el rango respectivo

36:33|P: Ya letra a ¿cuantos contagiados se estima que habrá al finalizar de marzo?

36:38|P: Letra b ¿En qué mes del segundo semestre se estima que habrá 800 contagiados?

36:53|P: Piensen la pregunta 5 minutos para que la analicen

36:58|A: ¿No hay ni que hacer el grafico ahí poh?

37:00|P: No, no es necesario hacer el grafico?

38:04|P: Tome la lista

38:06|A: Profesora

38:08|P: Si

38:10|A: ¿Este es 9?

38:12|P: Eh correcto reemplazamos entonces marzo sería el 3… 3 al cuadrado… 9… 900

38:21|P: 900 son 4900

38:36|P: No primero se multiplica PAPOMUDAS

38:46|A: … Ahí daría negativo entonces

38:47|P: Ya $-2700 + 4000$

38:55|P: Mmh claro porque mira préstame la calculadora

38:58|A: No es que yo lo hice junto eso

38:59|P: Esa hay que hacerlo junto o sea no podemos ir anotando el signo igual en cada paso sino que o lo ingresa todo el proceso por 9 menos si yo aquí coloco el igual en la multiplicación lo dejo aparte entonces hay que dejarlo junto

39:18|A: Ya

39:19|P: Mas 4000

39:29|A: Profe

39:39|P: ¿Si?

39:32|P: ¿El 1 no se reemplaza por el número de mes?

39:43|P: Exacto ¿da eso a ver?

39:39|P: 100 multiplicado por 9

39:46|A: Serian 900

39:37|P: 900

39:52|P: Ahí estás haciendo lo de ahí claro ahí estas en enero febrero marzo

39:58|P: Ya bueno después podríamos hacer la gráfica ¿cierto? de acuerdo a todo el dominio si es enero ver cuantos contagiados hay en febrero marzo abril mayo junio julio hasta diciembre ¿ya?

40:11|P: Pero nos están preguntando primero en marzo

40:14|A: ¿Hay un 8?

40:15|P: Correcto

40:18|A: ¿Y para la b en este caso habría que cambiar el f de t no mas?

40:22|P: Cuando hay 800 contagiados

40:14|A: ya habría que cambiar por la ya

40:32|P: ¿Y por qué esta tan escondido por allá?

40:34|P: Porque no me dejan ver hay mejor ángulo de acá

40:39|P: Ah está escribiendo todavía

40:04|P: Primero identificar f de t indica número de contagiados ¿ya?

41:12|P: Y el t indica los meses del año ¿ya?

40:20|P: Se pregunta ¿cuantos contagiados en marzo? Y se pregunta ¿en qué mes hay 800 contagiados?

41:44|P: ¿ya cuando es 800? Resolver muy bien resolvemos la ecuación

41:51|P: Hay que igualarla a cero para resolver la ecuación o sea que el 800 pasa restando y ahí resuelve la ecuación

41:58|A: Pero cuando pasa para acá ahí pero eso no se toma en cuenta

42:01|P: ahí queda un 0

42:03|P: Si pues nos queda una ecuación de segundo grado en vez de ser con x es con la letra t puede ser con cualquier letra

42:24|P: Recuerden comunicar los resultados anotar cual es la respuesta

42:29|A: ¿Y ese cuanto seria?

42:30|P: ese es

42:32|A: 400

42:36|P: Se comió un 0

42:41|P: ¿Si?

42:42|A: yo antes como la porque dice que f de t indica número de contagiados pero después me dice que t indica los meses del año

42:52|P: Si

42:53|A: Y le puse t

42:54|P: Correcto

42:55|A: Pero y

42:56|P: Saque cuantos contagiados hay en marzo ahí está la función

43:03|P: ¿Qué dice?

43:04|A: Ah t tendría que multiplicarlo ahora por

43:07|A: No poh teni que reemplazarlo

43:08|P: Ese es el t ya poh reemplácelo

43:16|A: Profe

43:17|P: Si

43:19|A: No se cómo reemplazarla con la y

43:22|P: Está perfecto esto es una ecuación de segundo grado ¿Cómo resolvemos la ecuación de segundo grado? ¿Hay que igualarla a? A cero

43:30|A: A cero

43:32|P: Puede dejar el cero para acá

43:34|A: Y me quedaría todo esto eliminando estas dos me quedarían

43:36|P: Dejando aquí el cero

43:41|P: Tiene que resolverlo con la formula saca los dos valores para t va a representar dos meses queremos el del segundo semestre

43:50|A: Ya

43:47|P: Eh ustedes sigan respondiendo las dos preguntas esto lo estoy haciendo aparte para hacer otras preguntas

48:05|P: Ya vamos a revisar entonces las dos preguntas

48:09|P: Después voy a analizar esa tabla que estaba escribiendo ahí para después analizar toda la función

47:16|P: Ya letra A dice ¿Cuántos contagiados hay en el mes de marzo? Bueno el mes de marzo cual mes

48:24|P: El numero 3 porque el 1 va a ser enero dos febrero tres marzo por lo tanto lo que están preguntando es ¿cuál es el valor de la función? ¿Cuantos contagiados cuando t es igual a 3?

48:42|P: Marzo está representado por t=3 por lo tanto el f de 3 si sabemos que la función es 100 por t^2 menos 1200 por t más 4000

49:00|P: Ese es el modelo que está representando los contagiados en ese año

47:08|P: Entonces como t es 3 100 por el $3^2 - 1200 por 3 + 4000$ recuerden que primero el PAPOMUDAS paréntesis potencias multiplicación división adición y sustracción

49:26|P: 100 por 9 son 900 1200 por 3 3600 más cuatro mil da un total de 1300

49:48|P: Entonces comunicar el resultado

49:42|P: En marzo habrá 1300 contagiados

50:00|P: Letra B ¿en qué mes del segundo semestre del año se estima que habrá 800 contagiados?

50:09|P: O sea que nos están indicando el $f(t)$ que el f de t es 800

50:18|P: Igualamos a 800 la función

50:24|P: La incógnita puede ser letra x o letra t, cualquier letra entonces no se acostumbren que solamente es la letra x

50:32|P: Bueno la ecuación de segundo grado hay que igualarla a 0

50:37|P: 800 pasa restando por lo tanto queda 4000 menos 800 nos da 3200

50:50|P: ahora podemos resolver la ecuación con el 100 1200 3200 o reducir dividir por 100 para trabajar con cifras más pequeñas ¿Cierto? o trabajar con los números tal cual

51:05|P: ya si no hacemos ninguna reducción el valor de a va a ser 100 el valor del b -1200 el valor de c 3200

51:16|P: Pero también pueden dividir por 100 y aquí va a quedar un 1 aquí va a quedar -12 y acá 32

51:24|P: Cifras más pequeñas después lo podemos resolver con esas cifras

51:31|P: Entonces el valor de t menos B menos menos 1200 más menos raíz menos 1200^2 menos 4 por el valor de a por el valor de c se divide por 2ª

51:50|P: 1200 más menos, ya si hubiésemos trabajado con número más chiquititos no hubiéramos tenido necesidad de calculadora pero ahí ya es un numero bien grande

52:12|P: ya 1200^2 menos 4 por 100 por 3200 da 160000 extraen raíz y da 400 se divide por 200 y nos va a dar dos soluciones

52:40|P: $1200 + 400$ partido por 200... 1600 partido por 200 es 8

52:53|P: Otra solución 1200 menos 400 partido por 200... 800 partido por 200 que es 4 ¿Qué nos está indicando ese 4 y ese 8?

53:10|A: que el de acá es el primer semestre y ese el segundo semestre

53:13|P: Ya este es primer semestre y este segundo semestre ¿Qué mes es el 4?

53:17|A: Abril

53:18|P: Entonces en abril y agosto habrá 800 contagiados pero la pregunta es ¿en qué mes del segundo semestre habrán 800 contagiados? por lo tanto la respuesta es en agosto

53:50|P: Porque si la pregunta es de alternativa hay que marcar la alternativa que es la que se pide ¿ya?

53:58|P: Entonces si ustedes se fijan que la gráfica es simétrica por eso que nos está dando dos resultados en 2 meses tenemos la misma cantidad de contagiados

54:08|P: Bueno aquí yo hice una tabla para ver todos los posibles resultados recién dijimos que ¿el dominio cuál era? Eran los meses del año

54:18|P: El dominio es del 1 al 12 ¿Cuál es el recorrido? Bueno ahora vamos a ver el recorrido de acuerdo a los resultados que nos de

54:28|P: El recorrido es en que rango están los contagiados de ese año

54:34|P: Ya si reemplazamos el 1100 por $1^2 - 1200 \cdot 1 + 4000$ ¿Cuánto es?

54:48|P: ya ¿son 2900?

54:55|P: Son 4100 – 1200 son 2900

55:05|P: En el segundo mes es 100 por 4 – 1200 por 2 más 4000 da 2000

55:20|P: En el tercer mes 1200

55:24|P: En el cuarto mes 800

55:27|P: En el quinto mes 100 por 25 – 1200 por 5 + 4000 da 500

55:40|P: En el mes 6 100 por 36 – 1200 por 6 + 4000 400

55:53|P: En el 7 va a dar 500 800 1300 2000 ¿O no? Si 200 debería dar

56:09|P: En el 11 100 por 121 – 1200 por 11 + 4000 da 2900 y en el 12

56:24|P: 100 por 144˘$1200 \cdot 12 + 4000$ da 4000

56:38|P: en el mes 0 antes de que comiencen a contagiarse habían 4000 ya

56:44|P: Entonces podemos realizar la gráfica ahora ¿Cuál es el recorrido?

56:50|P: ¿Cuál es el menor? 400 ¿Y el mayor?

56:55|A: 4000

56:56|P: O sea que el recorrido va de 400 a 4000 ahí está el rango

57:05|P: Bien si hacemos la gráfica vemos que es así

57:16|P: Es positivo ah entonces es así

57:22|P: Si la pregunta fuese ¿en qué mes hay 5000 contagiados? Habríamos anotado el 5000 ¿y que resultado nos habría dado?

57:39|P: ¿Es posible que haya 500 contagiados? No nos habría dado a lo mejor un rango fuera de los meses entonces no es posible

57:52|P: Ya entonces aquí tendríamos que graficar del 1 10 11 y 12

58:08|P: Y aquí llegamos hasta el 4000 4000 la mitad es 2000 3000 1000

58:20|P: Ya el 1 2900 el 2 2000 el 3 1300 el 4 800 el 5 500 el 6 400 el 7 500 800 1000 por ahí

58:58|P: Acá esta súper simétrico y después llega hasta el hasta el de acá

59:13|P: Entonces el dominio del 1 al 12 y el recorrido del 400 al 4000 del menor al mayor acá vemos el recorrido dominio el dominio del 1 al 12 recorrido del 400 al 4000

E6 Finalización de la clase

En este episodio realiza hace un cierre de la clase evocando el trabajo en la plataforma.

Este episodio está registrado en el video 29, desde el minuto 04:32 hasta el minuto 05:22.

Transcripción del episodio 6

04:42|P: Tienen plazo hasta la próxima semana pero resuelvan el control de la función cuadrática porque así las dudas que traigan las pueden consultar el viernes además les sirve de ir estudiando van viendo la retroalimentación así que ahí también le preguntan al programa cierto lo leen en vez de preguntarme a mi ¿eh? Y entonces el día viernes todos llegan con la materia aprendida ya para el repaso final ¿ya?

05:16|P: ¿Todos Firmaron la lista? Perfecto

05:22|P: Nos vemos el viernes traigan anotadas todas sus dudas...

B.2.4. Clase 4

Se realizó el día 23 de mayo entre las

Episodio 0: Consulta sobre la plataforma

Esta clase comienza con un pequeño episodio donde el estudiante hace una consulta relativa a la plataforma, la profesora le indica que durante la clase le responderá.

Este episodio está registrado en el video 19, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 00:32.

Transcripción del episodio 0

00:04|A: Es que ahí sale el precio de venta de una galleta

00:07|P: Es que es el precio unitario y ahí se está sacando... Después lo revisamos

00:14|A: Si, es que lo estoy revisando y estoy casi seguro que está mal definido, estoy casi casi seguro

00:22|P: Búsquelo en el celular y lo revisamos en un ratito más

00:23|C: Quería decirle que ya dejé grabando, así que empiece no más

00:30|P: Ya, si

Episodio 1: Repaso oral de las clases anteriores

En este episodio la profesora realiza un resumen de los elementos vistos hasta el momento.

Este episodio está registrado en el video 19, desde el minuto 00:33 hasta el minuto 15:40.

Transcripción del episodio 1

00:33|P: Ya, bien, pongan atención, para hoy día, vamos a hacer un taller, vamos a hacer ejercicios miren que la próxima clase es la evaluación. La clase pasada vimos todo el resumen de función cuadrática, donde vimos todos los puntos principales: Los 0 de la función ¿cierto? Cuando se hace 0 ¿ya? En qué puntos Vimos el vértice que va a ser el mínimo o el máximo de la parábola, eso va a depender de la concavidad, si la cóncava, si sus ramas abrían hacia arriba a positivo, va a tener un mínimo y si la concavidad era negativa, era convexa, sus ramas abren hacia abajo, iba a tener un máximo ¿ya?

01:29|P: No se si han repasado la guía o la han vuelto a leer ¿ya? ¿Algo? La guía la pueden ir leyendo en su computador, en su celular. Había hartos ejemplos de la relación que había entre dos magnitudes ¿cierto? Después se vio la función lineal. Entonces en la función lineal vimos que, si tenemos dos puntos, con esa información, ya sea, sacándolo de una gráfica, de una tabla o de un enunciado. Con dos puntos ya podemos determinar un modelo matemático, que se puede sacar con la ecuación de la recta o simplemente con un punto y determinando el valor de L. Entonces, para la función lineal, si se entrega el modelo, es solamente reemplazar o despejar, de acuerdo al enunciado hay que ir interpretando ¿cierto? Y se reemplaza el valor y se obtiene la imagen y la pre imagen. Pero cuando tenemos un enunciado en que nos dan información, si tenemos dos puntos, esa información es suficiente para determinar cuál es el modelo Entonces una alternativa es, conocemos la gráfica y de esta gráfica, conocemos 2 puntos; (x_1, y_1) y (x_2, y_2) Entonces para determinar la pendiente es $n = \Delta y/\Delta x$, $\Delta = Delta$. Que sería, $(y_2-y_1)/(x_2-x_1)$ o a lo mejor tenemos la información en una tabla, si tenemos la información en una tabla. Vamos a conocer el (x_1, y_1); (x_2, y_2) y con esta información sacamos la pendiente.

Ahora si no la visualizan acá en la tabla, represéntenlo gráficamente y del grafico formamos el triángulo para sacar la pendiente.

Ya tendríamos la pendiente ¿qué faltaría? El coeficiente de posición Para sacar el coeficiente de posición hay dos formas o más de dos formas, pero vamos a ver dos, una es determinar el valor de n, n es cuando corta aquí al eje, entonces, para determinar el n, es cuando $x = 0$, entonces, bueno, va a depender de si conocemos un punto, lo reemplazamos, reemplazamos el x_1, reemplazamos el y_1, reemplazamos la pendiente y determinamos el n. Esa sería una alternativa.

05:23|P: La otra alternativa: ecuación de la recta. La ecuación de la recta es: $\frac{y\breve{}y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, a la pendiente, si la pendiente la calcularon antes, reemplazamos altiro la pendiente Queda $y - y_1 = pendiente \cdot (x - x_1)$. Se fijan que esa es la pendiente, entonces, utilizamos la ecuación de la recta para determinar el modelo, el y en función de x o solamente calculamos pendiente y con uno de estos puntos, lo reemplazamos acá en la función. Reemplazamos el punto, el $f(x)$ corresponde al y, si conocemos el x_1, el y_1 y la pendiente, determinamos el n ¿ya? así que tienen esas 2 alternativas para calcular el n. Del enunciado sacan la información o de la tabla o de la gráfica, teniendo dos puntos, sacamos el modelo matemático, ya teniendo el modelo se puede contestar, obteniendo imagen y pre imagen ¿cierto?

06:53|P: Ya, el resumen de la función cuadrática. Ya, la clase anterior vimos la función cuadrática y también está el resumen ahí en la guía. En la función cuadrática es de la forma: $y = f(x) = ax2 + bx + c$, a, b y c son números reales, la gráfica de la función cuadrática. Si el valor de a es positivo, voy a anotar solo una gráfica que es positivo hacia arriba, puede cortar en dos puntos al eje x 0 de la función o raíces ¿ya? x_1, x_2. Pueden ser dos puntos, o un punto o ningún punto, sino interceptan ningún punto, nos va a dar la ecuación de segundo grado nos va a dar imaginario, porque no va a cortar al eje x.

Ahora, el eje y aquí va a cortar siempre en c, entonces, la intersección, Intersección Eje y, es cuando $x = 0$ y nos da $y = f(0) = c$. Intersección Eje x, o los ceros de la función, reemplazamos el y o el cero y ahí se resuelve la ecuación de segundo grado, y de ahí se obtiene el x_1, el x_2 con la fórmula o con la factorización también: $x = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$ ¿Ya? intersección con un eje e intersección con otro eje y el otro punto importante es el vértice. El vértice es el mínimo o el máximo de la parábola, la coordenada x del vértice $-b/2a$. La coordenada y del vértice es reemplazar en la función el $-b/2a$ y de ahí se determina el vértice que es el mínimo o el máximo. Bueno, la coordenada x del vértice, también es el eje de simetría. Y, por último, los intervalos de crecimiento o decrecimiento.

Cuando a es positivo, primero decrece, hasta que llega al x del vértice y luego, es creciente. Y cuando a es negativo, es lo contrario, cuando es negativo, aquí tenemos el eje de simetría, primero es creciente y después es decreciente. Los ceros de esa función, que pueden ser dos, uno, cero, si intersectan dos puntos en uno o ninguno. Intersección con el eje de las ordenadas en el punto C y lo último que vimos también fue el dominio y el recorrido.

El dominio, son los reales, pero si es un problema contextualizado va a depender del contexto del problema, cual sea el dominio, por ejemplo, si estamos viendo distancia, si el x...

11:46|A: Permiso

11:47|P: Por ejemplo, fuese una cantidad que solo pudiese ser positiva, entonces, ver ahí el rango de valores. El otro día hicimos un problema en el cual eran los meses del año, era del 1 al 12, por lo tanto, ese era el dominio ¿ya? Entonces dependiendo del contexto de lo que se indique cual es el dominio de la función y el recorrido de los resultados al reemplazar los valores del dominio. El recorrido son las imágenes, en este caso, también va a depender del contexto, pero si es para todos los reales, el recorrido va a ser de la coordenada y del vértice al infinito y aquí el recorrido va a ser de $-\infty$ a la coordenada y del vértice. y ese es el resumen general de lo que vimos de los puntos principales de la función cuadrática y que después se fue aplicando a los problemas, entonces, si tenemos un modelo que es cuadrático se va a pedir obtener imagen, pre imagen y además el dominio y el recorrido de acuerdo al contexto, así que no es que siempre sea todos los reales, sino al problema en cuestión.

Entonces ahora vamos a trabajar con una guía que traje, para que trabajen en forma grupal y después cada grupo va a desarrollar un problema acá en la pizarra ¿ya? Aquí les traje una guía a cada uno. Entonces trabajen para no desordenar la sala, porque ahí vamos a estar desarrollando en la pizarra, grupo de dos, de tres, entonces los que están sentados van discutiendo.

14:08|A:) Profe allá...

14:09|P: Cada uno de los problemas.

14:13|A: ¿Hay que hacerlos todos?

14:14|P: Exactamente.

14:22|A: Gracias profe (Alumnos conversando)

14:31|P: La prueba del día martes, está incluido todo lo que está en la guía y en los controles on-line que han estado desarrollando ¿a quién le falta? ¿a nadie más? Ah, todos tienen Usted está solito trabajando. Ah, le quitaron el asiento. ¿Van a trabajar con el allá? Ya, los pasos a seguir para la resolución de problemas.

15:15|A: Los datos

15:16|P: Primero leer, comprender y anotar los datos y qué es lo que se pregunta y luego, la estrategia, desarrollar y comunicar No le entregué guía, ah, sí, dígame.

Episodio 2: Consulta sobre la plataforma

En este episodio, un estudiante le hace una consulta respecto a una de las preguntas de la plataforma, la profesora responde de forma individual a las dudas que él plantea.

Luego profesora toma el problema y lo trabaja de forma colectiva.

Este episodio está registrado en el video 19, desde el minuto 15:41 hasta el minuto 23:22.

Transcripción del episodio 2

15:41|A: Tengo una duda, lo que pasa con el control es que en esta parte ¿Qué está pidiendo ahí? ¿Cómo se obtiene ese?

15:49|P: ¿Cuál es la pregunta?

15:54|P: La función de costo de producir un artículo es de 7x+20, la función de ingreso es 9x. Calcula la A a través de un sistema de ecuaciones el punto de equilibro.

16:05|A: ¿Qué es el punto de equilibrio?

16:06|P: El punto de equilibrio es cuando se iguala ahí el costo con el ingreso

16:20|A: El costo con el ingreso

16:23|P: Exactamente Ese es el punto de equilibrio, usted gasta tanto y obtiene lo mismo, por lo tanto, ese es el equilibrio Dice: La solución de un sistema de ecuación es un punto de intersección entre ambas rectas, por lo tanto, x e y representan las coordenadas del punto de equilibrio. Entonces ahí lo resuelve igualando el costo con el ingreso

17:00|A: Pero a mí me dio 10, o sea, eso fue la respuesta y luego no supe qué hacer con eso

17:11|P: Pero vea cual es la pregunta, vea la pregunta. En la pregunta dice Observación: Ingresa tu respuesta como par ordenado, por ejemplo, si el $x = 25$, el $y = 18$, debes escribir 25,18 y usted anotó $x = 10$.

17:31|A: Lo que pasa es que llegué hasta aquí…

17:37|P: Si usted conoce el valor de x , vaya a la pregunta. Usted conoce el valor del Entonces ¿Cuál es el ingreso? $9 \cdot x = 90$

17:48|A: $7 \cdot x = 70$

17:49|P: ¿Y cuál es el costo? $70 + 20 = 90$, ese sería el punto de equilibrio

18:00|A: Entonces esos números da

18:04|P: Ya

18:03|A: Da lo mismo ¿sí? Luego, o sea, llegué hasta ahí, me dieron los dos 90

18:13|P: Ya Entonces tiene la cantidad de unidades y tiene el costo

18:22|A: Entonces uno es el primer valor que se obtiene, el valor de x y el segundo

18:31|P: El x y el otro es el y

18:36|A: El valor que da al reemplazar la x por 10, ya, ayuda colectiva a alumno que plantea duda.

19:19|P: Ya, a ver, pongan atención un segundo ¿han desarrollado los controles online? La pregunta de punto de equilibrio ¿Quién me podría explicar quién la desarrollo o qué entendieron?

19:38|A: Había que igualar la ecuación a 0, había que hacer una ecuación de segundo grado y con eso podíamos sacar el punto de equilibrio.

19:52|P: Había una que era con segundo grado, ahora, la del primer control había una que era mucho más simple

20:03|A: ¿La del punto de equilibrio? Había que... eran las ventas versus los costos y en el punto donde los costos se igualaban a las ventas daba 0 y ahí se alcanzaba el punto de equilibrio

20:13|P: Ya, ahí teníamos una función que era ¿el costo?

20:18|A: Si, era el costo versus las ventas Entonces se indicaba cual era la función, por ejemplo, ¿Cuál era la que le había dado? Costo ¿Qué era de?

20:36|A: $7x + 20$

20:39|P: $7x + 20$ ¿y la del ingreso?

20:43|A: $9x$

20:45|P: $9x$

20:47|P: Entonces se pedía el punto de equilibrio entre este costo y el ingreso

20:53|P: Si graficamos el $7x + 20$, cortaba aquí en el 20 y tenía una pendiente de 7, y esa era el costo. Después graficamos el ingreso, eso es una recta.

21:19|P: El ingreso que es $9x + 0$, que está pasando por el 0, pendiente 9.

21:34|P: Entonces en la retroalimentación decía que se puede desarrollar como un sistema de ecuación. El sistema de ecuación nos va a entregar la intersección de estas dos rectas. Aquí se va a intersectar en un punto (x, y) este es el x y este es el y, queremos que sean iguales que costo es igual al ingreso, ese va a ser el equilibrio, por lo tanto, era igualar estas dos ecuaciones.

22:15|P: Y de ahí se obtenía el punto de equilibrio sacando el x y este x lo reemplazaban en cualquiera de ellas e iban a obtener el mismo valor para el y, entonces como este es el ingreso, acá está menos de esta cantidad de unidades, el ingreso es menor que el costo, después de esta cantidad es el costo es menor que el ingreso. El equilibrio es cuando son iguales.

22:49|P: Por eso que se podía desarrollar con un sistema de ecuación, ya sea, igualar las dos ecuaciones, obteniendo el x y después el y se reemplaza en cualquiera de ellas, ya que ese costo representa el eje y y aquí también representa el eje y.

23:12|P: Entonces cuando preguntaba el punto de equilibrio, cuando son iguales. Ese detalle es para los que no lo habían entendido. Ahora continúen con el desarrollo de la guía.

Episodio 3: grados Celsius y grados Farenheit

En este episodio, un estudiante le hace una consulta respecto a una de las preguntas de la plataforma, la profesora responde de forma individual a las dudas que él plantea.

Luego profesora toma el problema y lo trabaja de forma colectiva.

Este episodio está registrado en el video 19, desde el minuto 15:41 hasta el minuto 23:22.

Transcripción del episodio 3

23:22|P: Puede ser un gráfico o una tabla con la información

23:36|A: Pero tendrían que ser los grados Fahrenheit versus los Celsius **23:37|P:** Exactamente, Fahrenheit, Celsius

23:40|A: Ya

24:00|P: Estos son los problemas que, adicionales a la guía, donde está, de ahí sacamos la fotocopiadora ¿Ya tienen el resumen? ¿Lo puedo borrar para ir planteando ya los problemas? ¿Ya sacó ya todas las fotos?

26:04|A: Profe, aquí sale que 32º Fahrenheit son 0º Celsius

26:09|P: 32º Fahrenheit son 0º Celsius. Correcto, claro, puedo hacer el gráfico. Entonces un eje es grado Fahrenheit y el otro eje es grados Celsius. Usted elige si este va a ser el F o este va a ser el C. Es que va a quedar o F en función del C o el C en función del F.

27:13|A: ¿Con las reglas si se pueden hacer por la regla de 3?

27:17|P: Vea si con la regla de 3 nos va a dar lo mismo que con la función

27:25|A: Ah ya, gracias

27:42|P: A ver ¿Qué hicieron?

27:44|A: Primero sacamos la función

27:47|P: Ya ¿Cuáles son los datos que tienen?

27:49|A: Lo primero que reemplazamos fueron los datos de x y ahí quedamos claros desde un principio, entonces calculamos mediante la función, o sea, mediante la pendiente, tomamos la ecuación, reemplazamos la pendiente, tomamos el valor de y y lo pusimos aquí y valoramos el valor de x ahí

28:10|P: Ya

28:11|A: Entonces al hacer eso nos dio la y

28:13|P: Ya, correcto

28:14|A: Y ahí está el modelo (Conversación difícil de escuchar)

28:23|P: Ya, correcto Y con ese modelo ya pueden contestar la letra D y la letra C

28:29|A: Y ahí se reemplaza el y ahí y el x aquí

28:32|P: Claro, depende de cual dejaron como Y, cual dejaron como x

28:35|A: Entonces lo reemplazamos acá como el y, de trasfondo el A y se saca con esto la fórmula. Y aquí al graficar, si el n es 32 ¿Cómo lo llevo al 26,6?

28:51|A: ¿Ese es el x ?

28:57|A: Entonces el punto de 26,6 aquí y este tiene que llegar a interceptar ahí ¿o no?

29:05|P: Claro

29:06|A: Entonces ahí estaría el 96, ahí el 26,6 y ahí estaría la recta

29:10|P: ¿Y si reemplaza el otro punto, el 100 con ¿Cuánto era el 100?

29:18|A: Con el 212

29:22|P: Entonces aquí el 212 y aquí el 100, entonces este punto va a estar dentro de la recta

29:47|P: ¿Cuál es la información que reemplazó?

29:52|A: Hice el gráfico, entonces reemplazo el 212-32 y me da 180

29:57|P: Correcto

29:58|A: Y después $100 - 0$ me da 100, entonces lo dividí y me da… **30:03|P:** Y le está dando la pendiente

30:04|A: Si

30:05|P: Ya y el delta y ¿Qué significa? ¿El y es Fahrenheit o Celsius?

30:11|A: Fahrenheit

30:13|P: Fahrenheit ya

30:15|A: ¿Y la x son?

30:17|P: Son grados Celsius Ya tiene la pendiente, le falta calcular el n para tener el modelo. Claro, puede ser con la ecuación de la recta o puede ser con un punto determinando el n, ya tienen ahí varias alternativas. Ya ¿Cómo van? Ah ya, ahí está el par ordenado x , Y; x , Y, perfecto, ya, lo pueden representar gráficamente y así lo van a visualizar, van a visualizar cómo es la recta.

31:10|A:) Profe, aquí mi coeficiente sería 32

31:16|P: Correcto

31:28|A: Y ahora puedo empezar a reemplazar

31:29|P: Claro, entonces escribir qué significa la x, que significa el F o anotar grados Celsius o Fahrenheit, entonces el F es ¿Fahrenheit o Celsius?

31:40|A: Es Fahrenheit

31:41|P: Ya ¿y el x ?

31:43|A: El x es mi Celsius

31:46|P: Claro, entonces ahí conviene o aquí en la tablita indicar cuál es el x y cuál es el y para saber dónde reemplazar ¿Cómo va con el planteamiento? (no se escucha lo que menciona el alumno) Aquí tenemos el valor de x , el 0º Celsius ¿a qué temperatura equivale en Fahrenheit?

32:16|A: A 32

32:17|P: A 32 Si este es el x , este sería la coordenada

32:22|A: ¿Y?

32:24|P: Hay un eje que va a tener un cierto tipo de temperatura y el otro eje, otro, porque o sino está mezclando en un mismo eje las dos escalas ¿ya? Entonces la coordenada x va a ser o Celsius o Fahrenheit y la coordenada y la otra. Y así va a tener los pares ¿Qué es lo que tendríamos que representar? Bueno, cuando es ebullición y cuando es de congelación, con esos dos puntos podemos determinar el modelo Ya ¿Cómo van acá? ¿Qué información tenemos acá en la tabla? Acá tenemos Fahrenheit, 32 equivale a 0, los 212 equivalen a 100, ya los representó en una tabla, también se podría hacer una gráfica, ahora no es obligatorio, a lo mejor con la gráfica lo puede interpretar mejor, pero de aquí lo que tiene que sacar es el modelo

32:25|A: Es que le había puesto, es que lo había dejado junto pensando que ese iba a ser el de congelación y esta era nuestra máxima de expresión el ¿Cómo se llama? El punto de ebullición

33:38|P: Entonces el 212 va con el 100, acá está el punto y por aquí está el 32 con el 0, ahí está el punto

33:46|A: Ah claro, hay que dejarlo ahí

33:48|P: El 32 y ahí se trazará la recta y se pide un punto que está entre ellos, que es el que reemplazamos el 80, por ejemplo, ¿ya? Entonces saber que temperatura está en este eje y en este otro eje, con esto sacamos pendiente, coeficiente de posición y hacemos el modelo ¿sí?

34:23|A: Estoy como un poco confundida porque lo reemplacé así

34:25|P: Ya tenemos la letra A, que es el modelo, perfecto ¿Qué dice la letra B?

34:30|A: ¿A cuántos grados Celsius equivalen 80 Fahrenheit?

34:33|P: Ya, entonces si tengo los 80 que son Fahrenheit, lo reemplazo donde está Fahrenheit ¿y el resultado es?

34:38|A: 26,6 ¿está bien?

34:42|P: Está correcto

34:43|A: ¿Puede dar un decimal?

34:34|P: Si, por supuesto, la temperatura no es un número entero

34:52|A: Entonces le tengo que escribir

34:57|P: Se hace aquí el despeje y después indica que 80º Fahrenheit equivale a 26,6º Celsius. Y ahora reemplace a este otro

35:12|A: ¿En cuánto? Mire, así se reemplaza cierto, por ejemplo 100 Celsius = 212 Fahrenheit

35:25|P: Claro, entonces aquí usted tiene el punto, perfecto, después.

35:27|A: 0 es igual a 32 y...

35:28|P: Correcto

35:30|A: Y, por ejemplo, eso ya lo tengo claro, pero aquí sería 100 es igual a 212 y $x = 80$ Fahrenheit ¿y ahí cómo se hace? ¿se multiplica cruzado?

35:42|P: Pero puede ver de acuerdo al modelo, tiene que sacar el modelo matemático, tiene que sacar la función

35:49:|A: Es que la función es...

35:51|P: ¿Cuánto le dio en la letra? ¿de los 80?

36:02|A: En la de 80: 2,5 (no se entendió la respuesta de la profesora)

36:11|P: Porque ahí parte de 32

36:13|A: No de 0 ¿entonces sería 34,5?

36:20|P: No, tampoco es

36:21|A: ¿Debe ser más alto?

36:25|P: Por eso hay que hacer el modelo

36:37|A: El x tienes que reemplazarlo por el 9, si no hiciste el 3.900, tienes que reemplazarlo por este modelo. Ah, el 30. Ah, ya, vale, vale $2x3 = 6$, son $600x$

36:52|A: ¿Profesora?

36:53|P: Si

36:57|A: Acá en la A ¿está bien ese resultado?

36:58|P: Correcto, esa es la pendiente. Ya tenemos la pendiente que es cuánto va aumentando en cada punto ¿cierto?

37:08|A: O sea, si estuviera el A ahí, aumentaría 1,8

37:10|P: Ya, correcto Ahí tiene un 32 que está justo cortando el eje ¿y ese qué sería? Coeficiente de posición, el n.

37:27|A: Ya, porque después hay que hacer esta

37:29|P: Es que puede realizarlo con este o simplemente...

37:33|A: Ah, porque ya tenemos C

37:37|P: Claro pues, pero aquí ¿Cuál es el punto que reemplazó? El 212 no va con el 0, el 212 va con el 100 Reemplazo 212, 100 o 32,0, cualquiera de los dos, cualquier par ¿Si? ¿Me iba a preguntar algo? Dígame.

38:14|A: ¿Ese y de dónde lo saco?

38:16|P: Esa y y esa x , es para generar el modelo (no se escucha la voz de la alumna) Se fija que el modelo es: $y = mx + n$ Esa y y esa x van a generar el modelo. Anote: letra y- ¿Cuál es el y_1?

38:52|A: Este, 82

38:52|P: ¿partido por? $x\breve{}x_1$ Ya no anote las unidades, porque al final va a saber Ya, igual, pendiente

39:14|A: Sería 1,8

39:17|P: Este de acá va a pasar multiplicando y ahí despeja el y que es $f(x)$

39:25|A: Ah

39:26|P: Y ahí va a tener listo el modelo ¿se fija que eso lo necesita para hacer el modelo?

39:30|A: Gracias) Profe

39:35|A: Tenemos que restarle los 212 le restamos los 32 y para sacar la parte de debajo de x a los 100 le restamos 0, porque es $x_2 - x_1$, entonces, pero sale más fácil hacerlo así para mí, entonces tomamos los, 212 en 1.000 y 12 y 2 y 11. x_2, x_1, distancia mínima son 212 (no se alcanza a escuchar) entonces esos 212 – 32 y aquí es $x_2 - x_1$ que son 100 y 0. Entonces esto nos da 180 dividido en 100 y eso da 1,8 y esto es nuestra pendiente. Entonces ahí recién podemos reemplazar con la función, entonces aquí reemplazo, nuestra pendiente es 1,8 y ¿qué es eso? Son nuestros grados Celsius ¿cierto? Porque ahí dijimos que los Celsius eran nuestra x y n es donde se intercepta, entonces aquí, haciendo este gráfico, podemos saber que se intercepta en el 32, ahí se unen, entonces ese es nuestro x y esto es la función que nos da para poder reemplazar y ahí recién podemos reemplazar para calcular

41:50|P: Ya, entonces $f(x)$ lo puedes reemplazar por la letra y y ese grado Celsius que es la letra x . Entonces $y = f(x)$

41:57|A: Entonces este es nuestro Fahrenheit

42:01|P: Exactamente

42:06|A:) Profe ¿cómo se saca la n?

42:09|P: Al conocer un punto, reemplaza el punto, reemplaza pendiente y tiene el valor del n ¿usted me llamó?

42:31|A: No, yo no

42:32|P: Ah, usted, dígame

42:34|A: ¿Debe dar eso?

42:35|P: Correcto Claro, ese es el modelo matemático, ya con ese modelo se pueden reemplazar los valores del x y del y

42:40|A: El x y el y

42:43|P: Claro, el Fahrenheit y el Celsius

42:49|A: Ah, Fahrenheit y Celsius, pero esta fórmula sintetizaría estos dos

42:51|P: Si, porque el x corresponde a ¿Qué grados?

42:52|A: El vértice

42:56|P: Primera coordenada ¿esto está en?

42:58|A: Celsius

42:59|P: Ya y el y ¿está en?

43:00|A: Fahrenheit

43:01|P: Perfecto

43:02|A: Ah ya, muchas gracias profe

43:03|P: Ya, estamos relacionando un sistema con el otro sistema de medidas. Ya, vamos a ir planteando, la mayoría realizó grados Celsius en el eje x y grados Fahrenheit en el eje y. Entonces aquí también si hacemos una tabla voy a respetar lo mismo, indicando aquí: grados Fahrenheit y grados Celsius. Este va a representar la x y acá el y que es el $f(x)$

Ya ¿algún grupo que quiera venir a explicar el primer modelo? ¿si? Ya la mayoría tiene listo el primer problema, si quieren, para así no explicarlo yo, si ustedes están súper bien ¿quiere salir usted?

44:07|A: ¿Y si está mal?

44:09|P: No, pero si está perfecto Ya, entonces vamos a escuchar acá a sus compañeras y

44:16|A: Nos da vergüenza profe

44:18|P: No, pase no más y ahí le va a ir ayudando su compañero, así las dudas. . .

44:28|A:) Profe ¿eso es normal que quede así?

44:29|P: Si, si Sí, está caluroso acá, está el aire acondicionado, podrían abrir un poquito así las ventanas, pero dejarla junta no más, ya, haber, pongan atención

44:56|A: Pero profe, explique usted y yo hago la función

45:00|P: No, pero explique rápidamente, ya, pongan atención, que aquí su compañera nos va a explicar el planteamiento y ustedes también pueden colaborar si lo realizaron de otra forma

45:16|A: Ya, saqué delta Y, delta x , entonces usé los dos datos, nos daba que era el 32 y los 212 y yo dejé los Fahrenheit acá y los Celsius acá

45:29|P: Podemos anotar acá en la tabla los datos

45:33|A: Acá dejé el 32 y el 212 (Fahrenheit) y aquí están nuestros 0º Celsius y aquí los 100, entonces los 0º Celsius son 32º Fahrenheit. Y 100º Celsius son 212º Fahrenheit, después trazo ahí, entonces marco y ahí podemos sacar esto, entonces aquí resté los 212 – 32 y aquí para poder despejar el delta x resté los 100-0, entonces esto daba 180 y el de abajo 100, y eso nos daba la pendiente que es 1,8, y con la pendiente podíamos reemplazar y como lo hacíamos en $f(x)$ que nuestra x son los grados Celsius, reemplazábamos 1,8x $+$ en este caso es 32 el coeficiente, entonces esta era la ecuación $\Delta y = y_2 - y_1 = 212 - 32 = 180 = 1{,}8\ \Delta x\ x_2 - x_1\ 100 - 0\ 100$

47:10|P: Correcto, perfecto (alumna pregunta algo, pero el micrófono no alcanza a captar el audio, pero la alumna que diserta le explica)

47:15|A: Porque ahí es donde se intercepta x con Y, y donde hace como el corte, entonces al ver en el gráfico haciendo esto, ya sabes que 32 es tu coeficiente

47:30|P: Muy bien, ya, entonces acá obtuvo la pendiente y el coeficiente se visualizó altiro en la gráfica: 32, no hubo necesidad de calcular la parte, pero si no tuviésemos ese punto ¿cómo lo podríamos calcular?

47:52|A: Con la ecuación de la recta

47:54|P: Puede ser como vimos la clase anterior con la ecuación de la recta, pero si no sabemos la ecuación de la recta, con el modelo, sabemos qué y= pendiente $x + n$. Esta es la x, esta es la y $f(x)$, pongan atención, entonces, aquí estaba directo, estaba el 32, así que perfecto, anotamos el 32 pero si no conocemos ese 32 porque no alcanza a intersectar, a lo mejor hicieron acá grado Fahrenheit, aquí grados Celsius y queda por acá abajo ¿Cómo llegamos a ese valor? Bueno, si necesitamos calcular el n, reemplazamos un punto y la pendiente ¿Cuál sería el punto? Bueno, aquí en esta tabla también podíamos representar los valores, el x era el 0 con el 32, el 100 con el 212, x_1 y_1, x_2 yy_2, si reemplazo ese sale altero, porque si anoto aquí el 32 y el 0, pero ya, no vamos a ser tan obvios, vamos a anotar el 100 y el 212, ya, cualquier punto que conozcamos, anotamos aquí el y, entonces voy a anotar con el 2do punto, este es x_2, y_2, este es el x_1 y el y_1. Si reemplazamos aquí el y_2 entonces ya tenemos el valor de la pendiente 1,8 y conocemos el x_2 que es 100 $212 = 1,8 \cdot 100 = 180$, $212\breve{}180 = 32$ O sea que tienen varios caminos, también se podía reemplazar el 0 con 32, altero aquí daba 0 porque el n era 32, ya, como en este caso justamente graficamos el $0 - 32$, por lo tanto, era reemplazar 32, no era necesario hacer el cálculo, pero si fuese necesario esto sería una alternativa de calcular el coeficiente de posición. Aquí tenemos el coeficiente de posición, la pendiente y nos da el n. Ahora cuando planteen el problema, indicar qué significa la x en grado Celsius, la y en grados Fahrenheit, porque ahora vamos a poder contestar la letra B y la letra C. Ya, quien viene a explicar la letra B, la letra C, voluntarios. Se fijan, esta es la parte más difícil, escribir el modelo, después teniendo la función solo queda reemplazar, ya, pero cuando el modelo es lineal, teniendo dos puntos van a poder encontrar la función. Entonces ¿se podía hacer una regla de tres?

51:31|A: No

51:36|P: Parece que no, para encontrar el valor... Bueno, en la letra B se pide que, si son 80º Fahrenheit, 80, miren, por aquí son 80 y queremos saber cuál es en grados Celsius. Si hacemos una gráfica a escala, podríamos estimar cuál es su valor, aquí no está hecha a escala así que vamos a tener que usar el modelo, pero si realizamos la gráfica con papel milimetrado podremos ir estimando, buscando el valor, trazando la perpendicular en este eje, perpendicular en este otro eje y estimamos de acuerdo al rango más menos con una cierta tolerancia ¿ya? Pero como en este caso sabemos cuál es el modelo, por lo tanto, reemplazamos el 80 es él y. si sabemos que el y es igual a 80 y la pregunta es ¿Cuántos grados Celsius? El modelo 1,8x+32, si conocemos el y reemplazamos y determinamos la pre imagen y en la letra C 36º Celsius, los que corresponden al x ¿Cuál es el y? ¿Cuántos grafos Fahrenheit? Entonces reemplazar, despejar.80, el 32 resta al 80. $80 - 32$ ¿Cuánto da? Muy bien, 48 y el 48 se divide por 1,8, y el resultado es 26,6 periódico grados Celsius. Por lo tanto, la respuesta es 80º Fahrenheit equivalen a 26,6º Celsius. 36º Celsius, el y es igual al $f(x)$ entonces: $y = 1,8 \cdot 36 + 32$ ¿Cuánto da? Que ando sin calculadora

54:56|A: 64,8

54:58|P: $64,8 + 32$ ¿nos da?

55:03|A: 96,8

55:05|P: 96,8º Fahrenheit Entonces estos 80º Fahrenheit vamos a llegar a 26,6. Bueno hay que hacer la escala, el grafico y ahí nos daría exactamente y cuando es 36º Celsius, ya ahí obtenemos los 96,8º Fahrenheit ¿preguntas?

B.3. Profesora E

B.3.1. Clase 1

Esta clase se registró en los videos 8, 9, 10 y 11. La clase fue grabada el día martes 16 mayo del 2017 entre las 11:00 y 13:15.

Episodio 1: definición de función y sus características

Este episodio está registrado en el video 8: desde el minuto 00:00 hasta el minuto 33:25 y en el video 9 desde el minuto 00:00 hasta el minuto 01:46.

En este episodio, la profesora introduce una serie de conceptos: concepto de función, dominio, recorrido, imagen, pre-imagen, variable independiente y dependiente. Además explica las distintas representaciones que puede tener una función: lenguaje natural, representación algebraica, tabular, gráfica y con diagramas. Por último utiliza como ejemplo $f(x) = 3x$ para mostrar las distintas representaciones que puede tener la función.

Transcripción del episodio 1

0:23 P: Ya chiquillos, vamos a partir la clase, con funciones lineales y polinómicas, funciones polinómicas que incluyen funciones lineales y cuadráticas, ¿ya?

0:50 P: Unidad 4, funciones polinómicas, vamos a partir con el concepto de función, vamos a ver las definiciones previas, para que nosotros podamos entender que significa, pero finalmente vamos a terminar con la función matemática como debe ser ¿ya?, de a poquito.

01:24 P: A ver, no se entiende que se la aprendan de memoria, pero si que la comprendan, no se entiende ¿ya?

01:35 P: Función tiene varias definiciones parecidas, una de ellas puede ser: "es la relación entre dos variables", cuando hablamos de la palabra relación, nos referimos a la misma relación que podemos tener, relación padre hijo ¿cierto?, una relación amigos, es decir, algo que te identifica, mediante una fórmula matemática que las une.

02:33 P: La función en si, la palabra función viene de acción, una función es una acción ¿cierto?, una función es una acción. Nosotros definimos en general una función, definiendo con letras. Una función llamada conjunto A llamado dominio, en un conjunto B llamado recorrido, es función si se cumple lo siguiente.

04:17 P: y después eso mismo lo voy a escribir.

04:21 P: Si se cumple lo siguiente: para todo x perteneciente a existe un único y perteneciente a él, tal que $f(x) = y$. Esto está escrito en lenguaje natural, en palabras, solo en palabras ¿ya? Nosotros ahora lo vamos a escribir en lenguaje matemático.

05:16 P: En una función vamos a decir f va del junto A al conjunto B, el conjunto A se llama dominio, al conjunto B se le llama recorrido, si y solo si, es función si y solo si, para todo x perteneciente a A, existe un único y perteneciente a B tal que $f(x) = y$.

05:54 P: El concepto de función viene antes del concepto que se llama relación, entonces las variables en sí pueden estar relacionadas, pero, si no cumplen ciertas condiciones como las que estamos describiendo, no es función. Por lo tanto, tenemos que exigir, que todos los elementos del conjunto A tengan una imagen, vamos a escribirlo, vamos a verlo como diagrama, tomamos un conjunto A, tomamos un conjunto B, tomamos elementos en A y elementos en B, ¿ya? Y nos dice que nosotros podemos tomar un elemento del conjunto A y tiene una imagen, a este valor, al primero, se le llama preimagen. Al valor que toma esa preimagen, cuando asume la función en ese valor se le llama imagen, y este elemento puede tener la misma imagen, y este elemento puede tener imagen (señalando otra), y este elemento puede tener esta imagen (señalando otra).

07:10 P: En este caso, este diagrama es una función, todos los elementos que hay e un conjunto A, tienen una única imagen, una sola, ahora, el primer y el segundo elemento del conjunto tienen la misma imagen, pero no importa, este elemento tiene esta imagen, y este elemento tiene esta imagen, solo una, y todos los elementos tienen una sola imagen, es decir, no sobro, no sobro ninguno. ¿ya?

07:36 P: lo dijéramos con números, tengo A, tengo B, tengo valores, tengo un 2 en A, y en B un 5, tengo un 3 y hare que su imagen sea 8, tengo un 10 y diré que su imagen es 12, ¿ya? Y aquí actúa una función, entonces, tengo una preimagen 2 y de imagen de 2 en B es 5, preimagen 3 y de imagen de 3 en B es 8, preimagen 10 y de imagen de 10 en B es 12, en este caso, a cada una le corresponde una única y todos tienen una imagen, ¿ya? y distintas, no comparten una misma imagen, eso se llama función uno a uno, a cada uno le corresponde un único, ¿cierto? A cada uno de ustedes le corresponde un banco, no dos, está pensado así, ¿cierto? Aunque dejemos la mochila al lado y todo, pero es uno para ustedes, si llega alguien ¿cierto? Ocupa uno, es uno a uno.

09:00 P: En que minuto y hay otro esquema que voy a hacer, que no fuera función, mediante un esquema

09:13 A: no se entiende

09:15 P: claro, podría ser, por ejemplo, si todos hacemos esto, 1,2,3 y acá tengo 1, se puede ver primero, la relación hijo-padre, hay tres hijos que tienen un mismo padre, esa relación ¿es una función? Si, es una función, cuando los hijos tienen un padre si, todos los hijos tienen un padre biológico, ¿cierto? ahora, ¿más de un hijo puede tener el mismo padre? Si, si hiciéramos la relación a la inversa, ¿ya? Si se hicieran padre e hijo, entonces este papa tiene tres hijos, es una relación, pero no es una función, ¿cierto? No es función ¿cierto?

10:26 P: Bueno el conjunto A que nosotros decíamos los elementos que pertenecían al dominio, ¿Qué significa domino de una función? Son todos los posibles valores que puede tomar la función. ¿con quienes tengo que trabajar? ¿Qué valores puedo tomar? ¿Qué valores tienen sentido para esta función? El dominio de la función.

11:24 P: Vamos a hacer un ejercicio completo y vamos a definir bajo ese contexto cual es el dominio, cuál sería el recorrido, cual sería una preimagen, y una imagen, como definición más que nada.

11:37 P: y cuál sería el recorrido de la función, que sería el conjunto B. Recorrido de una función: entonces, ¿Qué sería el recorrido de una función, en este caso, el 5 el 9 y el 12, es decir, son los valores que resultan de evaluar en la función en la variable x, ¿si o no? ¿están de acuerdo?

12:36 P: Ahora, podemos preguntarnos, si aquí dije que este es el dominio y este el recorrido, a la variable se le suele llamar x, puede llamarse x, puede llamarse s, como quieran, pero por lo general lo denominamos x, ¿verdad? Anotamos con x el valor de la variable, tomo un 2 y se convierte en un 5 ¿verdad?, los valores de $f(x)$.

13:13 P: A ver, pero si, no importa cómo se llamarán, este es el conjunto de partida y este es el conjunto de llegada, por lo tanto, esta variable tiene un nombre en particular, se llaman variables independientes, porque nosotros tenemos que saber el valor de la variable x para poder saber el valor de la variable y, este valor depende de este valor como la variable anterior.

13:40 P: Entonces vamos a ver el concepto de variable dependiente y de variable independiente.

13:54 P: La variable independiente son los valores que toma el dominio, los cuales se evalúan en la función. Y ¿Por qué tiene ese nombre? Bueno, en la variable dependiente de nota más, ¿ya? Nosotros colocamos valores a la variable independiente, y dependiendo de ese valor que nosotros vemos, habrá un resultado en la variable y, por lo tanto, la variable y es la dependiente.

15:01 P: Variables dependientes: son los valores que toma el recorrido, y que dependen de los valores que toma x en el dominio.

15:41 P: Existen situaciones en las cuales, como por ejemplo les voy a dar, en que la situación les da la posibilidad de que nosotros podamos definir a la variable dependiente como una de ellas e independiente como la otra, y viceversa ¿ya?

15:55 P: y otras situaciones en que realmente está definido por contexto cuál de ellas es la variable dependiente y cuál es la independiente, por ejemplo: si yo voy a comprar pan, ¿ya? Una variable seria cantidad de kilos ¿Cuántos kilos de pan voy a comprar? A lo mejor compramos menos de un kilo, pero es en kilos la medida, ¿y que es lo que me van a entregar? Cuando vaya a comprar el pan, lo vendo ¿cierto? tomo el pan, la bolsita, lo peso ¿Qué me va a decir la señora que está vendiendo? ¿Qué me va a decir?

16:30 P: ¿Qué me dice ella? Me dice cuanto pesó, y en base a eso me va ¿ah?

16:38 A2: cobrar

16:39 P: me va a cobrar ¿cierto?

16:42 P: Por lo tanto, lo que me va a salir a mí, el monto a pagar, va a depender de cuantos kilos de pan yo compre ¿cierto? ¿si o no?

16:53 P: Entonces ahí es más lógico ver que nosotros tenemos más claro cuál es la variable dependiente y cuál es la independiente.

17:00 P: El precio sería la variable dependiente, y la variable independiente es cuanto yo quiero comprar. Es por eso que es sabido cuánto me cobra ¿cierto?

17:11 P: Ella no me pregunta ¿Cuánto dinero tiene? Yo le doy tanto pan, puedo tener mucho dinero, pero no necesito tanto pan, o al revés que con poquito tampoco, ella lo que va a hacer es pesar mi pan y decirme cuanto me sale ¿cierto?

17:27 P: entonces tenemos de conceptos: el dominio, el recorrido, la preimagen, la imagen de una función, qué tiene que tener para que sea realmente función, todos los elementos pertenecientes al conjunto a, el dominio, deben tener una imagen en el recorrido tal que la función pueda ser evaluada.

17:54 P: ¿que es lo que nosotros podemos hacer como ejercicio?, vamos a determinar el dominio de una función cualquiera, vamos a mirar cuales son esos valores, en general cuando son muchos o infinitos valores, nos preocupamos de los cuales no, no son los que cumplen con la condición ¿ya? Después de estos conceptos como previos, vamos a hacer un ejercicio que está en la guía de la unidad, que yo les he dicho que ojalá la puedan trabajar, que es bastante buena.

18:21 P: vamos a hacer un ejercicio, que habla sobre los litros de bencina y los kilómetros recorridos ¿ya? Si yo tengo dos variables, una variable litros de bencina, y la otra, kilómetros recorridos, podríamos decir que los kilómetros recorridos dependen de la bencina que tengo en el auto ¿cierto? ¿están de acuerdo? 18:43 P: Esa es una posibilidad, ¿al revés también podría ser? También se podría dar ¿o no? Nosotros podemos decir, yo quiero ir a tal parte, pero no me alcanza la bencina, debo tener una cantidad de bencina para poder llegar allá ¿si o no? ¿sí? Y si al revés yo digo quiero, necesito viajar tantos kilómetros entonces voy a ver cuántos litros se necesitan ¿podría ser? Podrían ser las dos instancias.

19:20 P: vamos a tomar como ejemplo, como ejemplo vamos a tomar acá, voy a escribir acá, por ejemplo, vamos a escribir una situación, ah, algo se me quedaba, otra manera, las funciones se pueden representar de por lo menos 4 maneras, las funciones se pueden representar de 4 formas, y eso vamos a verlo ahora también en el ejemplo.

20:10 P: las cuatro formas son una: lenguaje natural, le decimos lenguajes porque es como nos comunicamos nosotros, como comunicamos el ejercicio, puede ser lenguaje algebraico, lenguaje tabla, es decir yo les muestro una tabla y ustedes puedan generar otro tipo de lenguaje, lenguaje tabla y lenguaje gráfico.

21:05 P: voy a hacer un hincapié acá en el lenguaje gráfico, si nosotros nos fijamos cuando yo tenía este sistema, yo tengo acá una variable y se le asocia un valor ¿ya?, esa manera de representarlo que es mediante un esquema, nosotros lo podríamos representar la función mediante pares ordenados ¿si o no? Entonces nosotros podemos representar la función por pares ordenados.

21:46 P: ya, tenemos, ¿Qué tengo aquí? Ahora se podrá representar una función que tenga sentido, si tengo 2 vamos a hacer que sea 6, si pongo 5 voy a hacer que sea 15, si pongo 7 voy a hacer que sea 21, y esta va a ser conjunto A y este va a ser conjunto B, y aquí una función. Pensé en algo matemático que hacía que fuera 15, ¿ustedes me podrían decir que es lo que hice para convertir el 2 en 6? ¿Qué hice?

22:20 A3: lo multiplico por 3.

22:22 P: lo multipliqué por 3. Tome un número 2 y lo multiplique por 3 ¿cierto? El 2 se convirtió en un 6, tome el 5 y se convirtió en un 15, por lo tanto, 5 por 3 y tome el 7 lo multipliqué por 3 y se convirtió en un 21. Podría decir que esta función lo que hace es tomar un valor x y lo multiplica por 3 ($f(x) = 3x$) ¿ya? Ese seria para nosotros el lenguaje algebraico, escribiendo de esta manera es lenguaje algebraico.

22:58 P: Ahora, recuerden que dijimos, que yo tomo un elemento en x y lo transformo en un elemento en y, tomo un valor en el conjunto A, evalúo la función en $f(x) = y$, por lo tanto, también podemos decir que esto es igual a y ¿cierto? ¿qué significa eso? Si yo, aquí tengo un diagrama, aquí lo escribí como lenguaje algebraico, este es lenguaje algebraico, y por otro lado, yo puedo hacer una tablita, pongo aquí la x, aquí la y, y por otro lado voy a poner el punto (x, y), entonces, voy a tomar el 2, y se transforma en un 6, pero esto genero el punto $(2, 6)$.

23:57 P: yo tomo una tabla y voy a crear pares ordenados, voy a tomar el 5, se transforma en un 15, y genera el punto $(5, 15)$, tomo el 7 que se transforma en un 21 y genera el par ordenado $(7, 21)$, por lo tanto, ahora tengo una tabla.

24:21 P: y de esa tabla ¿puedo graficar? ¿puedo llevar esa tabla a un gráfico? Si ¿no cierto? Porque al evaluar la función, obtengo pares ordenados, y estos pares ordenados nos da la posibilidad de definir con pares ordenados un punto, entonces, en el sistema de coordenadas cartesianas ¿ya? Nosotros tenemos la intersección, siendo perpendicular el eje x y el eje y.

25:30 P: al eje y se le llama el eje de las abscisas ¿cierto?

25:32 A: sí

25:36 P: Y el eje y eje de las ordenadas. Al punto de intersección se le llama origen $(0, 0)$ es el origen ¿sí? Y está ubicado ¿Dónde? En el punto $(0, 0)$, en el punto $(0, 0)$. Este sistema de coordenadas creo la división del plano en cuatro partes, que nosotros le vamos a llamar cuadrante, entonces este va a ser el cuadrante 1, el cuadrante 2, el cuadrante 3, y el cuadrante 4. ¿ya?

26:58 P: ¿ustedes lo hubieran anotado de esa manera? 1,2,3,4 o lo hubieran hecho hacia el otro lado?

27:01 A4: otro lado.

27:04 P: quizás hacia el otro lado, ¿verdad?

27:06 P: esto es antihorario, el reloj es hacia allá, nosotros lo hacemos antihorario. Entonces así está bien.

27:15 P: acá, de aquí para acá todos los positivos del eje x, de aquí para acá, todos los negativos del eje x, aquí nosotros vemos el dominio, cuando veamos un dibujito de la función, nosotros vamos a explicar el dominio en el eje x, y cuando veamos el recorrido, es el eje y, y los valores que toma en el eje y ¿ya? Por ejemplo, sabemos que en general la primera coordenada, el primer par ordenado es el que toma x, el primer valor es la variable independiente, el segundo valor del par ordenado es la variable del eje y, la variable dependiente ¿cierto?

27:58 P: Entonces, ¿qué pasa con eso? (mostrando cuadrantes) acá la variable independiente siempre es positiva y acá la dependiente también es positiva. Acá, la variable independiente es negativa y la dependiente positiva, acá negativa y negativa, y acá positiva y negativa.

28:22 P: Esos son los valores que toman.

28:24 P: por lo tanto, nosotros cuando tenemos ese par, ese par ordenado lo podemos graficar, entonces decimos que el sistema de coordenadas XY, si nosotros miramos un punto cualquiera, un punto P, nosotros vamos a hacer una recta paralela al eje y, y perpendicular al eje x. y vamos a decir que esta es la posición del punto de la coordenada x del punto P, y una recta paralela al eje x y perpendicular al eje y, y vamos a decir que esa va a ser la coordenada del punto P en el eje y, por lo tanto, este punto lo determinamos como $P(x_1, y_1)$ o sencillamente, solamente como (x_1, y_1), ese es el punto.

29:32 P: por lo tanto, la tabla que tenemos acá, va a generar una gráfica, de esta tabla yo puedo tomar una gráfica. Como la gráfica va a ser una función lineal, se dice que la representación de ella es una recta, yo sé que la representación de la gráfica es una recta, sé de antes que por dos puntos pasa una única recta, no es necesario graficar 10 puntos, unimos 2 puntos y vamos a hacer una recta.

30:15 P: ahora ¿qué es lo interesante de esto? Ojalá nosotros cuando tengamos que dibujar una recta, miremos los ejes coordenados, donde la recta curva a los ejes coordenados ¿ya? Porque es más fácil, entonces, vemos la intersección con el eje y de la recta y con el eje x de la recta, donde interceptan al plano cartesiano ¿ya?

30:40 P: entonces, si graficamos esto que tenemos acá, voy a tomar dos puntos solamente, el punto $(2,6)$ y $(5,15)$, ahora ¿que es lo otro? Normalmente nosotros hacemos los gráficos, que no necesariamente seguimos la misma escala, para el eje x, por ejemplo, seguimos de 1 en 1, y para el eje y de 10 en 10 o de 20 en 20, porque si no va a faltar espacio para poder hacer el ejercicio ¿no cierto? Así que por ejemplo en este caso, como tengo el 2 y el 6, los valores de y son mayores, voy a hacer más chiquitito acá, 1,2, pero ahora el 6 lo voy a colocar como por acá, por ejemplo, y por aquí el 15 que no están en la misma escala, 2 y 6, en el eje x está el 2, en el eje y el 6, y después 5 y 15, en el eje x está el 5, en el eje y el 15, entonces 2,3,4,5, y el 15. Como sé que es una recta, sé que con esos dos puntos, paso una línea, y tengo la gráfica de la función.

32:09 P: Entonces lo unimos, y tengo la recta, y sigue ahí, es una recta ¿ya? Entonces ahí está el punto $(2,6)$ y el punto $(5,15)$. O también podría ser, que el punto $(2,6)$ es igual el punto $(2,f(2))$ ¿cierto? La coordenada en x es el punto 2, y la coordenada en y es la función evaluada en ese punto.

32:54 P: entonces, que diría cuando no manejo el lenguaje natural propiamente, porque dije que a un número se le multiplicaba por tres, si yo hubiera dicho con palabras si a un valor se lo triplicas, nosotros hubiéramos podido entender cómo va a escribir la expresión en el lenguaje algebraico y si tenemos la tablita, tomamos los datos de la tabla, lo llevamos a un sistema cartesiano.

00:00 P: y lo pudimos graficar ¿ya? En si, llevamos los puntos.

00:07 P: si nosotros tuviéramos una gráfica, cuando yo digo graficar idealmente nosotros queremos que grafiquen acorde con los ejes coordenados ¿ya?, voy a dar un ejemplo de una gráfica que nos dice eso.

00:33 A: ¿Profe?

00:34 P: ¿sí?

00:38 A: ¿Por qué dijo 6 es igual a 2?

00:40 P: a $f(2)$, porque resulta que esto es igual a 2, este es un conjunto x, recuerda que tenemos aquí un conjunto A, tengo un conjunto B, a 2 le corresponde el 6, pero ¿Por qué es 6? Porque es $f(2)$, $f(2)$, entonces podemos reemplazar el 6, y podemos escribir $f(2)$, y ¿Qué es $f(2)$? Es igual a 3 por 2. Y eso daba 6. Por lo tanto, es similar, lo mismo. ¿ya?

01:25 P: vamos a ver como yo puedo graficar, bueno en este caso la función lineal, no la definimos bien exactamente, pero como yo puedo graficar en ejes coordenados, como la recta corta los ejes coordenados.

Episodio 2: ejemplo sobre la función $f(x) = 4x - 1$

Este episodio está registrado en el video 8: desde el minuto 01:47 hasta el minuto 09:02.

En este episodio la profesora pide el gráfico de la función $f(x) = 4x - 1$. La profesora utiliza dos estrategias. En la primera calcula la imagen de varios valores y construye una tabla de valores y en la segunda calcula las intersección entre la gráfica de la función y los ejes.

Transcripción del episodio 2

01:47 P: Sea, es un ejemplo, $f(x) = 4x - 1$, ¿ya? Yo quiero graficar la recta, pero no quiero poner $f(30)$, $f(10)$, $f(1000)$, ¿cierto? ¿Qué valores puede tomar x? ¿Qué valores puede tomar x? ¿hay algún puede tomar no de su...? ¿puede ser 0? 4 por 0, 0, -1 es -1, si puede ser 0, ¿puede ser un número negativo? ¿puede ser un decimal? Va a depender del valor ¿cierto? el resultado depende del valor que tú quieras colocarle a x, entonces, si nosotros dijéramos evalúenlo en el punto que ustedes quieran, verían que cada uno tendría un punto distinto ¿verdad? ¿En que número le gustaría evaluarlo? Cualquier número, en el cinco, f (5) da ¿Cuánto? ¿Que número dirías?

03:04 A2: 8

03:05 P: 8, $f(5)$ igual, $f(8)$ igual, Hans, ¿Qué número darías? El número que tú quieras.

03:22 A3: EL 7

03:23 P: El 7, $f(7)$, resuélvanlo a ver

03:42 P: Javiera, Javiera...

03:49 P: Evaluamos la función, y me da 4 por 5 menos 1

03:56 A4: 19

03:58 P: Da 19, gracias, 19, eh 4 por 8 menos 1, me da 31, 4 por 7 menos 1 ¿cuánto da? 27, bueno y así seguiríamos eternamente, porque cada uno quisiera probar otro valor, ¿sí o no? ¿están de acuerdo? Pero lo que yo quiero ver es, porque con estos números, ¿Qué puntos tengo? Tengo x, tengo y, tengo el 5, el 19, eso significa el punto $(5, 19)$, tengo el punto $(8, 31)$ ¿cierto? y tengo el 7, imagen, pre-imagen, 27, y da el punto entonces par ordenado $(7, 27)$ si yo quiero colocar un 100, no hay problema colocamos un 100, pero vamos a ver como lo podemos hacer más practico en el sistema coordenado, es decir, que la recta o la gráfica, que valores toma cuando intersecta el eje x y que valores toma cuando intersecta el eje y.

05:23 P: A raíz de eso nosotros reflejamos en una x, una y, voy a poner el punto (x, y), y voy a colocar siempre así, voy a decir, como en este caso todavía no estamos hablando de funciones lineales, voy a colocar 0 y 0, en una función y sus características generales, 0 y 0, es decir, si yo evalúo la función en el punto 0, ¿Cuánto vale y? ¿Cuánto va a dar? Es 4por 0 menos 1, y eso da -1. Por lo tanto, la respuesta es -1. ¿íi o no? Es ese punto.

06:05 P: ahora, cuando y vale cero, yo ya se la imagen, se cuánto vale la imagen, debo saber cuál es el valor que tomo y para poder tener esa imagen ¿cierto? Entonces digo, tengo el 4 por -1, esa es mi función y igualo a 0, por lo tanto, despejo, una ecuación de primer grado, acabamos de ver y determinar las ecuaciones de primer grado ¿cierto?

06:32 P: despejamos el valor, ¿Qué valor encontraron de x? ¿Cuánto valdrá? 1 positivo y, ¿ya? Entonces queda 1/4 y entonces el punto sería $(1/4, 0)$ ... sistema de coordenadas

07:04: Entonces, gráfico, así, y tomamos un punto, $(0, -1)$, x vale 0, y vale -1, ¿dónde sería? ¿acá? ¿Dónde?

07:23 A3: Ahí

07:25 P: ¿por aquí? -1 ¿cierto? Y ese sería el punto $(0, -1)$, y con respecto a y, cuando y vale 0, x vale $1/4$, entonces ¿$1/4$ cuánto será? ¿por ahí será? ¿algo así? Quedo muy chiquitito, ahí están los dos puntitos y ¿que hacemos ahora? Trazamos una recta ¿cierto? Y entonces vamos a trazar, esa es la función $f(x) = 4x - 1$, pero yo cuando la grafique me intereso saber estos puntos en la recta donde interceptaba al eje x y donde interceptaba al eje y, para eso hicimos 0 acá y 0 allá. Entonces tenemos la expresión que nosotros podemos llegar a revisar.

Episodio 3: ejercicio 1 de guía sobre la función afín

Este episodio está registrado en el video 9: desde el minuto 01:47 hasta el minuto 09:02.

En este episodio, la profesora entrega una guía con 4 preguntas, de la cual comienza resolviendo la primera tarea. En esta tarea el enunciado es el siguiente:

Dada la tabla:

x	f(x) = 3x − 5
A	−11
B	−4

considerando que f es una función real, entonces el valor de A + B es:

Figura B.1: Enunciado pregunta 1 extraído de la guía entregada por la profesora

La profesora plantea dos ecuaciones para encontrar A y B, para luego sumar estos valores.

Transcripción del episodio 2

09:03 P: Veamos si han comprendido lo que hemos visto hasta ahora ¿ya?, vamos a revisar esta guía, revísenla, coméntenla con sus compañeros, traten de hacerla, inténtenlo.

Si no la pueden hacer significa que no entendieron mi clase. Claro, porque son los mismos conceptos que acabamos de ver.

10:35 P: Vamos a ir en orden para que así me organice, en esa parte dada la tabla, nos dan una tabla, x y $f(x)$ y nos dan la expresión. ¿Cómo sería eso? dieron el lenguaje algebraico por un lado y por otro lado dieron una tablita. Y dice $f(x) = 3x - 5$. Considerando que f es una función real, entonces ¿el valor de $A + B$ es?

11:43 P: ya el número 1, pasemos al número 1 para que vayamos trabajando de manera, en orden.

12:17 P: ¿sí? 12:27 P: ¿Qué debemos resolver para encontrar la pregunta número 1? ¿que debemos encontrar para encontrar A? ¿para encontrar B? encontrar el valor A y encontrar el valor de B.

14:07 P: Los valores de x, los valores de y.

15:28 P: Número 1, tenemos una tabla, x, $f(x) = 3x - 5$, $A = -11$, $B = -4$

16:11 P: y ¿cómo saco el valor real?

16:15 A4: En vez del x, poner A en vez de x, puso un A ¿sí? ¿eso? ¿quieres hacerlo? ¿no? Ya, yo lo hago, pero usted me ayuda. Dígame ¿Qué pongo? ¿$f(a)$?

16:31 A4: Sí

16:33 P: ¿que coloco ahora entonces?

16:39 A4: $3A - 5$

16:44 P: $3A - 5 = -11$

16:50 A4: Sí

16:55 P: El eje de A es -11, este es el eje x, este es el eje y, ¿está bien? Este es x, el dominio, y este es el recorrido, por lo tanto, la función evaluada en el segundo, me va a dar resultado -11. Entonces despejamos a, es una ecuación sencilla ¿cierto? Entonces ahora vuelva a hacerlo, saque cuánto vale a, ¿cuánto vale B?, y así sabremos cuánto vale $A + B$.

17:32 P: Veamos cuánto vale a + b, si encuentro el valor de, encuentro el valor de b, ¿Cuánto vale a? ¿Qué valor evaluó la función que dio -11? ¿Qué valor tomo para b que dio -4? Evaluada con esta función, nos dieron la forma algebraica.

17:57 P: Tenemos la parte algebraica, ¿cierto? El lenguaje algebraico, no tenemos que definir la función, ya está dada.

18:11 P: ¿alguien encontró el valor de A?

18:13 Alumnos: -2

18:14 P: ¿-2 les dio?

18:16 Alumnos: Sí

18:17 P: ¿pasaron sumando y todo eso?... ya.

18:20 A4: Me quedaría $3A$.

18:22 P: $3A$ es $-11 + 5$

18:28 A4: Queda -11

18:29 P: -6 , **18:33 A4:** Ahí a es -6/3

18:35 P: Ya ¿Cuánto da?

18:37 A4: -2

18:40 P: De la misma forma que sacaron a ¿Cuánto vale $A+B$?

18:46 P: encontramos a ¿sí?

19:08 P: A y B son los valores de x, son los valores de la función, por lo tanto, mi incógnita es la letra A y la letra b, el -11 es el resultado de evaluar el valor de la variable. Por lo tanto, el -11 es la imagen de a que ahora supimos que era -2.

19:32 P: Lo podemos comprobar, es decir si yo me hago una tabla, x, $f(x) = 3x - 5$, coloco un -2 y decimos $f(-2) = 3 \cdot (-2) - 5$ eso da $-6 - 5$, y es -11. Porque viéndolo como par ordenado, que es como nosotros lo teníamos, tengo el punto (a, b) -11, por lo tanto, el -11 era la imagen, el valor que resulta de evaluar la función en el valor de a, que no sabemos cuánto era.

20:30 P: ¿Cuánto va a dar B?

20:40 P: ¿cuánto te dio? ¿1/3?... ¿Cuánto dio?

20:58 P: ¿3? Da 3

21:28 P: -5... ya veamos cuanto da. $f(b) = 3b - 5 = -4$ ¿están de acuerdo?

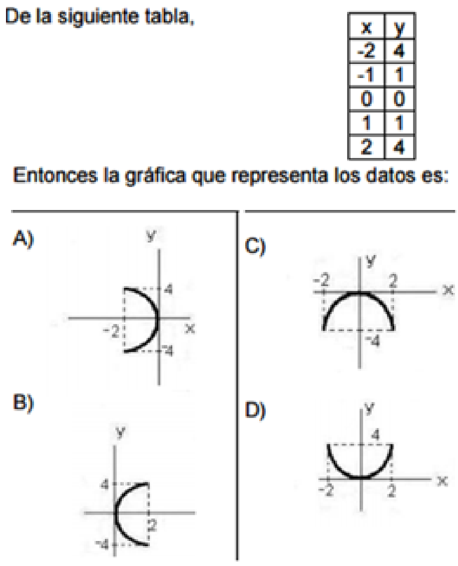
21:41 Alumnos: sí

21:44 P: Va a quedar, $3B = -4 + 5$ entonces $3B = 1$, $B = 1/3$. ¿y que nos piden? Nos piden $A + B$, entonces $A + B$, y eso sería $-2 + 1/3$, mínimo común múltiplo 3, $-6 + 1$, $-5/3$. ¿sí?

Episodio 4: ejercicio 2 de guía sobre la función afín

Este episodio está registrado en el video 9: desde el minuto 22:36 hasta el minuto 26:01.

En este episodio, la profesora trabaja sobre la siguiente tarea:


De la siguiente tabla,

x	y
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

Entonces la gráfica que representa los datos es:

A) B) C) D)

Figura B.2: Enunciado pregunta 2 extraído de la guía entregada por la profesora

Para resolver la tarea, la profesora comienza a ubicar cada uno de los pares ordenadados en los gráficos para saber a cuáles pertenecen.

Transcripción del episodio 4

22:36 P: La pregunta 2, ¿Qué dice la pregunta 2? Ah dice, dada la siguiente tabla, ¿cuál será la gráfica? ¿Cuántos puntitos nos dieron? 1, 2, 3, 4, 5, tendríamos que ir chequeando, algo así ¿o no? ¿Cómo lo harían?

23:15 P: ¿Qué alternativa piensan ustedes?

23:16 Alumnos: la b

23:17 P: La b. Veamos. El punto (-2,4) ¿pertenece al gráfico a?

23:31 A5: Sí 23:32 P: (2,4), si. Entonces a, b, c, d. ¿este punto si pertenece al gráfico a? Sí. A la alternativa b, ¿pertenece el $(-2, 4)$? ¿el $(-2, 4)$? No. Ustedes pueden elegir el procedimiento que ustedes quieran, en la C, el $(-2, 4)$ ¿está? Tampoco. Tampoco está ¿o sí? ¿está? No. En la alternativa d, ¿está el $(-2, 4)$?

24:20 A4: Sí.

24:22 P: ¿sí? ¿sí está? El $(-2, 4)$ ¿está? En la alternativa d.

24:30 A4: Sí.

24:40 P: Sí, está. Está en dos valores, descartamos 2, ¿sí? En la b y en la c, no está. Ya, $(-1, 1)$, el $(-1, 1)$, ¿puede ser la a? ¿puede ser?

25:06 A6: a, sí.

25:07 P: si, si puede ser. ¿en la d? $(-1, 1)$, sí, también puede ser. Ya, el $(0, 0)$, ¿está en la a? Sí. ¿y en la d? También. El (1,1), el (1,1) solamente en el d.

25:38 A4: Sí

25:40 P: ¿De acuerdo? Por lo tanto, alternativa d.

Episodio 5: ejercicio 3 de guía sobre la función afín

Este episodio está registrado en el video 9: desde el minuto 26:02 hasta el minuto 32:19. En este episodio, la profesora trabaja sobre la siguiente tarea:

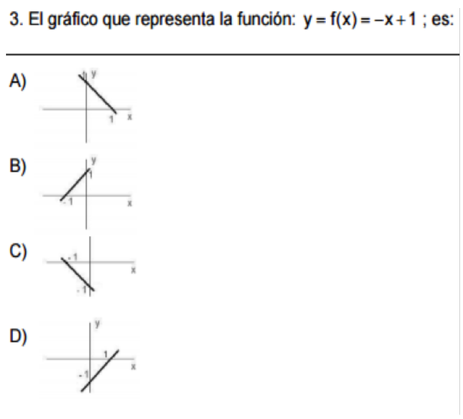


Figura B.3: Enunciado pregunta 3 extraído de la guía entregada por la profesora

Para resolver la tarea, realiza un estudio analítico de la función $f(x) = -x + 1$. Específicamente busca los puntos de interesección entre la gráfica de la función y los ejes del plano cartesiano. Luego de esto traza la gráfica para identificar el gráfico que corresponde dentro de las alternativas.

Transcripción del episodio 5

26:02 P: La número 3. Les acabo de explicar, tengo la función y necesito saber en esa función, en qué puntos intercepta al eje de las coordenadas x, y el eje y. en qué punto, ¿Cómo deberíamos hacerlo? ¿Cómo deberíamos hacerlo? ¿Qué es lo que les había explicado yo recién? La tablita, ¿sí? La tablita un 0 para las x, y un 0 para las y. ¿sí o no?

26:57 P: Esta es la número 3. Esa es la número 2, comprobando ¿verdad? Y en la número 3 tenemos la función, tengo x, y tengo $f(x) = -x+1$, ¿Qué valor debemos colocar para saber dónde interceptan los ejes coordenados? ¿Qué valores vamos a colocar? ¿qué siempre vamos a poner? El cero, en las x, y el cero en las y. vamos, evalúen. Para encontrar dos puntos y esos puntos tienen que identificarse en el gráfico.

27:57 P: Ya, vamos.

28:20 P: ¿Lo encontró? 1, bien con el $f(0)$ da 1. Entonces $f(0) = -0 + 1$ y eso da 1. Por lo tanto, ¿Qué punto tenemos?, el punto $(0, 1)$ Ahora necesitamos que valor toma x cuando y es 0 ¿Cuánto será?

29:06 A7: 1

29:08 P: ¿1? ¿da 1? ¿sí? ¿sí, da 1?

29:22 P: ¿Le dio 1 entonces? No le da 1.

29:30 P: ¿Almendra? 29:32 P: ¿Maximiliano? ¿Cuánto te dio?

29:35 A8: no sé.

29:37 P: ¿no sabe?

29:45 P: la mayoría me está mirando, tiene que trabajar. Si ya se la ecuación.

30:10 P: ¿le dio 1? Le dio 1. Si. $-x+1=0$, que hacemos con la x, la pasamos, más fácil, más rápido, por lo tanto, dio 1, entonces dio al revés, está $(0,1)$ y está $(1,0)$, ¿en cuál de esos gráficos usted tiene esos dos puntos? Con su buena vista, porque esta chiquitito el gráfico, con su muy buena vista ¿qué alternativa tiene esa opción?

30:45 A4: la a

30:47 P: ¿la letra a? ¿están de acuerdo?

30:49 Alumnos: si

30:54 P: ya. El punto $(1,0)$ y el punto $(0,1)$. ¿alternativa a? ¿todos de acuerdo?

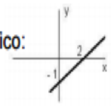
31:07 A8: no

31:08 P: ¿no? Entonces vamos a graficarlo. Eje x, eje y, el punto $(0,1)$ x vale 0 y vale 1, entonces sería por ahí, el punto $(0,1)$ ¿está bien? Y el punto $(1,0)$ aquí ¿está bien o no? Esos son los puntos que me dieron, yo no quería ver el gráfico, quería graficarlo sólo, no es necesario verlo, yo prefiero hacerlo. Y luego está la recta que une los puntos, y esta es la recta $f(x)=-x+1$, ¿de acuerdo?

Episodio 6: ejercicio 4 de guía sobre la función afín

Este episodio está registrado en el video 9: desde el minuto 32:20 hasta el minuto 33:25 y en el video 10 desde el minuto 00:00 hasta el minuto 01:56.

En este episodio, la profesora trabaja sobre la siguiente tarea:

4. El gráfico:  ; corresponde a la tabla:

A)

x	y
−1	2
0	0

B)

x	y
0	2
−1	0

C)

x	y
0	−1
2	0

D)

x	y
2	−1
0	0

Figura B.4: Enunciado pregunta 4 extraído de la guía entregada por la profesora

Para resolver la tarea, la profesora identifica los puntos de intersección entre la gráfica de la función y los ejes del plano cartesiano y luego verifica cuál es la tabla de valores que la contiene.

Transcripción del episodio 6

32:20 P: Número 4, lo mismo, esta es más fácil, porque ya me dieron los puntos, ¿o estaba difícil? ¿la hicieron? La número 4.

32:33 A6: Es la b.

32:37 P: la 4. ¿hizo el 5 ya? Muy bien

00:07 P: ¿Estamos listos con el 3 y el 4? ¿Está listo chicas? ¿Si?

00:15 A: Si, estamos por terminar

00:16 P: ¿Si? Tienen que poner los puntos en el número 4 Constanza ¿Qué decía? ¿En qué se fijó?

01:11 A: Ah, en el valor de Y, en los valores 01:12 P: En los valores que toman en este punto ¿Qué son los valores que tomamos en este punto? (Alumnos conversando)

01:21 P:$(0, -1)$ ¿y este punto?

01:25 A1: $(0, 2)$

01:26 A2: $(2, 0)$ (Alumnos discutiendo por el resultado)

01:27 P: ¿Cuánto hay aquí?

01:32 A: 2

01:33 P: 2 ¿Cuánto me da aquí?

01:34 A: 0

01:36 P: Y entonces ¿Qué es lo que hicimos? Juntamos en esa tabla los puntos ¿sí? Entonces ¿cuál alternativa es?

01:46 A: la C

01:47 P: La C dice $(0, -1)$ y $(2, 0)$ ¿están de acuerdo? ¿alguien no está de acuerdo?

Episodio 7: ejercicio 5 de guía sobre la función afín

Este episodio está registrado en el video 10: desde el minuto 01:57 hasta el minuto 07:12.

En este episodio, la profesora trabaja sobre la siguiente tarea:

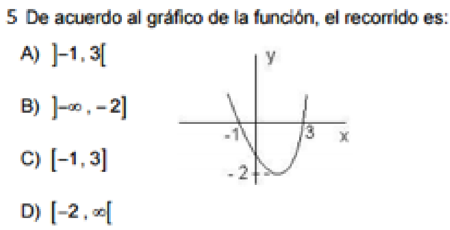


Figura B.5: Enunciado pregunta 4 extraído de la guía entregada por la profesora

Para resolver la tarea, la profesora hace una relación entre el recorrido y las imágenes de la función en el eje y, a partir de esto, identifica el vértice y escribe la solución como un intervalo.

Transcripción del episodio 7

01:57 P: En la nº 5 dice: De acuerdo al gráfico de la función, el recorrido es... Antes de contestar eso, tenemos que pensar qué es recorrido ¿Quiénes conforman el recorrido en una función? ¿Los valores que toma x o los valores que toma y? Y si vuelven a leer el cuaderno ¿Cuál valor es? (Voces de Alumnos confusas)

02:47 P: Los valores que serían ¿los x o los y?

02:56 A: Los y

02:57 P: Los y. Entonces en qué se fijan gráficamente para encontrar ¿Cuáles son los valores que puede tomar y? que toma en esas funciones, en el eje y. Y nuestra función era algo así, más o menos y tiene valor -1 y aquí dice que es el punto -2 y aquí ha un 3.

¿Qué valores van a escribir en esta gráfica? ¿Qué valores? ¿Desde dónde hasta dónde? Desde -2 si tomo entre el -1 y el 3, me estoy fijando en el eje x ¿sí o no? ¿si? Entonces debo tomar el eje y ¿desde dónde hasta dónde? ¿desde dónde?

04:21 A: Desde el 2 al infinito 04:27 P: ¿Desde el infinito al -2?

04:30 P: ¿Del -2 al infinito? Bueno, tenemos que ver la recta numérica, En la recta numérica tengo un 0 y ubico el -1 y -2 ¿hacia la izquierda o hacia la derecha? ¿hacia la?

04:51 A: Derecha

04:52 P: ¿Y quiénes están hacia la derecha? Los positivos y hacia acá de la recta numérica, el infinito negativo, por lo tanto, mirando solamente como los números reales toman el -2, que está incluido y de ahí para adelante lo tomamos y lo rayamos y ¿Cómo nos quedó ese intervalo? Como tomé el -2, cerrado, ¿cierto? -2 e incluido positivo abierto, el infinito siempre es abierto, por lo tanto, podemos decir que es abierto ¿se entiende esto? ¿si? ¿más o menos?

06:09 P: Ya, ahora vamos al ejercicio 6, que no está ahí en la guía, la pregunta es la siguiente ¿es función?

06:31 A: Profe, eso es x, y y el infinito

06:38 P: No, solamente los valores que toma el eje y. No, no, no, son los valores que puede tomar el eje y, la gráfica, el dibujo de ella puede tomar el valor de -2 y se puede ir hacia allá, infinito, infinito, por lo tanto, toma de -2, -1, el 0, etcétera, etcétera y eso lo podemos graficar.

Episodio 8: ejercicio 6

Este episodio está registrado en el video 10: desde el minuto 07:13 hasta el minuto 13:12.

En este episodio, la profesora trabaja sobre una tarea que ya no está en la guía y que al parecer improvisa en ese momento, el enunciado de la tarea es:

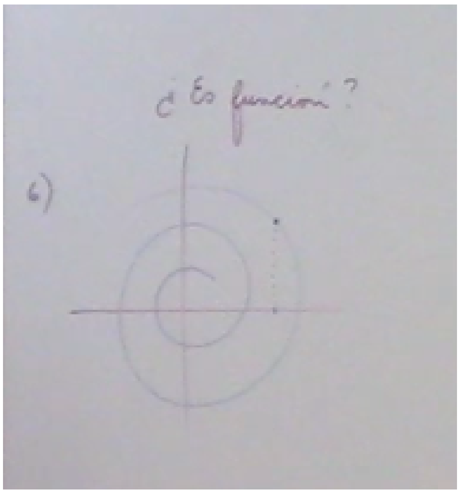


Figura B.6: Enunciado pregunta 6

Para resolver la tarea, la profesora pide revisar la definición de función y utiliza la "regla de la línea vertical" para mostrar que una pre-imagen tiene más de una imagen. La profesora usa diagramas para explicar y a partir de las preguntas de los estudiantes, se discute sobre la función constante.

Transcripción del episodio 8

07:13 P: La pregunta es ¿es esto una función? ¿esa es una función? (grafica una espiral en la pizarra)

07:20 A: No **07:21 P:** No ¿por qué? ¿sí o no y por qué?

07:32 A: Porque no tiene puntos fijos entre si

07:33 P: No tiene puntos fijos entre sí, por lo que eso significa que si yo pongo un valor acá y le corresponda a un valor allá ¿ese? ¿no? (Alumnos conversando por sobre la voz de la Profesora)

07:46 P: Entonces ¿Cuál podría ser otra posibilidad

07:48 A1: La regla de la función es que son paralelas, tienen que tener un punto de partida y cómo se están girando no tienen un punto de salida

08:06 P: Pero yo solo mirando eso puedo darme cuenta si es una función o no, puedo darme más o menos cuenta, pero puedo darme cuenta si cumple o no con los criterios de la función

08:25 P: Recuerden para saber si es función ¿Cuál es la definición de función?

08:38 A: La relación entre dos variables mediante… Tienen que haber dos puntos, habiendo dominio y recorrido, existiendo eso ya se cumple que sea una función

08:47 P: Si, pero para que se cumpla, exactamente, tenía 2 condiciones ¿Cuáles eran? (Alumnos conversando)

08:58 P: En el eje x en el eje y, pero recuerden la otra que si llega a ser falta, todos los ¿qué decían? Todos los…

09:10 A: Para todo x (conversaciones cruzadas)

09:24 P: Para todo x, para todos los x, tienen un único y en el recorrido para que x sea igual a y ¿acá se cumple eso? ¿todos los x tienen un único y?

09:35 A: No

09:36 P: ¿Cómo lo demuestro

09:38 A: Porque Y se repite. Porque Y se repite 3 veces

09:50 P: Da lo mismo x, entonces tomo un valor ¿cierto? Un x_1, tomo otro, otro, otro, derecho así, bien derechito, ¿en cuántos valores queda?

10:07 A: En 4

10:09 P: Es decir, un x tiene un, dos, tres, cuatro ¿cierto? ¿entonces quien prima acá? ¿Quién es más importante? Más allá del dibujo que nos puedan hacer, como éste, como una parábola inclinada, como una recta, función cúbica, etcétera. Pueden ser muchos dibujos, pero lo que yo debería ver es que toda la trayectoria desde aquí, yo trazo una recta paralela al eje Y, y siempre me va a topar en un solo punto. Aquí esta función tiene algo particular, esta función, de aquí para acá es creciente y de aquí para allá es decreciente. Entonces una función puede ser creciente y decreciente a la vez o puede ser solo creciente/decreciente para graficar la función ¿ya? Voy a tomar ahora el ejercicio que tienen en la guía, completo, un ejercicio completo, voy a decirlo en lenguaje naturak.

11:23 A: Profe ¿entonces esa era función o no?

11:24 P: No, no lo es, porque uno, dos, tres, cuatro, porque este x tiene cuatro y, porque esta pre imagen tiene cuatro imágenes, no es función.

11:43 A: ¿Y si fueran tres equis?

11:46 P: Ahí sí sería, si tengo cuatro equis y una sola y, acuérdense padre e hijo.

11:54 A: ¿Cómo se llamaría ese ejemplo?

11:59 P: Acá están los hijos (x) y acá está el padre (y), que estén cuatro equis y una y, es la función constante, por ejemplo, la función constante tiene infinitos, infinitos, por ejemplo, ahora lo vamos a detallar: $f(x) = 5$ ¿y cuánto es $f(1)$?

12:28 A: 5

12.29 P: 5, porque no depende del valor de x, siempre es 5, $f(2) = 5$ porque no hay x, ya, entonces ¿Cómo gráfico eso? ¿Cómo lo graficamos?

12:51 A: $x = 1$ y $y = 5$; $x = 2$ y el cinco

13:00 P: El 3 y el 5; -1 y el 5; -2 y el 5 y finalmente me voy derechito, algo así y me da función $f(x) = 5$ aprovechando que lo pasé, esto se llama función constante, siempre es el mismo valor $f(x) = k$.

episodio 9: Definición de función constante, creciente y decreciente

Este episodio está registrado en el video 10: desde el minuto 13:13 hasta el minuto 24:24.

En este episodio, la profesora define la función constante, además define lo que es una función creciente y decreciente. Muestra un ejemplo para cada tipo en el que utiliza funciones afínes.

Transcripción del episodio 9

13:13 P: Función constante $f(x) = k$, k es una constante y k termina siendo cualquier valor real, puede ser un decimal, un entero, un entero negativo, un irracional, puede ser lo que sea y ¿Cómo se grafica esta función? Tenemos un eje x y un eje y, y colocamos en algún valor la letra k y hacemos una recta paralela al eje x, donde puede dar infinitos constantes, infinitas posibilidades

13:42 P: Bueno, aquí vamos a ver la definición de función creciente. Sea a perteneciente al dominio $(Dom f(x)$ y b también perteneciente al dominio $Dom f(x)$, si $a < b$, entonces $f(a) < f(b)$, esa es la definición para que sea más claro. Tomo dos valores de dominio, uno menor que el otro y la función dice que ese valor debe ser menor que la función evaluada en el segundo valor. Por ejemplo, Si $f(x) = 3x + 2$ ¿Cuál sería el dominio de esta función? $Dom f(x)$ Ahí tengo el valor, después nosotros vamos ver los ejercicios de restringir un dominio, hay valores que no podemos tomar, nos preguntamos siempre cuando vemos un dominio si puede tomar todos los valores, si hay un valor que no exista y entonces cuando detallamos decimos: todos los reales menos ese que no sirve. En este caso ¿hay un valor que no pueda tomar x? ¿x puede ser negativo? ¿x puede ser 0? ¿x puede ser decimal? ¿puede ser decimal x? ¿puedo poner $x = 0,5$ o un $3,6$?

16:50 A: si

16:51 P: ¿Pasa algo malo?

16:52 A: No

16:53 P: ¿Puede ser negativo? ¿Puede ser 0? Entonces el dominio de la función pueden ser todos los reales, entonces, dentro de todos los reales, yo le puedo dar cualquier valor, el que yo quiera $k = 14$ y $b = 1{,}000$, vayan sacando la calculadora porque va a salir un número grande (conversación entre los Alumnos y la Profesora)

17:33 P: Bueno, entonces queda claro que $a < b$, entonces $14 < 1{,}000$. Entonces el valor $f(x) = 14$ y evaluamos $f(14)$ y $f(1000)$. $f(14)$ va a dar $3 \cdot 14 + 2$

18:02 A: 44

18:03 P: ¿44 nos dio? Gracias. Y $f(1000)$ nos va a dar $3 \cdot 1000 + 2$

18:14 A: 3,002

18:15 P: Entonces a<b eso quedó verdadero, ¿entonces $f(14) < f(1000)$?

18:28 A: Si

18:30 P: ¿44 es menor que 3.002? ¿Verdadero o falso? Verdadero, estos tres puntitos significan "por lo tanto", por lo tanto, $f(x) = 3x+2$ es cierto Después nosotros vamos a ver intervalos de crecimiento y de decrecimiento Y pareciera que ahora veremos decreciente y vamos a ver lo que es una función decreciente, pero más acotado, a como b pertenecen al dominio de $f(x)$, ahora $a < b$, entonces, ahora cambio de situación porque $f(a) > f(b)$. Entonces una función creciente que era kilos de pan vs precio, entre más kilos de pan, más dinero más va a salir el monto ¿verdad? Si es creciente ¿sí o no? Si compro poco pan, me va a salir un monto menor, si compro mucho pan me va a salir más, entonces es como esta función Si esto lo puedo llevar a una ecuación esta función, puede ser la cuenta de la luz, del agua, todas esas son como una función, tomamos el valor y tenemos una función ¿Si? ¿Lo puse al revés? Bueno, está bien, por ejemplo, recuerden que P/E significa, por ejemplo, si $f(x) = -2x + 3$ ¿cuál es el dominio de la función ¿hay algún valor que no pueda tomar? ¿hay algún valor que en la función no pueda tomar?

20:50 A: No 20:56 P: Voy a tomar todos los reales, voy a tomar el 0, números negativos, números con decimales ¿sí? Bien entonces ¿Qué valor puedo colocar en a?

21:09 A: 8

21:10 P: 8 y en b ¿Qué valor podemos tomar en B?

21:20 A: -5

21:23 P: ¿Quién es menor?, aquí el menor es b menor que a, guiémonos solo por la definición, vamos a poner el -5 acá y acá el 8 ¿así? Cosa que a sea menor que b ¿está bien? ¿si? Claro, vamos a ver Veamos $f(-5)$ y de $f(-8)$ ¿Cuánto va a dar? 21:58 A: A menor que B Profe se equivocó en los signos.

22:01 P: No, no me equivoque, el -5 es menor que el 8

22:08 A: No, pero en los signos de arriba

22:16 P: No, este bien

22:18 A: Si ¿pero y el segundo?

22:19 A: No, porque después los signos cambian al multiplicar

22:20 P: No, porque la función evaluada en a es mayor que la función evaluada en B, por lo tanto, es decreciente Sería como si entre más pan yo comprara, más me sale. Eso estaba diciendo $f(-5)$ ¿Cuánto me va a dar? $f(-5) = -2(-5) + 3 = 13$

22:49 A: No, es 7

22:53 A: No, porque le va a dar positivo la multiplicación. Es 13

23:00 P: (Escribe en la pizarra) $f(8) = -2(8) + 3 = -16 + 3 = -13$ ¿Quién es mayor 13 o el -13?

23:14 A: El 13

23:15 P: Es pura casualidad que dieran esos números ¿Quién es mayor? El $13 > -13$ ¿cierto? Entonces teníamos que $-5 < 8$, eso es verdadero, entonces ocurrió que $f(-5) = 13 > f(8) = -13$, por lo tanto, como se cumplió esa condición la función es decreciente Por lo tanto, $f(x) = -2x + 3$ es decreciente.

Episodio 10: ejercicio guía 2

Este episodio está registrado en el video 10: desde el minuto 25:25 hasta el minuto 33:25 y en el video 11 desde el minuto 00:00 hasta el minuto 7:00.

En este episodio, la profesora tomó el ejemplo 3 de una guía de trabajo que la profesora dejó dispobible para los estudiantes en la plataforma. El enunciado de la tarea se muestra en la imagen siguiente:

Ejemplo 3: La cantidad de combustible que consume un vehículo está relacionado con la distancia recorrida. La cantidad de combustible a consumir depende de la distancia a recorrer, entonces se puede determinar cuántos litros se necesitan para viajar una determinada distancia (conociendo previamente el rendimiento que tiene el vehículo).
Se puede afirmar entonces que la cantidad de combustible está en función de la distancia a recorrer (o viceversa). La **variable** cantidad de combustible **depende** de la **variable** distancia a recorrer.

Imaginémonos que se tiene un auto que da 14 km por litro de bencina (con 1 litro de bencina puedo recorrer 14 km). Con esta información podemos llenar la siguiente tabla y luego graficar:

Figura B.7: Enunciado pregunta 6

La profesora a partir de este enunciado, lo que hace es buscar los distintos tipos de representación de la función asociada: mediante una tabla de valores, mediante un gráfico y finalmente mediante una expresión algebraica.

Transcripción del episodio 10

24:25 P: Ahora quiero terminar este ejercicio, el de la guía es muy cortito, este es de la guía que propone Inacap para nosotros para que estudiemos. Recuerden que esta guía dice que si usted no puede venir a clases o tiene algún inconveniente o a lo mejor cómo le enseñamos nosotros o cómo se le explicó no fue suficiente. Usted las tome, las repase y las estudie, debiese irle bien, como complementario ¿ya? Así que revisen esta guía. Terminamos con un último ejercicio, vamos a poner las variables, vamos a hacer que la distancia, que la variable distancia a recorrer en kilómetros por un vehículo depende, eso lo vamos a definir nosotros, depende de la cantidad de combustible ¿ya? Que en este caso va a ser en litros de bencina ¿ya? Eso lo estamos definiendo, vamos a decir que la variable distancia a recorrer en kilómetros va a depender de la cantidad de combustible en litros de bencina, se les está contando esa historia en lenguaje natural, ahora vamos a decir si un auto da 14 kilómetros por litro de bencina. Vamos a hacer todo, tabular, graficar y encontrar el modelo algebraico. Tabular y encontrar el modelo algebraico ¿les parece si tabulamos primero para llevar esos datos a la tablita? ¿Qué vamos a colocar?

27:47 A: Kilómetros.

27:50 P: Kilómetros ya, como la variable x.

27:57 A: Combustible.

28:00 P: Tenemos dos variables, una que son los litros de combustible y la otra, los kilómetros ¿cierto? Ya ¿Cuál es cuál? Aquí tenemos x.

28:21 A: x es la bencina.

28:23 P: x van a ser los litros de bencina ¿todos de acuerdo?

28:27 A: Sí.

28:29 P: x.

28:30 A: ¿Por qué?

28:31 A: Porque ahí dice que los kilómetros a recorrer dependen de los litros de bencina.

28:35 A: Ah, sí, sí.

28:43 P: Dice la variable distancia recorre los kilómetros de un vehículo depende de la cantidad de combustible en litros de bencina, por lo tanto, x sería litros de bencina; y kilómetros. ¿Qué podemos hacer si no tenemos bencina?

29:00 A: No avanza.

29:01 P: No avanzo, si no tengo bencina, no avanzo, bien, eso significa que ¿Cuántos kilómetros he recorrido?

29:14 A: Cero.

29:15 P: Bien, cero. Si tengo medio litro ¿Cuántos kilómetros recorro con medio litro?

29:30 A: 7.

29:31 P: ¿7? ¿Están de acuerdo todos?

29:32 A: Sí.

29:34 P: A ver, 0,5 da 7. Si tengo 1 litro de bencina ¿Cuánto recorro?

29:46 A: 14.

29:48 P: 14. Si tengo 1,5 litros. **29:51 A:** 21.

21:53 P: 21. (Profesora anota en la pizarra)

x (litros de combustible)	y (kilómetros)	(x, y)
0	0	$(0, 0)$
0.5	7	$(0{,}5, 7)$
1	14	$(1, 14)$
1.5	21	$(1{,}5, 21)$

30:02 P: Ah y podrían ir pensando en la función, en la función algebraica ¿Por qué si pusieron 0.5 me da 7? ¿Qué tengo que hacer con? ¿Cómo llego a 7 mediante una expresión algebraica? ¿Cómo llego a 7 chiquillos? ¿Por qué dijeron 7 por 0.5? ¿Qué hicieron para que diera eso?

30:47 A: Coloqué un número al azar

30:51 P: ¿Puso 0.5 x?

30:53 A: No fue tan así

30:54 P: No fue tan así, ya, ¿de qué manera?

31:01 A: Puse que un litro daba 14, entonces lo saqué por la mitad.

31:04 P: Claro y eso en una expresión matemática, la mitad sería dividido en 2. Entonces sería 14/2 o dividido en 2 sería 1/2 medio y eso sería lo mismo que 0,5.

31:26 A: Y 1 es a 2.

31:28 P: Si, tienes razón 1 es a 2, súper, no, en serio, tiene razón, por cada kilómetro, por cada litro 14 kilómetros, de 0 a 0, 0, después de 0.5 a 7. Ah, pero primero ¿Qué es x? ¿Qué es lo que era x?

31:45 A: Litros de bencina

31:48 P: Litros de bencina ¿y qué es lo que es y?

31:57 A: Kilómetros

31:58 P: Kilómetros recorridos ¿y los puntos? ¿pueden hacer este? ¿Qué es como facilito o no? ¿y el otro? Dice 0.5 y un 7 más menos

32:16 A: No, ponga el 7 más abajo o sino no va a alcanzar el 14.

31:20 P: No, pero si no los voy a colocar todos ¿es necesario que los coloque todos?

32:23 A: No Ahí puede poner el 2.

31:27 P: Ahí está 1 y aquí está el 2. Más abajo el 7 y con el 14 me voy por ahí ¿cierto? Ya, con 0.5 y con 1 en 14 y de ahí ¿Quién de ustedes puede trazar una recta? Pero bien hecha. Y bueno ahora ¿Qué me falta de esta pregunta? A ver, ya grafiqué, hice una tabla y el modelo algebraico ¿cómo lo escribo? ¿$f(x)$ igual a qué?

33:23 A: $f(x) = 1x$

00:05 A: $1 : 1x = 14$

00:08 P: ¿$1x = 14$?

00:11 A: 2: Da 280 y algo

00:16 P: Pero cómo queda eso $f(x)$, tengo $f(x) =$ ¿a cuánto?

00:26 A: 1: $1x$

00:28 P: Es que tengo que tener una sola expresión, sino tendría como una ecuación. Una expresión ¿Cuál?

00:40 A: 3: 1 por 14 es igual a 14.

00.45 P: 14. Es que tienen que pensar, en cada número que tienen, tienen una tabla donde tienen un 0 y me da un cero, pongo un 1 y me da un 14, si pongo un 1 ahí me va a dar un 14 ¿Cómo logro hacer eso? Y que me de eso.

00:59 A: En que el número me de 12.

01:04 P: ¿Cómo?

01:12 P: Que cuando yo coloque un 0 me de 0, pero cuando yo coloque un 0.5 me de 7.

01.23 A: 0,5 por 14.

01:25 A: Señorita ¿Se puede dar la ecuación?

01:29 P: Claro. Yo voy a poner por aquí, supongamos $x + 1$, si fuese así, cuando yo coloque un 0 aquí, me debería dar $0 + 1 = 1$, que no es el caso porque tiene que haber un 1 Cuando coloque un 0 me tiene que dar 0 ¿Cuál es la expresión y la interrogante? ¿Cómo escribo eso? De manera algebraica ¿qué escribo? Para que yo coloque un 0 me de 0. Para que cuando coloque un 0.5 me dé un 7. Para que cuando coloque un 1 me de 14. Para que cuando coloque un 2 me de 28. Por ejemplo, cuando son 2 litros de bencina, me den 28 kilómetros ¿cómo le pido 28? Si coloco un número que me de 28 ¿Cuál es la probabilidad que me de 28?

02:16 A: 2: $x = 14$, 6 (inaudible)

02:25 P: ¿Están de acuerdo con lo que dijo? Dijo $x \cdot 14$ o $14x$ entonces $f(x) = x \cdot 14 = 14x$ ¿Está bien o no?

02:38 A: Sí

02:40 P: ¿Si? Si coloco un 0, $14 \cdot 0 = 0$. Si coloco $14 \cdot 0{,}5 = 7$. Si coloco $14 \cdot 2 = 28$. Bien, para el dominio de la función.

02:54 A: En los reales

02.56 P: No, en estos, en los números ¿litros? ¿en los netos? ¿Cómo hice esa cantidad para un litro de combustible? ¿Puedo tener 1000 litros de bencina?

03:05 A: Si.

03:06 P: ¿Si? ¿En un auto?

03:11 A: No.

03:12 P: Yo no lo sé, pero ¿se pueden 1000 litros de bencina

03:17 A: (Contestan confundidos entre sí y no.)

03:20 P: Pero chiquillos qué onda. ¿De qué depende?

03:35 A: Lo rellenas con 35 lucas

03:44 P: Pero ¿por qué ahora se ponen a conversar? (Conversación de los Alumnos y ruidos del aula) ¿Depende de la cantidad de litros de bencina que yo pueda echar o de la capacidad del estanque? Depende de la capacidad del estanque, por lo tanto, el dominio de $f(x)$ ¿depende de qué? De la capacidad del estanque.

04:13 A: Sí se puede.

04:20 P: Pero lo importante es que tomaron varias características ¿cierto? Pero, sea un camión, tenga filtro o no, pero independiente de eso, depende de la capacidad del estanque ¿sí o no? Si suponemos que. (Conversación entre los Alumnos). Si suponemos que el estanque tiene una capacidad de cuanto ¿cuántos litros por estanque tiene más o menos? Para poder poner un número aquí. Si suponemos que el estanque ¿o tanque? ¿Cómo se escribe?

05:18 A: Estanque.

05:20 P: Estanque tiene una capacidad de.

05:32 A: 30.

05:34 P: Ya, pongámosle de 30 litros, entonces ¿el dominio cómo sería? De 0 a...

05:42 A: 30

05:43 P: De 0 a 30. Si, por supuesto y ¿el recorrido? El recorrido son las distancias recorridas.

05:53 A: Serían 14 kilómetros por.

05:55 P: ¿Entonces cuánto sería lo máximo que podría recorrer si tengo el estanque lleno?

06:01 A: 420

06:03 P: Incluido el 0 y el 420 ¿Están de acuerdo?

06:15 A: Si.

06:16 P: ¿Si?. Bueno, terminamos la clase comentando lo que hemos aprendido hoy día, para entender qué es una función, cómo podemos sintetizarla de manera gráfica, de manera lineal y la próxima clase vamos a ver las funciones en detalle, cómo son las funciones lineales y la función cuadrática, cómo la función de valor absoluto, la función constante que ya la vimos un poquito.

B.3.2. Clase 2

Esta clase se registró en los videos 16 y 17. La clase fue grabada el día viernes 19 mayo del 2017 entre las 10:15:00 y 12:30.

Episodio 1: repaso elementos de las funciones y función constante

Este episodio está registrado en el video 16: desde el minuto 00:00 hasta el minuto 7:46.

En este episodio, la profesora repasa la definición de algunos elementos de las funciones: dominio, recorrido, imagen y pre-image. También repasa la definición de función constante.

Transcripción del episodio 1

00:25 P: En la clase anterior vimos aspectos generales de una función para poder reconocerlas. Determinar cuál era el dominio cuál era el recorrido ¿cierto? Cuál es la pre-imagen que es el valor que toma la función y la evalúa y obtiene un resultado que era su imagen ¿cierto? También vimos que nosotros podemos representar una función de 4 maneras ¿cierto? es decir podemos hablar de una función con ¿se acuerdan de alguna de esas representaciones que vimos?

01:08 A: Gráfica.

01:09 P: Gráfica gráfica ¿cuál otra? ¿alguna otra representación? como nos muestran una función y nosotros podemos transcribirla de las otras tres representaciones ¿cual era? gráfica era una.

01:22 A: Algebraica

01:23 P: Algebraica escuché por aquí dos ¿Qué más? ¿Por?

01:36 A: Por tabla

01:37 P: Por tablas tabular tres

01:38 A: El lenguaje natural

01:39 P: y el lenguaje natural que es contar la historia, decir así en palabras los datos ¿cierto? También vimos que cuando yo tengo una preimagen obtengo una imagen y esto genera un par ordenado ¿Cierto? y este par ordenado lo podíamos graficar.

01:58 P: Bueno hoy día vamos a ver tipos de funciones. Funciones en los números reales por su puesto, son reales porque el conjunto de dominio toma valores reales y también en su recorrido toma valores reales

El primero va a ser la función constante, que la vi la clase pasada, pero, la vi fuera de contexto. Dije que la íbamos a repasar. Es una función que va de los reales en los reales. Toma un x le aplica $f(x)$ y dice que es un c, donde c es un valor, c es constante, c pertenece a los reales. Por ejemplo, $f(x) = 3$ ¿cierto? Es decir yo tomo un valor para x y el resultado es 3. Entonces si hiciéramos una tablita como habíamos dicho y el punto (x, y). Si tomo un 1 $f(1)$ ¿es? Si x vale 1 ¿cuánto vale la función evaluada en el punto 1? ¿vale?

03:27 A: 3

03:28 P: 3 por lo tanto genera el punto $(1, 3)$. ¿Si toma un 0?

03:35 A: 6

03:37 P: Sigue siendo 3

03:39 P: Sigue siendo 3 porque no depende del valor de x, fue constante. Si tomo un negativo -5

03:48 A: 3

03:49 P: Me da 3. Por lo tanto es $(-5, 3)$ ¿ya?. Normalmente nosotros decimos que estos valores que no dependen de la variable, que están en la variable. Depende de la situación, en una función aplicada en la economía la llamamos por ejemplo costo fijo, por ejemplo el gasto que nosotros estamos haciendo ahora en energía eléctrica es fijo. si la sala está llena de alumnos o está vacía, no hay ningún alumno, seguimos. Si tenemos todas las luces prendidas seguimos gastando exactamente lo mismo, por lo tanto, no depende de la variable N° de alumnos ¿cierto? es un costo fijo el gasto. Lo graficamos, tomamos acá eje x eje y buscamos el valor, el punto. Algunos de esos puntos y tenemos por ejemplo el 1 y nos da 1 2 3 (dibuja un plano cartesiano en la pizarra y sobre él grafica la función constante), me daría ese punto, si fuese 0 me da este punto, si fuese uno negativo por acá, me da este punto ¿ya?. Unimos todos esos puntos que porque cualquier valor ¿cierto?, podemos determinar el dominio y el recorrido también, para cualquier valor de x siempre el resultado es esta $f(x)$ se llama 3, ¿cuál sería el dominio de esta función? ¿qué valores puede tomar x? (anota en la pizarra $Dom(f(x)) = \mathbb{R}$) ¿la variable x?, todos los reales. Entonces eso lo escribimos así, el 0 negativo o positivo, todos los valores ¿y el recorrido? ¿dónde nos fijamos nosotros para ver el recorrido de una función? en este caso que es la gráfica tenemos las dos formas, tenemos la parte algebraica, la parte gráfica, perdón la parte algebraica tabular y grafica y en el fondo sería el lenguaje natural si dijéramos una función a la cual dado cualquier valor siempre da el N°3 en palabras ¿cierto? Pero cuando tengo el gráfico es mucho más fácil distinguir el recorrido que en el ejercicio anterior una guía que hicimos justamente la última era cuál es el recorrido en qué eje nos fijamos para poder saber cuál es el recorrido.

06:17 A: en el eje y

06:18 P: en el eje y, y en el eje y qué valor toma 3, solo 3 ¿cierto? solo 3. Entonces lo ponemos en llave 3 todos los números reales van al mismo número pero acá a cada uno le toca un 3 es decir le toca solo el 3 (anota en la pizarra $Rec(f(x)) = \{3\})$), por lo tanto, sigue siendo una función ¿ya? Ahora por supuesto no es un 1 a 1 que es algo que no entra en esta parte pero no es un tipo particular de función pero si es una función. Esa sería la función constante. Un ejemplo también yo lo veo es el precio del pasaje escolar sé cuánto cuesta el pasaje escolar algo sé, \$210 ¿cierto?. Si fuese la variable x la hora del día, supongamos el metro, porque el Metro cambia el valor del pasaje. Si la variable x fuera la hora del día, la cual yo subo al Metro, usted independiente la hora si está abierto el Metro y usted puede tomarlo. Siempre va a pagar \$210. Sin embargo los adultos tenemos distintas tarifas. hay una hora punta que le llaman que es más caro, y la otra es horario valle es más barato. Entonces va a depender a qué hora toma el Metro cuánto le sale el valor del pasaje si por lo tanto ahí no es constante en todo el intervalo, si no es constante por tramo el valor de la constante.

Episodio 2: definición de función identidad y valor absoluto

Este episodio está registrado en el video 16: desde el minuto 07:47 hasta el minuto 27:15.

En este episodio, la profesora define la función identidad y la función valor absoluto. Para cada una de las funciones, da un ejemplo que representa de forma algebraica y la grafica mediante una tabla de valores.

Transcripción del episodio 2

07:47 P: Bueno y otra función que se llama función identidad, f va del conjunto de los reales en el conjunto de los reales toma un x le aplica $f(x)$ y dice que es x. Y dice que es x, Es decir, si hacemos una tablita para poder entender esto tomo la x, tomo la y, tomo (x, y) (dibuja una tabla de tres columnas). Si tomo un -5, por ejemplo, los mismos valores de allá, -5 ¿cuánto daría ahí? ¿si coloco un -5? ¿cuánto me da? -5, lo mismo. Si tomo un 0 ¿me da?

08:40 A: 0 **08:41 P:** 0. O sea tengo el punto $(-5, -5)$, tengo el punto $(0, 0)$. Si tomo uno positivo un 2 ¿cuánto sería $f(2)$?

08:51 A: 2

08:52 P: 2. $(2, 2)$ ¿ya? es decir no cambia el valor, aplica la función pero el valor queda igual. Si hacemos un gráfico xy. Si tomo un punto $(0, 0)$. El punto -5 decía 1, 2, 3, 4, 5 (-5) (dibuja un plano cartesiano en la pizarra). El de abajo 1, 2, 3, 4, 5. Y tomo 1 2, 1 2. Entonces si unimos estos puntos podemos tener una idea de cuál sería la gráfica (dibuja la recta $y = x$ en la pizarra). Los unimos pero derechito a ustedes les queda derechito. Y me va a quedar $f(x) = x$ ¿Qué ejemplo podría tener yo sobre una función así en la vida real? Me ha pasado, por supuesto que no aquí de verdad no acá, que a veces entra un alumno a la clase se sienta y ve un video ve un libro hace otra actividad y entonces podríamos decir que él entró a la clase nosotros hicimos una clase tratamos de que aprendiera y él salió igual como entró con respecto a los conocimientos de matemáticas. Es decir la función evaluada en él no dio mucho resultado el que entró salió idénticamente, tal cual no le hizo ningún cambio ¿ya?, o podría ser que cuando comemos quedamos igual con hambre ¿o no? tenía hambre, comí un poquito y quedé igual, sigo con hambre, es como si no hubiera habido un cambio pero si comí ¿no cierto? la sensación estoy hablando de la sensación la función identidad o idéntica también se le llama.

11:20 P: Bueno para definir la función valor absoluto vamos a ver una particularidad de la función valor absoluto, $f(x)$ va a ser igual al valor absoluto de x ¿pero qué significa esto? ¿qué significa calcular el valor absoluto de un número? significa lo siguiente, ¿qué hago con el x? vamos a dejar el mismo valor de x, si x es mayor o igual a cero y vamos a colocar $-x$ si x es menor a cero, $-x$ significa que lo multiplico por -1 es como -1 por x, que sería exactamente lo mismo, ahora si se fijan acabamos de describir esta función de una manera distinta y nueva significa que dimos dos opciones para el valor de x dependiendo de que valor toma x se va a comportar de una manera o de otra ¿ya? hay un cambio, por lo tanto, para definirla no tuve una sola expresión como acá, $f(x) = x$ solamente, sino que, acá tuve dos caminos, tengo caminos distintos. Si x es mayor o igaul a cero voy a dejar el valor de x, es decir, va a quedar positiva, pero, si entra un valor negativo lo voy a multiplicar por -1. Porque en realidad el valor absoluto de un número es siempre positivo, hay en ocasiones necesidades para las cuales nosotros necesitamos que aún cuando la variable del valor nos da negativo nosotros tengamos que convertirlo en positivo hay situaciones ¿recuerdan alguna ustedes? en que yo hago un ejercicio y me sale el resultado negativo y yo digo poro este resultado negativo no tiene senti o debo convertirlo a positivo ¿existen algunas instancias en que ustedes han trabajado anteriormente así?

13:33 A: en una ecuación

13:34 P: ¿En una ecuación? o por ejemplo cuando nosotros tenemos al revés, efecto contrario, cuando resolvimos la unidad anterior ecuaciones en ese nos daban ecuaciones de segundo grado dos valores y nosotros descartábamos el negativo ¿se acuerdan? decíamos este valor no puede ser negativo ¿cierto? es decir, tiene sentido cuando la variable solamente es positiva, el resultado ¿si? y eso lo vimos cuando hacíamos los controles, incluso los controles online cuando nosotros hacíamos perímetros o áreas ¿si? entonces ahí nosotros vemos que el valor que me da los resultados posibles hay uno en que dice que la longitud de un lado es negativa y nosotros decimos bueno si me dio un resultado positivo y otro negativo vamos a descartar el resultado negativo porque no puede ser que un lado del cuadrado tenga una medida negativa la descartamos esa no ¿cierto? dejamos la positiva solamente por la naturaleza del enunciado obviamente entonces el valor absoluto en si tiene sentido cuando nosotros queremos calcular longitudes, distancias. Pero además quiero explicar que cuando yo tengo una función definida que toma más de una fórmula es decir más de una expresión más de un comportamiento durante el dominio de ella se llama función a trazos, por trazos. Por trozos también le dicen son sinónimos. Entonces esta parte es función por trozos ¿ya? Depende del valor que toma x va a hacer esta acción o va a ser otra se parece un poco a lo que yo decía del metro, si yo defino la x como la hora voy a colocar intervalos, que son los horarios puntas que son como los de 6 a 9 de la tarde, de 18 a 21 horas y va a valer no sé cuánto cuesta 750 supongamos y cuando es el otro día me enteré que cuesta 670, cuando es horario Valle es menos caro, pero, de todas maneras voy a tener que definir las porque hay dos valores distintos durante el día así que voy a tener que definir dos funciones, las 2 constantes pero dependiendo de la hora del día, entonces eso es función por trozos. En si definirla así. Definir la que tenga más de una fórmula dependiendo del dominio vemos una tabla, como yo te haría esto x y (x, y). Veamos Jeremy el valor que tú quieras negativo (comienza a completar una tabla de valores)

16:25 A: -3

16:26 P El -3. Según esto es $f(-3)$ debería ser ¿qué es lo que hacemos? Analizamos este -3 buscamos En qué parte del dominio está ¿-3 es mayor o igual a cero?

16:42 A: No

16:43 P: No, -3 es menor que 0 por lo tanto dice que vale menos y el valor de x que es -3 $-x$ menos el -3 y ahí la regla de los signos de la multiplicación, menos por menos nos da más. Por lo tanto, deja el valor positivo ¿Entonces cuál sería la imagen de esta preimagen -3? 3 y el punto sería $(-3, 3)$. Vamos a colocar el cero porque es un punto que uno puede analizar ¿si x vale 0 Dónde está el 0 incluido ahí o allí?. Porque el cero está mencionado en los dos intervalos pero en uno solamente lo contiene ¿cuál lo contiene? el que tenga esta rayita de igual, el que tenga la rayita de igual es el que contiene a ese valor no puede definirse una función que en cada una de estas partes del dominio con cada valor debe pertenecer en un solo intervalo por lo tanto me da cero y tengo Entonces el punto $(0, 0)$. Uno positivo Almendra el que tú quieras

18:04 A: el 4.

18:05 P: 4, entonces $f(4)$ ¿cierto? Según esto ¿a donde va? arriba porque 4 es mayor que 0. Y entonces es lo mismo que 4 por lo tanto sería 4 unamos los puntos veamos.

18:25 A: ¿entonces cuando es negativo se le saca el signo?

18:26 P: En el fondo claro pero la función, nosotros lo podemos hacer así en nuestra mente borramos el signo es fácil, pero como lo haría un programa por ejemplo un computador dice como yo hago eso hay una operación matemática que hace exactamente lo mismo, motivo y lo convierto a positivo, pero es eso en la práctica en realidad uno hace eso le elimino el signo y que da positivo pero nosotros tenemos esas capacidades por ejemplo un computador No. Y ahí hay que explicarle Qué puede hacer.

19:04 P: El gráfico ¿Cómo quedaría? bosqueje en un posible gráfico ¿Cómo harían ustedes este gráficos? ¿cómo quedaría? quizás se necesita más números pero por lo menos ya tenemos 3, pueden agregar más si ustedes quieren llegar a una idea más intuitiva ¿cómo lo dejarían? ¿ya?

21:26 P: Tomamos el sistema de coordenadas xy ¿cierto? esos tres valores más o menos en su cuaderno -3 la x, 1, 2, 3 y nos da un 3 positivo (dibuja en la pizarra un plano cartesiano y lo gradúa); 1, 2, 3 y el cero ¿cierto? y cuatro y cuatro. Un, dos, tres, cuatro y un 4 más por lo menos eso son los puntos que coloque que me dieron. A ver si me dan un 1 quedaría un 1 ¿cierto? ¿o no? Si me dan un dos quería un dos tres, por lo tanto puedo unir esa recta ¿puedo unir esos dos puntos? ¿Lo podemos unir? ¿sí? lo podemos unir entonces que ver y algo así y la otra quedaría algo así. Entonces esta sería la función $f(x)$ igual al valor absoluto de x.

22:44 P La función valor absoluto dijimos donde la vamos a ocupar o cuándo se utiliza la función valor absoluto, cuando el resultado de la función es una medida de longitud y las longitudes son siempre positivas ¿verdad? Mire si yo quiero supongamos que yo quiero medir la pizarra y un alumno toma la huincha desde acá y la mide hasta acá, mide, tanto midió y viene otro alumno y dice pero yo ahora la voy a medir desde acá, te voy a medir en otro sentido y voy a tomar desde que acá, este va a ser mi inicio y éste va a ser mi fin, ¿ debiera ser lo mismo? debiera ser lo mismo verdad porque la distancia es decir la distancia que hay del 0 al 4 debiera ser la misma qué -4 si yo hablo de distancias y aquí hay 4 unidades y aquí hay 4 unidades también. Aún cuando claro toma un valor negativo entonces principalmente se utiliza cuando la función es el resultado de una longitud ¿ya?

24:00 P: Eso vamos a escribir. La función valor absoluto se ocupa con medidas de longitud ¿cuánto mide? Veamos El dominio ¿cuál sería el dominio de mi función? ¿qué valores puede tomar mi función? ¿puedo tomar muy grandes o muy pequeñas? ¿puedo tomar esos valores? ¿si? no hay ningún problema ¿cierto? por lo tanto, toma todos los reales todos los valores y eso en la recta x. Siempre nosotros vemos de menos infinito a más infinito, todos los reales, siempre nosotros vemos el dominio está en la variable x. Perdón en el eje x los valores que toma la variable x en el eje x y el recorrido en los valores que toma la variable y, por lo tanto ¿cuál sería el recorrido acá?

25:13 A: Desde 0 hasta infinito positivo

25:14 P: Bien desde cero podríamos colocarlo así como él dijo, incluye el cero hasta infinito positivo. Otra manera de escribir es los reales sub cero es decir que incluye el cero y positivos, esa es otra posibilidad. Por lo tanto esta función en realidad va desde los reales en $\mathbb{R}^+{}_0$. La restringimos. Si decimos que es en todos los reales en realidad no toma todos los valores así que vamos a restringir el recorrido, vamos a dar los valores que realmente son los que interesan.

26:26 A: Profe ¿qué dice acá? ¿rec?

26:28 P: ¿Recorrido? recorrido Si es que lo escribo abreviado recorrido de $f(x)$.

26:59 P Ya bueno, estos son algunos de los tipos de funciones, algunos en particular, nos interesa particularmente a nosotros en el estudio de la clase de hoy la función lineal. Vamos a detenernos en ella y vamos a trabajar en ella.

Episodio 3: definición de función lineal

Este episodio está registrado en el video 16: desde el minuto 27:16 hasta el minuto 59:50 y en el video 17 desde 00:00 hasta el minuto 4:48.

En este episodio, la profesora define la función lineal, muestra la fórmula para calcular la pendiente y la ecuación de la recta a partir de dos puntos y trabaja sobre un ejemplo.

Transcripción del episodio 3

27:16 P: Nos vamos a detener en la función lineal.

27:33 P: Recuerden que nosotros tenemos, esta va a ser una función que va a ir de los reales en los reales ¿ya?. En que toma una x y le aplica un $f(x)$, y yo las letras que uno coloca pueden ser cualquiera porque definen en general un valor, una constante. Yo voy a colocar al tiro las que me convienen $mx + n$. Si ustedes se fijan acá x está elevada a 1 ¿cierto? El grado de esta expresión algebraica es 1. Recuerden que el grado de una expresión algebraica es la suma de los exponentes de la expresión en la variable. Y en este caso solamente está la variable x y su máximo exponente es 1, por lo tanto, es de grado 1. Recordemos siempre que $f(x) = y$. Nosotros siempre vamos a pensar que tenga un valor en x le aplica una función y eso va a dar una coordenada y en el plano cartesiano, entonces yo puedo escribir $y = mx + n$ ¿ya? es de grado 1 ¿ por qué era de grado 1? porque la x que es la variable está elevada a 1 ¿sí? es de grado 1.

29:37 P: Ahora su representación gráfica es una línea recta. ¿Quién va a ser m? m tiene un nombre acá, m es pendiente de la recta, y es el grado de inclinación de la recta con respecto al eje x. Si hacemos una gráfica ¿cierto? más o menos y podemos ver cómo va a quedar el ángulo.

31:12 Entonces, un dibujito cualquiera, genérico, nada particular. Vamos a trazar una recta cualquier recta una recta L y vamos a colocar vamos a dejar entonces un ángulo alfa, mirado de esa manera nosotros decimos que la pendiente es igual a la tangente del ángulo alfa. Si nosotros medimos este ángulo y calculamos su tangente vamos a encontrar la pendiente.

32:07 P: Por otro lado, vamos a definir, ya vamos hablar de la fórmula que tenga, esa es una fórmula en particular pero no lo ocupamos mucho, a menos que nos den el ángulo alfa y tengamos conocimiento de trigonometría que no los tenemos, o sea en este minuto con respecto al curso. También definimos n ¿Quién es n? n es el coeficiente de posición, es este que está acá, ahí está n ¿qué podríamos decir? n es ese valor. Sería el valor que toma en el eje y el punto donde la recta corta al eje y. Es el valor que toma en el eje y, porque es un punto, tiene dos coordenadas, los que toma el eje y. El punto donde la recta corta al eje y. En general este punto si nosotros lo vemos es el punto $(0, n)$ ¿cierto? x vale 0, y vale n ¿ cierto?

34:15 A: ¿siempre va a ser 0?

34:16 P: Sí. Siempre va a ser cero porque va a cortar al eje de las ordenadas en ese valor y tiene que pasar por el punto cero. Así que siempre va a ser $(0, n)$.

34:28 A: ¿qué dice ahí? ¿qué significa?

34:30 P: m, tangente. Significa tangente, tg tiene razón o tan le ponen también, en algunos lados tan es igual a tangente del ángulo alfa. Se da por entendido que lo recuerdan pero no.

35:38 A: ¿qué significa la y?

35:40 P: Alfa, la letra y alfa

36:00 P: Vamos a dar unos ¿Qué formas puede tener la pendiente? Entonces veamos, vamos a hacer un pequeño estudio de la pendiente, vamos a hacer 4 gráficos, vamos a estudiar qué pasa con la pendiente dependiendo de la ubicación de la recta en el plano cartesiano, vamos a suponer que nuestra recta es paralela al eje x. Si hablábamos de que este es alfa, el grado de inclinación de la recta con respecto al eje x, de las abscisas, ¿cuánto se ha separado de esta posición alfa? ¿cuánto mediría alfa? ¿cuánto tiene alfa? ¿cuántos grados tiene alfa? y le bajamos que ve igual ¿ cierto?. Si bajamos la recta L así no se ha movido nada está igual que ella ¿cuántos grados son alfa?

37:57 A: Seño ¿y si no pasa del eje x? ¿O sea del eje y?

38:05 P: No, no todavía. Ese es otro caso, sí, lo vamos a ver enseguida. Sí, tienes razón, lo tengo pensado así, no, pero, ¿ tú me hablas de algo así? (dibuja una recta vertical en la pizarra). Ya bien, bueno ahí ¿Cuánto mide alfa? ahí 90, alfa es 90º. También es posible es decir hay una recta así y hay una recta que puede ser dibujada de esta manera, muy bien.

38:35 P: Vamos a ver los ángulos primero ¿y acá? ¿esa? (trabaja sobre una recta con el coeficiente de posición negativo y la intersección de la gráfica con el eje x positiva) el ángulo alfa está entre cero, que subió, subió, subió y llegaría hasta 90. Vamos a estudiar qué pasa con el alfa dependiendo de los valores y voy a hacer este otro caso, son 4 casos probables y vamos a colocar el caso en el que alfa es menor que 180 y mayor que 90 ¿ya?. Entonces veamos mi recta parte así (hace un gesto con la mano que la cámara no registra). Estoy así, está paralela al eje x, la pendiente el ángulo es cero, entonces la pendiente sería 0 también porque ¿cuánto es el ángulo, el grado de inclinación? 0 la pendiente es 0. No es cero grados, es cero. Por ejemplo, esto se usa mucho en la construcción, hay unos niveles chiquititos ¿han visto una vez un nivel? Qué ve el grado. Entonces el caballero que va poniendo la cerámica tiene que ir constantemente midiendo que esté a 0 grados para que no haya ningún grado de inclinación para que quede parejito y cuando llueva no se quede uno hoyo y no haya una laguna, entonces tiene que ir constantemente revisando o también cuando detenemos el auto sin el freno, si queda ahí paradito y no pasa nada significa que la calle no tenía ninguna pendiente, que el auto no se iban y hacia delante y hacia atrás quedó ahí no se mueve, estamos en pendiente cero ¿cierto?, entonces uno dice: oh que pendiente. Por subir el cerro, no puedo, no puedo, me voy a cansar ¿ cierto?, entre más elevado, entonces ahí es cero. Ahora mi recta que estaba así empezó a moverse entre 0, 1º, 2º, 3º, siguió moviéndose, pero no llega a 90, no es ni 0 ni 90º. La recta está entre 0 y 90. Lo que nosotros podemos saber siempre en ese caso es que la pendiente es positiva, que el resultado yo puedo ver una recta y yo sé al tiro que el resultado me tiene que dar positivo, la pendiente tiene que ser positiva, ahora como decía ¿ cómo se llama?

41:18 A: Alex

41:19 P: Alex. Como decía Alex ¿y qué pasa si mi recta es paralela al eje y? Bueno, resulta ser que esa pendiente no existe y tiene una justificación. Acá en la tangente, en la función trigonométrica, la tangente es seno partido por coseno, y en este caso coseno de 90 grados vale cero, por lo tanto va a quedar una división por 0.Y si ustedes colocan en su calculadora tangente de 90 grados la calculadora va a decir error matemático o no lo puede hacer no lo va a poder calcular.

42:04 A: Cuando la pendiente es así ¿qué valor toma ahí?

42:11 P: Ah n, es que va a depender aahh ya. Por ejemplo, acá n. No entendí la pregunta, entonces aquí es n ese valor. No, no hay, pero en todo caso aquí tenemos un estudio mayor acá la pendiente no existe, m no existe y por otro lado tenemos que mirar a nuestra recta, nosotros estamos trabajando la función lineal, esta recta graficada así como ésta es una función ¿es una función está recta?

42:53 A: No

42:54 P: No, ¿por qué?

42:56 A: Porque tiene que cruzar al eje y. Se acuerdan cuando hicimos un caracol y decíamos porque ese caracolito no era una función ¿qué pasaba?

43:17 A: En el eje x había más para esa imagen.

43:20 P: Claro en el eje x había más para esa pre-imagen, habían como 4 imágenes ¿Qué pasa aquí para un x en particular cualquiera? Para en este valor decir un x_1 ¿cuántos valores tiene en el eje y? le tocan todos y todos significa infinitos. Por lo tanto, en esa gráfica no es la gráfica de una función, no es función, esta L no es función ¿ya? así que en el caso que tuviéramos una gráfica así, una recta, no hay una función, nos vamos acá, mi recta estaba así 0º. Empezó a crecer a crecer positiva, positiva y quedó en ángulo recto. Tengo un ángulo recto, no existe, y sigo para allá, para allá, la recta ahora se fue hacia el otro lado y creció, estaba ahí y creció, por lo tanto, mi ángulo va a estar entre 90 y 180. No incluye al 180 tampoco. 180 me quedaría en esta postura mirado desde acá y mirando que la recta dio toda la vuelta quedaría algo así. Se acostó de nuevo, lo que yo puedo decir de acá de m, no sé el valor, pero lo que sí puedo decir que la pendiente es negativa y como vimos anteriormente, si mi pendiente es positiva, la función era creciente porque cuando yo hice el ejercicio la clase pasada, cuando el martes vimos función creciente yo puse una recta que tenía pendiente positiva porque sabía con anticipación que me tenía que dar creciente y después cuando di el ejemplo de una función decreciente puse una pendiente negativa porque sabía que iba a ser decreciente, qué iba a hacer este tipo de gráfica y eso es una función decreciente.

45:45 P: Bueno acá nosotros tenemos... algo particular... ¿ya? de conocimiento de geometría uno sabe qué dados dos puntos por ella pasa una única recta, no puede pasar un más de una recta es una única, yo tomo dos puntos de una recta, cualquiera el que usted quiera, si los puntos pertenecen a la recta tomó este punto o este punto, o este punto, el que usted quiera y yo sé que por eso dos puntos pasa una única recta por lo tanto basta con tener dos puntos de la recta para poder definir, por ejemplo, encontrar su pendiente y encontrar la ecuación que modela a esa recta.

46:44 P: Entonces por dos puntos pasa una única recta. Entonces nosotros ahora vamos a calcular la pendiente de una recta dados dos puntos de ella, los dos puntos de la recta. Estos son dos puntos cualesquiera, si los puntos pertenecen a la recta no importa cuáles dos puntos. Cuando hacíamos la tablita me van a decir un valor y otro alumno me va a decir otro va a hacer exactamente lo mismo porque si los puntos pertenecen a la recta no importa cuáles. Entonces esto vamos a hacer, le vamos a llamar a los puntos, sean (x_1, y_1) y el punto (x_2, y_2) pertenecientes a una recta L vamos a decir que la pendiente m va a ser igual:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{B.1}$$

o es exactamente lo mismo si usted quiere decir, yo quiero:

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \tag{B.2}$$

Cualquiera de las dos les aconsejó que se aprendan una de ellas por si se confunden sí parte con y_2 y resta y_1 abajo también tiene que restar la coordenada x del punto 2 de la coordenada restar a $x_2 - x_1$ en el mismo orden. Si usted quiere tomar $y_1 - y_2$ abajo es $x_1 - x_2$. Si hace un cambio y dice esto con esto y eso con eso estaría malo así que tiene que tener mucho cuidado, traté de aprenderse una o si las 2 pero bien, porque eso de que parece que, y son números, por lo tanto, van a tener problemas.

49:34 A: intervención alumno (no se alcanza a escuchar)

49:38 P: No, porque la pendiente puede ser positiva o negativa. Ahí la pendiente mayor o menor que cero no hay problema, incluso puede dar cero ¿qué nos pasaba también cuando la pendiente era 0? Dejamos en el tintero eso ¿en qué se convirtió mi función? es la función constante, entonces escribamos y aprovechemos de poner la función constante, pero es función.

50:16 P: Esto mirado gráficamente en una recta, tomo el eje coordenado xy, vamos a tomar una recta y voy a elegir dos puntos de ella, este por ejemplo y este (Marca dos puntos en una recta que dibuja en la pizarra) y vamos a decir que este es el punto x_1 y que este es el punto x_2 y este sería el punto y_1 y este sería el punto y_2. Generamos esto un triángulo ¿cierto? y vamos a decir que este pedacito esta distancia se llama $x_2 - x_1$ y acá tenemos $y_2 - y_1$ entonces la pendiente que está tomada como la distancia del eje y dividida por la distancia del eje x de los puntos que hemos tomado de cualquiera de los puntos de ella

52:04 P: Por ejemplo, si tenemos el punto $(3, 5)$ y el punto $(5, -13)$ vamos a calcular la pendiente, calcular m, el que usted quiera que sea el punto uno o el punto dos, da exactamente lo mismo, porque los dos puntos pasan por la recta, por lo tanto, pertenecen a la recta, por lo tanto no importa cual usted eligió primero o elige segundo ¿ya?. Entonces yo los marco para no equivocarme, si alguien quiere marcar este como (x_2, y_2) y este como (x_1, y_1) ningún problema. Pero, los marco porque todos nos podemos equivocar, es parte de la vida, estamos distraídos o nos confundimos los marco. Calcular m, entonces escribo una de las fórmulas que me pareció más práctica o que yo me quiero recordar y Juan segura vivió tantos años que... y lo hago con mucho cuidado que no es largo el cálculo, pero normalmente se equivoca, así que hay que tener mucho cuidado en el ¿y_2 es? ¿cuánto es y_2? ustedes me cuentan

53:36 A: -13

53:37 P: -13, gracias, menos, ahí dice menos, menos ¿cuánto? -5 y después decía x_3¿ cuánto es? 5 y le quito x_1 que es 3 ¿cuánto nos da?

54:08 A: -18

54:09 P: $-18/2$ se simplifica, y ¿cuánto es -18 partido por 2? 9 ¿con qué signo? -9. Como dio negativa ¿qué forma va a tener nuestra recta? así, es decir, cuando yo la grafique, cuando yo grafique esta recta sé más o menos cómo debería ser. Me queda como está en esta gráfica, me equivoqué estamos mal.

54:44 A: intervención de alumno (no se alcanza a escuchar)

54:45 P: es que como me dio negativa, yo sé que va a estar graficada así, el ángulo que forma es entre 90 y 180.

54:58 A: ¿pero cómo puedo saberlo?

54:59 P: así, porque yo tomo una recta cualquiera, cualquier recta, por ejemplo, si la pregunta fuera de alternativas y dijera: dada la pendiente ¿cuál sería un posible gráfico? y me dan ejemplos nada más, o sea yo no sé exactamente el gráfico no lo puedo reconocer, lo voy a borrar esto lo estoy haciendo rápido, si me dan una recta así no es, porque es positiva ¿por qué? porque este ángulo que formó si yo hago así, 90 es menor que 90 ¿ya? Les voy a dar una bien parecida acá, pero tampoco porque 90 tiene que ser mayor que 90 ¿ya? si me dan una así, tampoco porque yo ya sé que alfa, el ángulo, es a cero. Y si me dan una, independiente de la manera, suponte así, yo tomo aquí, 90 grados y yo ya sé que el ángulo que forma esa recta es mayor que 90, por lo tanto, yo diría que la gráfica que podría corresponder a esa pendiente tiene que ser esta.

56:17 A: ¿y esa no podría ser la de arriba, la de 180?

57:20 P: no porque es entre 0 y 180, no incluye al 180, para que dé negativa el ángulo está entre 90 y 180 no incluye ni al 90 ni al 180.

56:39 A: ¿entonces sería un ángulo obtuso?

56:40 P: obtuso, obtuso claro, un ángulo obtuso, exacto. Lo voy a borrar, ya lo calculamos.

57:01 P: Ahora dados dos puntos yo puedo encontrar la ecuación de una recta que pasa por esos dos puntos, pero si yo ya tengo los dos puntos, calcula la pendiente y puedo definir de manera más simple la definición, yo voy a calcular la ecuación de una recta voy a encontrar de la ecuación de una recta, dado un punto o dado dos puntos, o dado un punto y la pendiente de las dos formas se puede hacer. Vamos a calcular la ecuación de una recta, dados dos puntos, la ecuación es la siguiente:

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1) \tag{B.3}$$

La pendiente la saqué con los dos puntos que me dieron, vamos a poner al tiro los puntos para no escribir tanto (x_1, y_1), (x_2, y_2). Para calcular m ocupe los dos puntos que los acabo de explicar y ahora para calcular la ecuación de esta recta qué pasa por estos puntos, dados dos puntos serían de ella. Es lógico que son de ellas pero por si acaso, calcular la ecuación de una recta dados dos puntos de ella, con los dos puntos calculé la pendiente, si tengo la pendiente tomo cualquiera de los dos puntos, da lo mismo, elegimos uno para la ecuación y género esta ecuación. Entonces para el ejemplo vamos a calcular la ecuación de la recta qué pasa por los puntos anteriores que ya dimos porque como ya tenemos calculada la pendiente vamos a calcular. Entonces, encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos y los puntos van a ser los mismos de recién para que nuestra pendiente ya esté calculada: $(3, 5)$ y $(5, -3)$. Entonces vamos a marcar si usted elige el primer punto o elige el segundo punto da exactamente lo mismo.

00:00 P: Les va a dar exactamente el mismo resultado, por lo tanto, vamos a decir. Supongamos este es el primero, porque sólo son números más chiquititos, conviene también elegir el que tiene los números más simples, va a hacer más rápido. Entonces queda $y - y1$ ¿Cuánto vale $y1$?

00:16 A: 5

00:17 P: 5 igual ¿la pendiente cuanto valía? Ya está calculada $y - 5 = -9(x - 3)$

00:32 A: 3. Que es 3, bien. Ahora vamos a emplear los conocimientos que teníamos nosotros en la prueba anterior, que decía este número multiplica a ese, conservo los signos ¿cierto?, por lo tanto, me queda que ¿-9 por x.

00:50 A: $-9x$

00:51 P: ¿menos por menos?

00:53 A: Más

00:54 P: ¿9 por 3?

00:55 A: 27. $y = -9x + 27 + 5$ ¿Qué pasó con este signo? ¿Cómo pasa?

00:59 A: Sumando

01:00 P: Por lo tanto $y = -9x + 32$. Entonces resulta ser que yo puedo encontrar el valor de y dado el valor de x, cuando yo encuentre esta ecuación de la recta, yo puedo escribirla ahora como una función lineal, lo voy a escribir, pero igual la voy a colocar . Recuerden que habíamos dicho $f(x) = y$ ¿Habíamos escrito eso? ¿Qué $f(x)$ era igual a y? sí, entonces como tengo Y igual eso, voy a decir que: $f(x) = -9x + 32$.

02:03 P: Esto sería en lenguaje algebraico, esto sería la expresión algebraica de la recta, si me dan los dos puntos de manera literal, que me digan: si para un valor 3 cualquiera, un resultado 5, con el negativo no me resulta mucho como para decir.

02:23 P: 3 panes me cuestan \$5 pesos y 5 panes -\$13 no me resultó el ejercicio, entonces, le tendría que darle un valor si una variable toma valor 3, su imagen es 5, en palabras. Entonces uno dice: ah, entonces me están hablando de un punto y escribo el punto o me dan un gráfico y me muestran estos puntos, tal cual y yo los saco ¿ya? Me lo pueden dar gráfico o me pueden dar una tabla con los valores y yo encuentro la ecuación.

02:57 P: Veamos cómo podemos, ahora la idea de nosotros es contextualizarlo todo, está la materia ¿ya? pero, nosotros ¿para qué queremos aprender esto? ¿Por qué nos dicen que tenemos que aprender la función lineal? Para poder resolver problemas ¿cierto? Así que lo que ahora necesitamos es que estos contenidos los podamos reflejar en cómo resolver un ejercicio ¿ya? Entonces me van a ayudar harto todos, van a salir todos de ayudantes. Entonces ahora vamos a contextualizar la situación, si quieren trabajar con el compañero, leer. Obviamente vamos a partir con la n°1, vamos a tratar de ir ordenados depende del tiempo, nos vamos a ir saltando. (alumna le habla a la profesora, pero no se logra entender)

04:12 P: Pero llegó peinadita

04:14 A: Si, por lo menos, leseé toda la mañana (otra alumna le comenta a la profesora que se ausentó por ir a tomarse un examen)

04:22 P: No te preocupes, no hay problema, toma.

Episodio 4: ejercicio 1 guía 3 función lineal

Este episodio está registrado en el video 17, desde el minuto 04:49 hasta el minuto 20:59.

En este episodio, la profesora trabaja con una tercera guía y comienza a con el siguiente enunciado:

1) En cierta fábrica de neumáticos se determinó que la función de utilidad para la venta de sus neumáticos está dada por: $U(x) = 30x + 60$, donde x es la cantidad de neumáticos, y U es la utilidad **en miles de pesos.**
   a) Determinar la utilidad al vender 60 neumáticos.
   b) Determinar el número de neumáticos que debes vender para que la utilidad sea de $ 2.610.000

Estas tareas las resuelve mediante cálculos aritméticos y la utilización de un trabajo algebraico algorítmico.

Transcripción del episodio 4

04:49 P: Entonces, podemos leer nuestro primer ejercicio ¿lo pueden leer en voz baja ustedes un minuto?

05:06 P: ¿Lo leyó ya? El nº1 ¿lo leyó Sebastián?

05:20 A: En eso estoy.

05.23 P: ¿En eso está? ¿Héctor lo leyó?

05:35 A: Sí profe.

05:36 P: Lo leyó, ah ya.

05:36 P: A ver, yo les voy a hacer una pregunta, pero muy simple: dentro de las 4 representaciones que podemos tener para una función ¿cómo nos mostraron esta función? ¿cómo nos entregaron los datos? ¿lenguaje natural, tabla? Qué tipo de lenguaje usaron, ¿cómo nos llegó a nosotros este ejercicio? ¿Hay una tabla, ven una tabla en el número 1?

06:06 A: No

06:08 P: ¿Un gráfico?

06:09 A: No

06:10 P: ¿sólo palabras?

06:11 A: Lenguaje algebraico

06:14 P: Lenguaje algebraico ¿Ismael? Ismael, es lenguaje algebraico (Profesora hablando a Ismael) Pero yo lo había visto sentado allá, lo he andado buscando todo el rato.

06:22 A: Pero no estaba allá.

06:23 P: Pero se cambió de lugar, por eso yo decía Ismael se cambió de lugar ¿no estaba allá?, ya, me confundí. Lenguaje algebraico me dijo Ismael ¿están de acuerdo?

06:36 A: Sí.

06:37 P: ¿Me dieron la expresión algebraica para esta función? ¿si? ¿de acuerdo Benjamín?

06:52 A: Maximiliano

06:53 P: Perdón me equivoqué, ¿me lo puede leer usted? Que tiene voz alta bonita varonil. (inaudible).

07:08 A: En cierta fábrica de neumáticos se determina la función lineal $U(x) = 30x + 60$, donde x es la cantidad de neumáticos y donde U es la utilidad de miles de pesos. a)

Determinar la utilidad al vender 60 neumáticos b) Determinar el número de neumáticos para que la utilidad sea \$2.610.000

07:38 P: Bueno el dato que nos dieron. Ustedes lo van a hacer, es una lista de ejercicio, yo sólo voy a ordenar las ideas. En la n°1 dice: $U(x) = 30x + 60$. Me dieron la expresión algebraica que representa esta función ¿cierto? y sumamente importante eso que dice ahí uno debería escribirlo aparte. ¿Qué es x? cantidad de neumáticos ¿Y qué es lo que es y? la utilidad ¿en qué? ¿en qué es la utilidad Ismael?

08:20 A: En miles de pesos.

08:21 P: ¿y cómo está en miles de pesos ahí?

08:24 A: En mil.

08:25 P: Si, pero ¿no está en negrito ahí? Sí porque es sumamente importante, claro, o sea, sí con negrita cursiva y subrayado no lo ven, entonces ya no es problema de la prueba. Ya, la pregunta es la siguiente. Andrés en la letra a, dice bien cortita ¿me la puedes leer?

09:16 A: Determinar la utilidad al vender 60 neumáticos.

09:18 P: ¿Qué me dieron? ¿Qué dato me están dando?

09:23 A: La x, la cantidad de neumáticos.

09:32 P: Me dieron la x, me piden la y, pero sabemos que: $U(x) = y$ ¿cierto? Por lo tanto ¿Qué van a hacer? Yo lo acabo de escuchar, así como un coro ¿Qué tienen que hacer para encontrar esta solución?

09:49 A: Reemplazar x por 60.

09:52 P: Ya, bien, reemplácenlo y me cuentan cuánto les da.

09:55 A: \$1.860.

09:57 P: ¿Ya lo hicieron? Oh que estamos rápidos ¿alguien quiere hacerlo?

10:00 A: No.

10:03 P: ¿Son muy tímidos?

10:07 A: No puedo, estoy enfermo

10:10 P: No se siente muy bien, pero ha colaborado bastante Héctor, no se preocupe.

10:14 A: ¿Qué dijo?

10:17 P: Ya, fue en otro idioma, pero no importa, yo tampoco entendí, no entendí lo que él dijo, pero no te preocupes y ¿Por qué no va usted?

10:28 A: No profe.

10:33 P: ¿Cuánto le dio?

10:36 A: \$1.860.

10:37 P: \$1.860

10:38 P: Está en la pizarra, incluida la suma.

10:45 P: O sea, si ponemos: $U(60) = 30 \cdot 60 + 60 = 1800 + 60 = 1860$

11:17 A: 1.460.000

11:22 P: Exacto. La función cuando yo obtengo el resultado, ese resultado lo debo convertir a lo que ahí dice, a miles de pesos y ¿Cómo se hace eso? ¿se multiplica? ¿cómo lo hicieron ustedes?

11:36 A: Se multiplica por 1000

11:39 P: Se multiplica por 1000. No pueden colocar que esto es lo mismo. Esto está malo, lo que estoy escribiendo: Mucha gente dice "entonces dio 1860", por lo tanto, pongo aquí que agrego los tres ceros y escribimos signo igual. Lo voy a tener malo y nos vamos a hacer enemigos y no lo voy a querer nunca más, porque para ustedes es lo mismo, pero en la realidad no es lo mismo, por lo tanto, ese cálculo lo tiene que hacer aparte. Entonces vamos a escribir: $1860 \cdot 1000$. Aparte, porque el resultado se expresa en miles, se multiplica por 1000. No está malo si un alumno en la respuesta dice: 1.860 miles de pesos, si lo escribe con palabras, tampoco va a estar malo, pero tiene que recordar colocarlo o explícitamente multiplicándolo o dejándolo evidente en la unidad. Al multiplicar por 1000, me va a dar los tres ceros. Entonces la utilidad de vender, porque hay una respuesta, la utilidad de vender 60 neumáticos es de \$1.860.000, $1860 \cdot 1000 = 1{,}860{,}000$.

12:50 A: Profe, le faltó el signo peso.

12:53 P: No, porque aún no he colocado la respuesta.

12:56 A: Uh toma, mega gol.

13:04 P: Ahora le voy a colocar, está bien, si yo bajo nota por eso, así que esté bien Ismael, está bien, sí como pecas pagas dicen ¿cierto? yo les quitó por todo décima ¿cierto? si soy muy malvada ¿cierto? soy malvada, así que está bien jajaja. Entonces vamos a escribir: Respuesta: La utilidad de vender 60 neumáticos es de \$1.860.000, y ahí coloque el signo peso, ya ahora la letra B.

14:04 A: Determinar el número de neumáticos para que la utilidad sea \$2.610.000

14:08 P: Eso dice: determinar el número de neumáticos ¿Quién tiene la variable? ¿Quién encuentra la cantidad de neumáticos? ¿cómo se llama esa variable?

14:18 A: x.

14:20 P: x ¿y nos dieron x? ¿O nos piden que encontremos x?

14:24 A: Que encontremos x

14:25 P: Que encontremos x, por lo tanto, yo pondría aquí: ¿$x =$? no sé, no la conozco ¿pero que me dieron?

14:33 A: Las utilidades

14:34 P: Las utilidades ¿y cuánto es?

14:36 A: \$2.610.000

14:39 P: Ya, fijarme ¿coloco ese número tal como está? ¿o lo escribo distinto? Recuerden que la función entrega un número expresado en

14:52 A: \$2.610

14:53 P: Vamos a poner sólo \$2.610, porque a ese valor se le multiplicó por 1000 ¿no es cierto? Ahora, hay que quitarle esos 1000, por lo tanto, Cuando decía $2.610.000 no se colocan ¿cierto? ¿Está bien? ¿están de acuerdo?

15:13 A: Sí.

15:14 P: ¿No hay duda de eso? pero tenemos dos datos, tenemos que la utilidad es esto, pero también conocemos el modelo algebraico de esto que es, por un lado $U(x) = 2{,}610{,}000$ esos tres ceros, no se colocan y por otro lado tenemos que: $U(x) = 30x + 60$ ¿se acuerdan de los sistemas de ecuaciones?

15:33 A: (no se entiende lo que dice el alumno)

15:35 P: Eso, tenemos dos igualdades ¿Qué hacemos? Tenemos dos expresiones iguales, por lo tanto ¿Qué hacemos Sebastián?

15:45 A: Quedaría 2610/30

15:53 P: No, tengo esta expresión y esta expresión, una dice que vale esto, y la otra dice que vale esto otro, que este $(30x + 60)$ que éste es un modelo algebraico y este (2.610) es un valor ¿Qué hacemos con estas expresiones? ¿Qué hacemos con estos dos datos? ¿Qué hago con esos dos datos?

16:12 A: Los sumo, suma el 2.610 con los 60 y después el resultado lo divide en 30. Otro alumno dice: $30x \cdot 60$.

16:25 P: Ah, bien, lo igualo, hago una igualación entre esos dos, es decir, igualo, entonces $30x + 60 = 2610$.

17:00 P: Para que firme

17:27 P: Dio 85 ¿ya lo resolvieron?

18:02 P: ¿Le dio 89?

18:02 A: Sí. Otro alumno: está malo.

18:25 P: ¿89? Resolvemos entonces $30x = 2610 - 60$, $x = 2550/30$. Respuesta $x = 15$. Entonces ¿cuál sería la respuesta?

19:27 A: 85

19:28 P: 85 neumáticos.

19:31 A: Se necesitan 85 neumáticos para generar una utilidad de 2.610.000.

19:38 P: ¿Qué hace? ¿Vende los neumáticos? ¿Qué se hacen, se venden?

19:41 A: Sí.

19:43 P: Entonces se deben vender 85 neumáticos para obtener una utilidad de ¿Cuánto?

20:15 A: $2.610.000

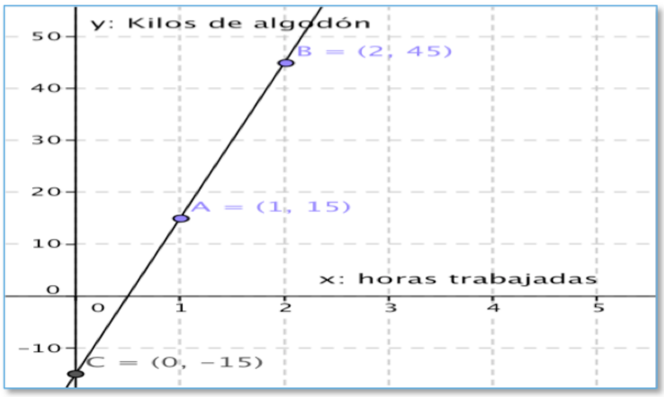
20:18 P: Lo anterior ¿cierto? Tal cómo me lo habían dado $2.610.000 (Respuesta en la pizarra): Se deben vender 85 neumáticos para obtener una ganancia de $2.610.000.

Episodio 5: ejercicio 5 guía 3 función lineal

Este episodio está registrado en el video 17, desde el minuto 21:00 hasta el minuto 51:38.

En este episodio, la profesora trabaja con el ejercicio 5 de la tercera guía, cuyo enunciado es el siguiente:

5) La función que determina cuantos kilos de algodón recoge un algodonero en un día de trabajo está representada en la siguiente gráfica, el algodonero demora media hora preparándose todos los días cuando inicia la jornada, donde **y** representa los kilos de algodón recogido y **x** el tiempo transcurridos en horas.



a) Según la gráfica, determine la función que modela la situación

b) ¿Cuántos kilos recoge el algodonero si trabaja 5 horas?

c) Si el algodonero quiere recoger 225 kilos ¿cuántas horas debe trabajar?

Estas tareas las resuelve mediante cálculos aritméticos y la utilización de un trabajo algebraico algorítmico.

Transcripción del episodio 5

21:00 P: Por efecto de tiempo me voy a saltar porque necesito hacer esa y si nos queda tiempo, hacemos la otra. Me voy a saltar a la pregunta 5, quiero que la lean detenidamente la pregunta 5.

Todas estas preguntas están sacadas de la guía grande que está enviada, de hecho, yo también había recopilado estos ejercicios en una hojita, que algún día pude imprimir, pero está ahí ¿cierto? Tienen otra más, dos guías, una que tiene alternativas incluso, de función lineal con respuestas ¿la han visto? ¿no? ¿Sebastián?

21:18 A: No la he revisado.

21:19 P: No la ha revisado.

21:20 A: ¿Ya están los controles?

21:22 P: Sí, ya están ¿alguien los ha mirado?

21:29 A: No.

21:33 P: El día de la prueba, dice acá cuando es la prueba, pero no ando acá con el cuadernito.

21:44 A: ¿A fin de mes, el 29?

21:50 P: Es que esta es de funciones, ah no, es que esta es la grande, es que tú tienes esta gigante, esta, esta era, esta guía la había puesto en el sistema, pero para que le echen una miradita ¿ya Sebastián?

22:13 A: Sí profe. Otro alumno: ¿alguna décima va a dar?

22:15 P: Vamos a ver cómo trabajan.

22:16 A: Hemos trabajado súper bien, tres puntos bases.

22:20 P: Sí, tres puntos bases. Ya ¿leyeron la pregunta 5? ¿Cómo nos dieron los datos? ¿nos dieron una tabla?

22:33 A: No.

22:34 P: ¿no? Nos dieron un gráfico ¿Qué puedo sacar del gráfico?

22:43 A: La función, los valores.

22:56 P: Los valores, pero ¿Qué valores? ¿Cuáles valores puedo sacar del gráfico?

23:00 A: x e y.

23:06 P: x, y ¿Qué significa solo sé que es y?

23:08 A: Los puntos.

23:10 P: Los puntos ¿Qué representa x? ¿puedo sacar esos puntos de la pregunta 5?

23:19 A: Sí.

23:20 P: x es

23:22 A: Las horas trabajadas.

23:23 P: Las horas trabajadas, es el tiempo, pero está medido en horas, entonces x en la pregunta 5 ¿sería?

23:30 A: Horas trabajadas.

23:31 P: Horas trabajadas y la unidad de medidas son las horas ¿y el eje y?

23:43 A: Los kilos de merca

23:47 P: ¿Kilos de qué?

23:48 A: De mercancía

23:51 P: De mercancía ¿pero ¿cuál era esa mercadería?

23:54 A: Kilos de algodón

23:56 P: Kilos de algodón que recoge, kilos de algodón recogidos. Chiquillos me pueden contar quienes tienen puntos, ¿qué puntos podemos tener? ¿podemos buscar un punto en conjunto? ¿Qué me den un punto?

24:24 A: $(1, 15)$.

24:25 P: ¿el $(1, 15)$ me quiere dar?

24:27 A: No.

24:29 P: El punto $(1, 15)$.

24:34 A: $(2, 45)$.

24:36 P: Ella me dijo $(2, 45)$, también.

24:39 A: El otro es $(0, -15)$

24:41 P: $(0, -15)$ ¿está bien $(0, -15)$?

24:48 A: Sí.

24:50 P: Aquí podríamos regalar décimas jajaja no, en serio ¿hay alguien aquí que nos pueda dar un cuarto punto?

25:04 A: $(3, 75)$.

25:12 P: El 3 y el 75, le sumo 30 así.

25:16 A: O 35

25:17 P: ¿Cómo?

25:18 A: 1,5 y 35.

25:20 P: Ya, a ver, voy a preguntar de nuevo ¿alguien me puede dar otro punto sin ver el gráfico?

25:26 A: No.

25:27 A: $(3, 65)$.

25:28 P: No. Borremos el gráfico, no les dieron el gráfico.

25:39 A: El $(0, 0)$

25:42 P: ¿$(0, 0)$? No, si no me dieron el gráfico.

25:48 A: Se lo dan esos valores.

25:50 P: No, no me dieron el gráfico. Leo todo, pero no miro el gráfico ¿habrá otro punto ahí? sin mirar el gráfico ¿hay algún otro punto?. Dice: La función que determina cuántos kilos de algodón recoge un algodonero en un día de trabajo y está representada por la siguiente gráfica. No la miremos, la borraron. El algodonero demora media hora, para prepararse todos los días cuando inicia la jornada.

26:27 A: $(0, 5)$.

26:33 P: Ya ¿Christopher verdad? Estamos súper cerca, pero algo es algo tiene que ver cómo sería

26:42 A: $(0, 75)$. Otro alumno: $(0, 5)$

26:48 P: Ya ahí sí. Nos dieron un punto extra con el lenguaje natural, hay un dato que nos dieron en lenguaje natural y no lo vimos, nos preocupamos del gráfico, pero a lo mejor nos hubiesen dado uno solo punto y ninguno más y nos hubieran obligado a buscar el otro. Entonces él antes de empezar su trabajo, antes de empezar a recorrer, ósea, de recoger el algodón el probablemente se cambia de ropa, a lo mejor de donde él llega hasta donde se tiene que trasladar, como lo que debe ocurrir con la gente que trabaja en el área de la salud, que se tiene que desinfectar las manos, ponerse los guantes, ponerse un traje hay un tiempo que ocupa ¿cierto? Nosotros tenemos que ir a buscar un cafecito, una cosa así, es decir, antes de partir hace alguna actividad, es verdad. Estamos hablando de la vida real la vida real es así entonces, todavía no le ha enseñado nada, pero ya se tomó un cafecito el profesor, la profesora ¿Ya? Ahí vemos que se demora media hora en recoger 0 kilos de algodón y ese dato estaba en lenguaje natural. Y yo podría apostar, no necesariamente, pero es muy probable que lo que más le cuesta el alumno es interpretar algo del lenguaje natural y llevarlo a una realidad ¿ya? Así que es eso es lo que más nos cuesta ver la pregunta A dice ¿que decía? ya Sebastián léame, solo la letra A del número 5.

28:47 A: Dice según la gráfica de la función, modele la situación.

28:51 P: Según la gráfica, ¿escucharon lo que están conversando? según la gráfica.

28:56 A: Según la gráfica determina la función que modela la situación.

28:58 P: ¿Podemos hacer eso? ¿podemos encontrar algo así? como trabajamos antes podemos encontrar algo así: $f(x) = -9x + 32$

29:12 A: Sí

29:13 P: Tengo dos puntos ¿Qué puntos quiere tomar usted? Cualquiera, ya ¿Pero para qué para qué va a tomar esos dos puntos? ¿para calcular qué cosa? escriba qué puntos quiero tomar para qué ¿para calcular qué cosa?

29:34 A: Para calcular el ángulo

29:40 P: primero ¿qué calculamos para encontrar el modelo de la función? pero ¿que encontramos primero? ¿que calculamos recién? ¿Qué calculamos hace poquito rato? ¿que calculamos? ¿qué está calculando?

30:07 A: Ah no, yo estoy haciendo la 2.

30:14 P: Se va a volver a cambiar ¿no? ya a ver ¿Qué necesito calcular primero? Nosotros tenemos 2 pasos para encontrar este modelo ¿Cuál es el primero? En una recta ¿Cuál es el primer cálculo? ¿Qué hicimos recién? ¿Qué calculamos pues chiquillos? ¿Cálculo de qué?

30:48 A: ¿Del dominio?

30:51 P: Para poder encontrar la ecuación de la recta ¿qué necesito?

30:56 A: La pendiente

30:57 P: La pendiente, Héctor dijo la pendiente ¿están de acuerdo o no?

31:02 A: Sí.

31:03 P: Ya, calcúlenla. Entonces vamos a calcular m, con los puntos que usted quiera, cualesquiera de esos cuatro puntos son válidos. Ya, cuando lo hayan calculado lo hacemos, primero me dicen cuanto les da. Tome cualquiera de los dos puntos. Sebastián, calcúlela altiro altiro, vamos.

31:36 A: ¿Le voy a buscar agüita profe?

31:38 P: No, gracias. Ya pues, la m, vamos.

31:55 A: Del $(1, 15)$ y del $(2, 45)$.

31:58 P: Ya, calcúlenla con los puntos que quiera. Ya pues Sebastián, calcúlelo.

32:18 A: 30.

32:19 P: ¿30 le dio? ¿con qué punto lo hicieron?

32:27 A: Con el $(1, 15)$ y el $(2, 45)$.

32:29 P: Con el $(1, 15)$ y el $(2, 45)$.

32:32 A: ¿Pero da lo mismo con el punto que uno toma?

32:33 P: Da lo mismo. Constanza ¿con que punto lo están haciendo ustedes?

32:38 A: Llegué recién.

32:29 P: Llegó recién.

32:40 A: Profe.

32:41 P: ¿Sí?

32:42 A: ¿Dan lo mismo los puntos?

32:42 P: Claro, porque siempre van a dar lo mismo, porque todos los puntos pasan por la recta (alumno algo le dice a la profesora).

33:02 P: ¿Le dio 30 con esos puntos? ¿Alguien tomó otros puntos? ¿No? ¿Jeremy tomó otros puntos? ¿Cuáles, los mismos? ¿Y ustedes también tomaron los mismos puntos? Ya, los marcamos ¿está bien? Vamos a escribir la fórmula para recordarla, la que quieran, ya sea: $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$. ¿me dicen los valores que toman? ¿Qué valores escribo?

33:47 A: $45 - 15$

33:48 P: $45 - 15$, lo divido por $2 - 1$ ¿y eso me dio?

33:53 A: 30.

33:55 P: $30/1$, es decir, 30. ¿Qué hago ahora? Ya tengo una pendiente ¿Qué puedo encontrar gracias a la pendiente? ¿Qué podemos encontrar si ya tengo la pendiente? (un alumno habla, pero no se entiende) ¿Qué cosa? La ecuación ¿y cuál es la fórmula de la ecuación, Sebastián?

34:30 A: $y - y1 = m(x - x1)$

34:37 P: Ya, reemplazamos con esos valores y lo hacen solitos, todos, vamos. Almendra, hágalo, termínelo y me cuenta cuanto le da.

35:22 A: Profe, el $x_2 - x_1$ (no se alcanza a escuchar más).

35:29 P: Ah, es que tomé un puro punto, tomas el punto que tú quieras, pero solo se trabaja con un punto. La ecuación general se trabaja con un punto, porque ya calcule la pendiente con el otro punto. De hecho, perdón, en esa ecuación, con cualquiera de los otros puntos que no calculé la pendiente, porque todos los puntos pertenecen a la recta, así que no importa con qué punto uno trabaje.

36:05 A: Profe, es que yo lo hice con el $(0, 5)$ y el $(0, 15)$.

36:07 P: Sí, pero mira, es $0 - -15$ ¿sí o no?

36:16 A: ¿Me da otro menos?

36:17 P: Otro menos, pero le quedo más igual, pero había otro menos de casualidad y entonces, $0 - (-15)$ y $0{,}5 - 0{,}05$ y esos $15/0{,}5$ van a dar 30 y los saco así: $y - 15$, pero aquí si tenemos problemas $y = -(-15) = 30 \cdot x - 0$, entonces queda: $30x =$.

36:50 A: $30x = 15$.

36:51 P: No, pero es que la fórmula es $y-$.

36:54 A: Ah esa de ahí.

36:56 P: Es 15, así que ahí hay un detalle, ¿termino?

37:03 A: No.Reemplácelo por cualquier punto ¿terminó?

37:11 A: No.

37:12 P: Ya pues ¿Cuánto va a dar? ¿Cuánto le dio? ¿la terminó?

37:21 A: No sé si está bien.

37:26 P: Está bien, entonces pones: $f(x) = y$, osea, $f(x)$ igual a eso de acá.

37:32 A: Profe.

37:33 P: ¿Quién me llama?

37:34 A: $30y - 15$

37:35 P: Si, está bien.

37:37 A: ¿Y esta?

37:38 P: ¿Cuál?

37:39 A: ¿Y entonces Y por cual lo reemplazo?

37:43 P: No, x e y son valores que van, no se cambian nunca, son para encontrar el modelo (alumno comenta algo, pero no se alcanza a distinguir).

37:50 P: No, si x e y van en la fórmula.

37:53 A: Pero ¿cómo los reemplazo en la fórmula?

37:54 P: No, lo deja como una y, tal cual, con la letra.

37:59 A: Con la letra y.

38:00 P: Si, con la letra y.

38:04 A: ¿Profe está bien?

38:06 P: Espéreme un segundo ¿cómo?

38.09 A: ¿Esta bien eso?

38:10 P: $y - 15$ pero, el $30x$, aquí es solo x, eso lo dejo y eso lo resto ¿no?

38:26 A: Me da 15.

38.28 P: No, porque no tenía x, $30x - 30$, no son términos semejantes. Ya, a ver ¿Cómo era?

38:38 A: Entonces lo que me dijo que podía reemplazar y_1 o x_1.

38:40 P: Solamente eso.

38:41 A: Ya ¿y estos qué? ¿también los puedo reemplazar?

38:44 P: Sí, también los reemplaza.

38:45 A: ¿Y esos no?

38:46 P: Esos no. Ya, para que hagan una expresión y igual a $f(x)$. Bueno, varios ya encontraron el modelo lineal, traten de contestar la pregunta A y la pregunta B, si terminan esa parte tratan de contestar las preguntas. Bueno, en esta expresión la Y no cambia, es fija, en esta expresión no reemplazo por ningún valor la letra y, ni reemplazo por ningún valor la letra x. Solamente puedo reemplazar y_1; x_1 y la m ¿ya? Para que nosotros quedemos en una expresión $y(x)$, en el caso que la función no sea constante ¿ya?, entonces esos no se...

39:40 A: Profe ¿está bien o no?

39:45 P: Esta bien y ahora escriba $f(x) =$ para que quede más explícita.

39:50 A: ¿Está bien hay o no?

39:54 P: Si, $30x - 15$, sí, está bien. Ya, entonces, miren, nosotros empleamos estos dos puntos para sacar la pendiente ¿cierto? Ocupemos este punto para calcular la ecuación. Debería sacar exactamente lo mismo, porque este punto pertenece a esa recta ¿ya? En ese caso ¿cuánto sería (x_1, y_1)? Este sería mi x_1 y este sería mi y_1 ¿está bien? Me tiene que dar lo mismo que si alguien más elige: $(1, 15)$; $(2, 45)$; $(0{,}5, 0)$ la función debería ser la misma. Tengo fórmulA: $y - y1 = m(x - x1)$, $y - (-15)$ (algo comenta un alumno, no se alcanza a distinguir)

41:12 P: Si pues, si estoy haciendo eso, estoy haciéndolo con este punto, solo para demostrar que no importa el punto con que lo haga, me debería dar el mismo resultado. Ya ¿m cuánto vale?

41:30 A: 30

41:31 P: $30x$ menos y el x_1 de este punto es 0 ¿está bien? bueno, esto lo cambio, menos por menos da más multiplicó $30x - 30$ por 0 es igaul a 0 ¿cierto? por lo tanto, y me va a quedar $30x - 15$ ¿Le dio lo mismo que con otro punto tomado?

42:01 A: Sí.

42:03 P: Por lo tanto, ustedes pueden elegir cualquiera de los puntos, porque todos pertenecen a la recta ¿qué es lo que encontré entonces aquí? Encontré la función que modela esa situación (en la pizarra)

$$y - y1 = m(x - x1)$$

$$y - (-15) = 30(x - 0)$$

$$y + 15 = 30x - 0$$

$$y = 30x - 15$$

$$f(x) = 30x - 15$$

Y aquí conteste la letra A, es más largo ¿cierto? así que apuesten más por este tipo de preguntas, largos, que tengan más desarrollo. Yo apostaría ¿sí? Bueno, ya que tenemos el modelo lineal, se convierte en una pregunta en la cual, yo ya tengo la parte algebraica y se va a parecer a la pregunta 1 que acabamos de resolver, en donde me dieron el modelo algebraico ¿cierto? Contesto la alternativa B ¿Qué dice B?

43:15 A: Cuántos kilos recoge el algodonero si trabaja 5.

43:17 P: ¿Cuántos kilos? Vámonos, recuerden que aquí escribimos qué significaba x y qué significaba y. Siempre tenemos que escribir eso porque nos confundimos. Chiquillos acá normalmente uno dice: ya, le descuento un porcentaje porque se equivocó en un detalle. Pero si usted piensa que le dieron la y, y que en realidad le dieron la x, hay 0 puntos, no hay cómo colocar algo bueno, porque en realidad partió desde la base mal el ejercicio ¿ya? Así que hay que tener mucho cuidado con eso. Ya ¿Qué me están dando? ¿Cuántos kilos recoge? ¿Cómo decía Héctor? ¿Cuántos?

43:58 A: ¿Cuántos kilos recoge el algodonero si trabaja 5 horas?

44:01 P: Si trabaja 5 horas. Las 5 horas ¿son la letra x o la letra Y? mirando acá.

44:06 A: La x

44:08 P: La x. Entonces me dieron x: 5 horas y quieren que encontremos y ¿cierto? $f(x)$ que, en este caso, $f(5)$, calcularlo.

44:27 A: 120

44:29 P: ¿Ya lo hizo?

44:30 A: Una máquina.

44:32 P: Una máquina, súper rápido, ya: $f(5)$. ¿Con quién está conversando? No lo mire. (alumnos murmuran algo)

45:04 P: Pero hay que calcularlo ¿Por qué? Primero vea cuanto da ¿Cuánto le dio a usted?

45:10 A: 135

45:12 P: 135 ¿y cuánto les dio a ellos? ¿les dio menos? $f(5)$ ¿Cómo lo evalúo? $f(5) = 30 \cdot 5 - 15 = 150 - 15 = 135$ ¿y ellos que habían dicho?

45:38 A: 120.

45:41 P: ¿Ciento cuánto? ¿Lo tenía mal Christofer? Pero es que hay que comprobarlo.

45:45 A: Yo opino que decimas para los que lo hicimos bien, aquí todos los hicimos.

46:01 P: Entonces la respuesta sería, porque es con respuesta, todo tiene respuesta verbal, cuando me preguntan algo yo debo contestarlo con una respuesta escrita, en la que debo decir o indicar: las cantidades, unidades, kilómetros, metros, hijos, años, depende de lo que me estén preguntando en ese minuto la respuesta. Entonces la respuesta es...

46:32 A: En 10 horas de trabajo el algodonero logra recoger 135 kilos.

46:35 P: Gracias, súper bien, ya, la letra C, Matías. Gracias Ismael, pero a Matías también le vamos a pedir ¿Matías me puede leer eso, la letra C? por favor.

47:28 A: Si el algodonero quiere recoger 225 kilos ¿Cuántas horas tiene que trabajar?

47:31 P: Ya, si él quiere recoger ¿Cuánto era?

47:35 A: 225

47:36 P: 225 ¿Esos 225 es x o y?

47:41 A: y

47:42 P: ¿Y? ¿De acuerdo Matías? ¿si? y. Ya Ismael, ahora sí, usted me estaba ayudando $y = 225$ ¿Qué me piden?

47:53 A: x

47:54 P: ¿$x =$? No sé cuánto vale x. Si me dieron y significa que me dieron el resultado de la función evaluada en un x que no conocemos, pero la función la conocemos ¿cierto? Entonces $f(x) = 30x - 15$.

48:13 A: ¿Y eso es igual a 225?

48:17 P: Claro. Entonces vamos a igualar la expresión algebraica $30x - 15 = 225$. Ya, ahí cuanto les va a dar

48:35 P: ¿8 le dio?

48:36 A: Si.

48.37 P: ¿Están de acuerdo?

48:38 A: Sí.

48:41 P: ¿Le dio 8?

48::42 A: Si

48:43 P: Bien ¿Jeremy? ¿Cuánto da? Vamos

48:51 A: 240

48:53 P: Resolución letra C. Ya, entonces dejamos: $y = 225$, $x =$?

$$f(x) = 30x - 15$$

$$30x - 15 = 225$$

$$30x = 225 + 15$$

$$30x = 240$$

$$x = 240/30$$

$$x = 8$$

¿Qué vamos a responder? Respuesta: El algodonero debe trabajar 8 horas para recoger 225 kilos de algodón. Me parece, nos quedan unos 10 minutitos. Dentro de los ejercicios, hay uno muy parecido, lo que va cambiando es el contexto, se si fijan. Aquí es un caballero que recoge algodón, más allá teníamos una fábrica que vendía neumáticos, un señor que es socio de una compañía en la n°2, en la n°3 se leen unos productos de informática, en la n°4 un señor que es electricista. Por tiempo, me parece que la que va más directo y por el tiempo que nos queda, hacemos la 4, que es bastante más simple a mi parecer, por supuesto, hacemos la cuatro y nos podemos retirar.

Episodio 6: ejercicio 4 guía 3 función lineal

Este episodio está registrado en el video 17, desde el minuto 51:39 hasta el minuto 59:50.

En este episodio, la profesora con el ejercicio 5 de la tercera guía, cuyo enunciado es el siguiente:

4) Un electricista necesita comprar cable para realizar el cableado en una villa. La función que calcula el total de cable a utilizar está dado por: $C(x) = 180x + 20$, donde C es la cantidad de cable en metros y x es la cantidad de viviendas a cablear.

a) ¿Cuánto cable necesita para cablear una villa de 30 casas?
b) Si el electricista ocupó 12.260 metros de cable. ¿Cuántas viviendas cableó el electricista?

Estas tareas las resuelve mediante cálculos aritméticos y la utilización de un trabajo algebraico algorítmico.

Transcripción del episodio 6

51:39 P: Traten de hacerla, quien la termina luego

51:43 A: Profe, nos quedan 3 minutos.

51:51 P: ¿No es hasta las 12:30?

51:53 A: SI, hasta las 12:30.

51:55 P: Ya pues, la alcanzamos a hacer. Si la hacemos rapidito ¿Quién la hace más rapidito? ¿Me ayudan? ¿Gerard? ¿Carla? Ya chiquillos, Carla me va a ayudar, Gerard me va a ayudar, Andrés también me ayuda ¿cierto?

52:17 A: Buena.

52:17 P: Ya, Sebastián ¿me va a ayudar? Ya pues, a ver cuánto da, ya pues, calcúlela, pero trate de hacerlo ahora, intente hacerlo

52:48 A: Lo tengo todo anotado con el otro profe.

52:51 P: Ah, con su otro profe ¿Escucho música o es idea mía?

53:16 A: Rompieron el reloj de flores.

53:18 P: ¿Qué cosa?

53:20 A: Un deslizamiento de tierra.

53:22 P: Ah. Estamos haciendo el número 4, ya chiquillas, nosotras tenemos que ganar. Elizabeth ¿la cuatro? ¿Usted terminó la cuatro ya? Nos espera unos minutitos ¿Dónde va?

54:01 A: Profe ¿sería algo como así o no? ¿Está bien planteado?

54:11 P: Si, está bien. ¿Cómo va? Vamos, termine el ejercicio, es muy poquito el espacio para hacerla ahí.

54:27 A: No, si sé 54:28 P: Después lo tiene que pasar en limpio, ¿terminó? Oh que estamos rápidos ¿Cómo va?

54:52 A: ¿Ahora planteo una respuesta? Es que aquí están en los números, tendría que poner que estos son los cableados para cubrir 30 casas, se necesitan 5.420 metros de cableados y ocupando los 12.260 metros de cubren 68 casas.

55:11 P: Le falta la respuesta no más.

55:14 A: ¿Pongo la respuesta?

55:15 P: Sí. ¿Cómo va? Le falta la letra B. Bien, respuesta en unidades. ¿La terminó?

55:31 A: No.

55:32 P: ¿Por qué?

55:44 A: Porque no la entendí

55:38 P: ¿Qué me dieron? Ahí está el nº4 ¿Qué me dieron?

55:42 A: Dice que la la cantidad de cables en metros.

55:46 P: El resultado de la función, o sea, la variación de la función de cables en metros y X es: cantidad de viviendas, entonces ahí viene letra A, letra B.

55:53 A: Profe.

55:55 P: Dígame.

55:56 A: ¿Por qué en ese ejercicio hizo esa operación (no se aprecia que más dice el alumno).

56:07 A: Porque esos son los datos que tienes para usar.

56:09 A: O sea que, con esos datos, se necesitan esos dos.

56:13 P: Claro, dos puntos porque ya con esos dos puntos logré obtener el modelo de la función que fue $f(x)$ y de ahí sólo me piden x o y

56:25 A: Ah ya.

56:26 P: Pero la primera, la letra A es la más importante, porque si está malo el modelo, no vas a poder responder bien las otras preguntas.

56:32 A: Ya.

56:36 P: Se calcula primero la pendiente y después la ecuación de la recta y de ahí, va a llegar al modelo. Pero se tiene que fijar en los signos, porque si se equivoca ahí, obviamente las otras respuestas también van a estar equivocadas.

56:48 A: Gracias Profe

56:51 P: Ya, algunos ya han terminado ¿me ayudan? Ya ¿Cómo es la función, Ismael? Que está más cerquita ¿Cuál es la función? Cric cric, si me dicta la función no más ¿Cómo era la función?

57:13 A: $C(x) = 180x + 20$.

57:27 P: ¿Qué es $C(x)$? ¿Qué es y por ejemplo? Por que es la...

57:29 A: Es la... son los metros de cable.

57:38 P: Metros de cable, $y =$ a metros de cable, $x =$ a números de viviendas.

57:47 A: Número de viviendas

57.49 P: ¿Qué pide la letra A? que haya hecho la letra A . Usted ¿Cuántos cables se necesitan? ¿Cuál de las variables nos piden?

57:59 A: x

58:02 P: ¿Cuántos metros de cable se necesitan? Entonces nos están pidiendo y ¿y me dieron x?

58:10 A: Sí.

58:11 P: ¿Y cuánto es?

58.13 A: 180

58:21 P: ¿Pero x cuánto vale? ¿Cuántas viviendas?

58:23 A: 30, ¿Cómo podemos encontrar entonces y? ¿Qué tenemos que hacer? O sea, está en el contexto, dice: cuántos metros de cable se necesitan para cablear 30 casas y x era números de viviendas. Entonces vamos a evaluar Y ahí está nuestra expresión algebraica $f(30) = 180 + 30 \cdot 20$ ¿Y eso dio?

59:00 A: 5.420

59:05 P: $5{,}400 + 20 = 5{,}420$ ¿Respuesta?

59:17 A: Se necesitan 5.420 metros para cablear 30 casas.

59:21 P: Se necesitan 5.420 metros para cablear 30 casas y la letra B ¿Qué datos me dan en la B? Entonces ¿Qué dato es ese? Los 12.260

59:48 A: Los metros de cableado.

B.3.3. Clase 3

Esta clase se registró en los videos 24, 25 y 26. La clase fue grabada el día martes 23 de mayo del 2017 entre las 11:00 y 13:15.

Episodio 1: repaso clases anteriores

Este episodio está registrado en el video 24, desde el minuto 00:00 hasta el minuto 3:32.

En este episodio, la profesora repasa oralmente todo los visto en las dos últimas clases.

Transcripción del episodio 1

01:25 A: No nos haga pasar adelante, por favor.

01:30 P: Entonces, buenos días

01:33 A: Buenos días.

01:38 P: Veamos por un lado lo que vimos la clase pasada, que ya llevamos dos clases de funciones ¿cierto?.

01:46 P: La primera clase fue un poco de interpretación de la función: Cuando se cumple la función, cuando es función o cuando no es función, cómo se puede graficar una función, cómo podemos representar una función ¿cierto? De manera gráfica, una tabla o mediante lenguaje natural ¿cierto? y por otro lado llegar a la expresión algebraica de la función.

02:15 P: Lo que ellas cuatro representan una función ¿cierto? Cuando era creciente, cuando era decreciente también, vimos la función valor absoluto, el gráfico de la función valor absoluto; la función constante, que no cambia su valor ¿recuerdan eso?

02:40 A: Sí.

02:41 P: y en la clase pasada, la función lineal, su representación gráfica es una línea recta, aprendimos a sacar la línea recta ¿recuerdan que si nos daban dos puntos de esta función ¿qué podemos calcular? ¿con dos puntos que calculamos? la pendiente de la recta y además tuvimos que encontrar la ecuación de la recta que pasaba por ese punto, consiguiendo así el modelo y una situación particular, porque teníamos el enunciado, por lo tanto, dependiendo de los datos generados.

Episodio 2: definición de función cuadrática

Este episodio está registrado en el video 24, desde el minuto 03:32 hasta el minuto 35:29.

En este episodio, la profesora comienza definiendo un polinomio y luego toma los casos particulares de un polinomio de grado 1 y de grado 2. Sobre este último muestra los diferentes gráficos según la relación que existe entre los coeficientes.

Transcripción del episodio 2

03:33 P: Bueno, hoy día nosotros continuamos con la unidad de funciones polinómicas, con la parábola. ¿Recuerdan cuando vimos polinomios? un término: monomio, dos términos: binomio ¿se acuerdan?

03:50 A: Sí.

03:51 P: tres términos: trinomio ¿y cuando decíamos más de tres términos?

03:56 A: Polinomios

03:58 P: Cuatro o más términos: polinomio. Pero también le podemos decir multinomio, y expresamos de una manera particular a los polinomios ¿recuerdan eso? ¿sí?. Entonces, ese polinomio que habíamos definido antes, cuando aprendimos a dividir fracción de polinomio, incluso

04:28 P: Ahora vamos a escribir como función:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 x^0$$

¿Se acuerdan? Ahora esa expresión antes definía un binomio, ahora define un polinomio … ahora estamos definiendo una función polinómica y cuando $f(x)$, cuando es solamente este término $a_0 \cdot x^0$, recuerde que si lleva un 0 es un 1, por lo tanto, mi $f(x) = a_0$ no más ¿cierto?

05:24 P: O sea, $f(x)$ es igual a un valor, pero tenemos que a_0 no es un real. ¿Cómo se llama esa función?. Que decíamos, que, por ejemplo, el valor del pasaje del metro escolar o sea $f(x)$ me da igual a un valor que no pertenece a los reales ¿cómo se llamaba esa función?

05:52 A: ¿Constante?

05:53 P: Constante, función constante.

06:10 P: ¿Qué pasa ahora si mi $f(x)$, partí con ese, solo ese, ahora voy a agregar este. Ah, bueno ¿y de qué grado es esta función? ¿x a que está elevado, a cuánto?

06:27 A: A 1

06:28 P: Esta es de grado, la anterior.

06:31 A: 0

06:32 P: 0, grado cero, $f(x) = A_0$, función constante, grado 0.

06:44 P: Este es un polinomio ¿de grado? $f(x) = a_1x^1 + a_0x^0$

06:46 A: 1

06:47 P: 1, grado 1, porque es el máximo exponente de la variable x y es función lineal, pero particularmente a_1, estos son nuestros coeficientes y son cualquier valor real y particularmente le llamamos "m.ªl a_1 y a lo otro n que es nuestro coeficiente de posición de la recta ¿ya? especialmente le decimos esos nombres con $f(x)$ u otro valor, $f(x) = a_1x_1 + a_0x^0$, grado 1, función lineal.

07:23 P: Y ahora vamos a ver este, tengo $f(x) = a_2x^2 + a_1x^1 + a_0x^0$ ¿De qué grado sería este polinomio?

07:42 A: Grado 2.

07:43 P: De grado 2 y función cuadrática ¿ya? Entonces en vez de colocar: $a_2x^2 + a_1x^1 + a_0x^0$, vamos a colocar: a, b y c. Como cuando trabajamos las ecuaciones de segundo grado.

08:11 P: Recordar que la llamamos "función cuadrática"podemos decir que: $f(x) = ax^2 + bx + c$ donde a, b y c van a pertenecer a los números reales, negativos, positivos, decimales, decimales infinitos, decimales finitos. Pero lo más importante es que a, es el coeficiente que acompaña al x^2, sea distinto de 0. Si $a = 0$ ya no es una función cuadrática, si $a = 0$ nos puede dar una función lineal o quizás de grado 0, constante, una de ellas ¿ya? o a lo mejor, en este caso pueda dar de grado 2. Por lo tanto, debe ser distinto del 0. Su gráfica se llama "parábola", A no puede ser 0, pero vamos a ver qué pasa si: $a > 0$ se llama la concavidad, la concavidad va a ser hacia arriba, se va a decir que es çóncavaz nosotros vamos a tener un punto acá, que se va a llamar vértice ¿ya? b va a ser vértice, y el vértice representa en el eje o coordenada y, un mínimo. Este vértice va a ser un valor mínimo en la coordenada y. Veamos, yo tengo un gráfico. Johanna

11:28 A: ¿Ah?

11:29 P: También estoy hablando. Voy a poner una parábola cualquiera hacia arriba, ahí, cosa que nosotros decimos que el vértice... tomo la coordenada x_1 y la coordenada

y_1, si nosotros lo aplicamos, los valores que toma en el eje y la parábola, la gráfica de la parábola, los valores que toma en el eje y, justamente el y_1 es el más pequeño y de ahí hacia arriba van a ser números mayores ¿sí o no?

12:16 A: Sí.

12:17 P: Por lo tanto, por eso el vértice representa un mínimo, nosotros podemos poner una función que modele el costo de un artículo o un producto, y nosotros vamos a decir ¿para cuantos artículos el costo es mínimo? Por un lado, una variable independiente va a ser: números de artículos y en base a esa cantidad de artículos vamos a ver el costo y el costo mínimo va a estar al lado del vértice. Todos queremos tener los mínimos costos ¿cierto? y los máximos ingresos, por lo tanto, en este caso lo podríamos revisar así. Entonces el vértice señala el costo mínimo. Si nosotros vemos el dominio de esta función, aquí $a > 0$, $Dom f(x)$ es igual a todos los reales.

13:08 P: La parábola se va a abrir infinitamente, se abre, se abre, se abre. Entonces yo debería tomar todos los valores que están hacia acá (derecha) y también todos los que estén hacia la izquierda, por lo tanto ¿cuál sería el dominio? recuerden que el dominio ¿cómo lo sacamos nosotros? $dom f(x) = \mathbb{R}$

13:26 A: ¿De los reales?

13:27 P: De los reales, ¿cuál sería el recorrido? Cuando vemos el recorrido, nosotros miramos la gráfica en el eje y, pero ¿desde dónde partiría el recorrido de esa función?

13:44 A: De y

13:45 A: De 1.

13:46 P: Desde el 1 ¿hasta?

13:47 A: El infinito positivo.

13:49 P: Hasta el infinito positivo, por lo tanto, el valor más pequeñito que va a tomar el eje y es $Rec f(x) = [y_1, \infty[$

13:58 A: y_1.

13:59 P: y_1. Eso pasaba cuando $a > 0$ ¿Qué pasaba si $a < 0$? Si $a < 0$ la parábola va a ser para abajo ¿ya? nuestro vértice, también tiene un vértice.

14:28 A: Si es para abajo ¿es convexa?

14:32 P: Sí, es convexa. Si $a < 0$, el vértice, en este caso, el vértice de la parábola y la coordenada y del vértice es el máximo valor que toma el recorrido o el máximo valor que toma la función evaluada en el punto, en la coordenada x del vértice. Si $a < 0$ es convexa, V es igual al vértice de la parábola. La coordenada y del vértice es el máximo valor que toma el recorrido.

15:49 P: Entonces ahora hacemos una parábola, cualquiera, hacemos nuestro eje cuadrado x y ¿cierto? tomamos ese punto al x y este otro al y.

16:22 P: Si nosotros vemos ahora, el punto del vértice en el eje Y es el valor más grande que puede tomar la gráfica de la función ¿cierto? desde ahí en adelante los valores que toma Y van a ser menores.

16:52 P: Entonces el dominio de esta función es igual a los reales ¿y el recorrido?

17:16 A: Desde y_1 hacia el infinito negativo.

17:19 P: Hacia el infinito negativo en y, $Domf(x) = \mathbb{R}$ $Recf(x) = (\infty, y_1]$.

17:39 A: ¿cómo se perfila?

17:43 P: Lo que pasa es que cuando nosotros tomamos los reales, este es nuestros intervalos reales, aquí voy a agregar el 0, puedo colocar el y_1 donde yo desee. En este caso $y_1 > 0$ así que puede ser cualquier valor, pero es mayor que 0 para la gráfica y para acá (izquierda) son los infinitos negativos, por lo tanto porque así queda posicionado en la recta de los números reales ¿ya?

18:20 P: Vamos a graficar la parábola. Para graficar una función cuadrática, se debe: a) Encontrar las soluciones, raíces o ceros de la ecuación de segundo. Entonces nosotros decíamos que la función era: $ax^2 + bx + c$, ahora la misma función la escribo, pero la igualo a 0. Es decir: $ax^2 + bx + c = 0$, recuerden que dice a veces: encuentre los 0 de la función, resolver la ecuación, decir que valor debe tomar x para que eso resulte igual a 0, o dicen las soluciones de esas ecuaciones de segundo grado o en relación a las raíces de la ecuación de segundo grado. Son palabras sinónimas en sí ¿ya?. Y recuerden cómo se hacía esto, vimos 2 maneras de resolver ecuaciones de segundo grado, sólo vamos a mencionar que ya las revisamos como anotar mediante factorización o fórmula general, cualquiera de las dos. Mediante factorización o la fórmula general: $\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, esto es (apuntando al argumento de la raíz) determinante, cuando nosotros queríamos saber si teníamos dos soluciones, una solución o solución real, ahora lo vamos a detallar un poco más con respecto a la gráfica de la función, para revisar más con respecto a la gráfica de la función.

21:14 A: Pero profe.

21:16 P: ¿Si?

21:18 A: ¿Ahí uno va a dar como x elevado a y?

21:20 P: No, es un x, son 2. Ya lo vamos a revisar altiro

21:28 P: Veamos. Tiene dos soluciones, una ecuación de segundo grado puede tener 2 soluciones ¿cierto? Vamos a representar eso, D lo vamos a llamar "discriminante". Nosotros lo utilizamos solamente para ver cuántos son y ahora vamos a ver cómo queda la gráfica de la parábola, vamos a volver a revisar, $D = b^2 - 4ac$ esa es la expresión ¿cierto?. Si $D > 0$, si el resultado es mayor que cero, o sea, si el resultado de $b^2 - 4ac$ es mayor que 0, las soluciones son reales y distintas ¿cierto? (profesora explica, pero no se alcanza a rescatar casi nada a excepción de: si en la prueba sale una raíz de un número que no era entero y me complicaba harto, entonces lo ponía en la calculadora y me daba 115, tanto era la raíz de la prueba)

22:58 A: Sí.

22:59 P: Bueno, no necesariamente tiene que ser un número entero, pero, es decir, que era positivo, por lo tanto, supongamos que es 16, a estos valores se le suma raíz de 16 en 4, se le suma un 4 o se le resta un 4, por lo tanto, me van a dar 2 resultados distintos. Entonces, las soluciones son reales y distintas. Más o menos en las 2 gráfica, tendríamos x, y, y vamos a colocar...

Lo que interesa acá en la gráfica, en este caso, cuando es mayor que 0, es que en la gráfica voy a tener 2 puntos en los cuales la parábola corta al eje x, entonces, esta x: solución 1, solución 2.

Hice un gráfico para el a, el coeficiente que acompaña la positiva, o sea, hacia arriba y otro para cuando es negativa, menor que 0, pero si lo que importa en este contexto, es que la parábola corta el eje x en dos puntos, que son las soluciones en esta ecuación de segundo grado.

24:23 A: ¿Y si no lo toca?

24:24 P: Si no lo toca, significa que no tiene soluciones reales, eso significa. Entonces eso pasaba si $D > 0$. Si D, el discriminante de la ecuación de segundo grado si la igualamos a 0, raíz de 0 es 0, por lo tanto, esto es $+0$ y -0, sería lo mismo ¿cierto?, entonces las soluciones son reales e iguales.

25:10 P: Si $D = 0$, las soluciones son reales e iguales

25:28 P: ¿Qué significa esto? Más o menos, más o menos, bueno aquí, la parábola toca al eje x en un sólo punto, aquí, $x_1 = x_2$: son iguales y aquí en este caso ¿cómo era x_1, x_2? Son distintas y aquí son iguales. ¿Cuánto vale 1? Vale ¿cuánto vale x_1, x_2? $\frac{-b \pm 0}{2a}$, lo mismo ¿sí o no? porque si le sumo 0 o le resto 0, me va a dar lo mismo ¿están de acuerdo?

26:54 A: Si

26:57 P: Entonces el vértice ¿cierto? a lo que es el eje x ¿cierto? ese es el vértice. Y, por último, la otra posibilidad que nos decían era que si $D > 0$ y por otro lado igual es 0 ¿y ahora que pasa? ¿cuál puede ser? Teníamos mayor que 0, menor que 0 ¿me falta?

27:29 A: Menor que 0

27:32 P: Me falta menor que 0, eso nos faltaba, para sacar la comparación con: el mayor, el menor y el igual ¿de acuerdo? Si $D < 0$ las soluciones no son reales ¿ya? ¿cómo nos va a quedar en la gráfica esto? (dibuja un plano cartesiano). Entonces esa parábola queda flotando, no toca el eje, queda como arriba, así. Su vértice está sobre o bajo el eje x, el vértice, si está arriba tiene que estar sobre el eje x, y si está para abajo tiene que estar bajo el eje x. Entonces me queda que aquí $a > 0$ y en esta $a < 0$, aquí no toca el eje x, quedaba volver a esa parte $b^2 - 4ac < 0$. Me quedaba la raíz cuadrada de un número negativo ¿cierto? entonces ya no pertenece al conjunto de los números reales. Esa era la primera parte, decía que teníamos que graficar esta parábola y vamos entonces a encontrar la solución y vamos a poder tener una idea. Si encuentro 2 soluciones, la parábola va a cortar en el eje x. Si encuentro sólo 1 solución en el fondo, porque son iguales, entonces no corta el eje x y mis soluciones no son reales, la gráfica y la parábola estarían sobre o bajo el eje x ¿cierto? tengo claro que va a ocurrir eso ¿qué hago ahora? para proyectar la letra B ¿puse letra A cierto?

30:12 A: No.

30:13 P: ¿No, no puse? bueno, entonces Letra A y ahora viene la letra B

30:23 A: No borre

30:25 P: ¿Qué? ¿Esto? ¿no todavía?

31:19 P: A ver, esto es sólo una idea, podría haber cortado mucho más allá, algo más genérico. Incluso yo he visto en el mismo gráfico todas las formas de representación, así se evita espacio. Bueno, ahora vamos a calcular el vértice, bueno la letra b, quiero seguir la misma línea. Para graficar una función cuadrática, se debe:
a) Encontrar una solución
b) Encontrar el vértice de la parábola. La fórmula del vértice $V = (-b/2a; f(-b/2a))$ ¿Cierto? entonces tenemos cada punto en el plano. La coordenada x que corresponde al valor que toma la variable independiente x, la variante y, la función evaluada que se cumple (alumno pregunta algo).

33:26 P: Es que con respecto a la función que tenía el gráfico al comienzo $f(x) = ax^2 + bx + c$

33:48 A: Profesora.

33:49 P: ¿Te tienes que ir?

33:49 A: Sí.

33:50 P: ¿Qué le pasó? (alumno y profesora conversan).

34:20 P: Vamos a graficar una parábola gráficamente lo del vértice ¿ya? En la guía, recuerden chiquillos mirar la guía que nos mandó la sede y hacerla entre todos, recuerden mirar la guía de funciones

34:47 A: ¿Es la que subió?

34:48 P: Sí, esa ya está en el sistema.

Episodio 3: ejemplo, graficar $f(x) = x^2 - 2x - 3$

Este episodio está registrado en el video 24, desde el minuto 35:30 hasta el minuto 53:52.

En este episodio, la profesora trabaja con la función $f(x) = x^2 - 2x - 3$, la grafica a través de un estudio analítico.

Transcripción del episodio 3

35:30|P: Ejercicio: graficar $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Bueno, vamos a encontrar un sólo intervalo de crecimiento o decrecimiento, pero lo vamos a hacer con la fórmula del ejercicio y graficar esa función. **36:03|P:** Recuerden que tenemos 2 pasos, sí, es el ejercicio 5 de la guía ¿qué tenemos que hacer primero? tenemos 2 pasos ¿cuál es el primer paso?

36:24|A: Encontrar la solución **36:25|P:** ¿Cuánto vale b? **36:34|A:** -2 **36:36|P:** ¿Cuánto vale c? En este caso, a vale 1, b vale -2 y c vale -3. Primero tenemos que encontrar la solución. a) Encontrar soluciones **37:07|A:** Profe, la de arriba es la fórmula ¿cierto? **37:07|P:** A nosotros nos dan la función, este es un ejemplo, pero la del vértice si. **37:27|P:** Ya, vamos a encontrar las soluciones ¿de quién? ¿a qué ecuación? a esta expresión igualada a 0, $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Encontrar soluciones de: $x^2 - 2x - 3 = 0$ **37:47|P:** ¿Qué métodos van a usar? decía, lo puede hacer por factorización o por la fórmula. **40:00|P:** A ver, varios encontraron 3 y 1 ¿cierto? **40:06|A:** Sí. **40:07|P:** Ya, bueno, la manera, depende de cada uno cómo se le haga más fácil o no factorizar. Vamos a revisar

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

$$x + 1 = 0 \wedge x - 3 = 0$$

$$x_1 = -1 \wedge x_2 = 3$$

40:56|P: Recuerden que para que esto diera 0, significa que el valor de la variable independiente es -1 ¿cuánto es y? ¿cuál es el valor de y? Porque x vale -1 e ¿y cuánto vale? si x vale -1 ¿y qué vale? a ver, ¿qué valor tiene y? si x vale -1 **41:24|A:** 0 **41:25|P:** 0, porque nosotros igualamos a 0 esta ecuación, por lo tanto, tenemos el punto $(-1, 0)$ y el punto $(3, 0)$ ¿están de acuerdo? **41:38|A:** Sí. **41:39|P:** Listo, para ahora así graficarlo y ahora vamos a calcular el vértice, letra B. **41:47|A:** Entonces ¿qué sacamos? **41:50|P:** Las soluciones, tiene 2 soluciones. También tenemos otro dato $a = 1$, ¿es mayor que 0, igual a 0 o menor que 0? **42:03|A:** Mayor **42:04|P:** Es mayor que 0, por lo tanto, se deduce altiro que la función es creciente. Graficar: $f(x) = x^2 - 2x - 3$, $a = 1 > 0$, $b = -2$ y $c = -3$. **42:11|A:** Pero no es mayor que 0. **42:13|P:** No, la A, el valor de a. Ya, entonces ¿qué vamos a encontrar ahora? b) Encontrar el vértice. Entonces ¿cuánto sería $-b/2a$?

$$(-b)/2a = (-2)/(2 \cdot 1) = 2/2 = 1$$

Y eso me quedaría menos por menos... **43:07|A:** Más **43:10|P:** Partido por... **43:11|A:** 2 **43:12|P:** ¿Y eso da? **43:13|A:** 1 **43:15|P:** Entonces ya calculé $-b/2a$ que dio 1. Recuerden que nuestra $f(x)$ se nos olvida un poquito porque está por allá el ejercicio, por lo tanto:

$$(-b)/2a = -(-2)/(2 \cdot 1) = 2/2 = 1$$

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

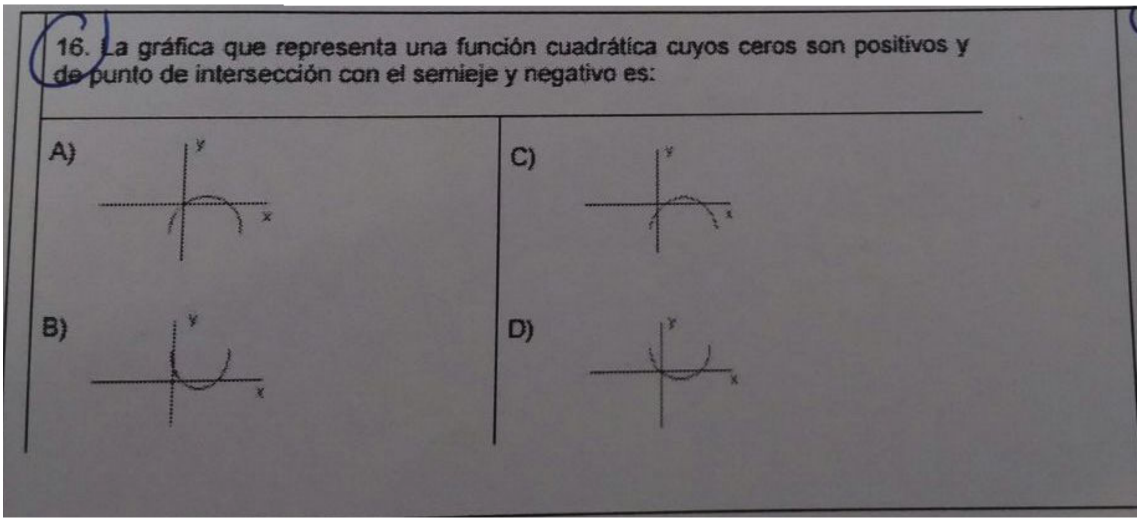
$$f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3$$

¿Cuánto va a dar esto? **44:24|P:** Entonces me queda $1 - 2 - 3$ y eso me quedó en -4, por lo tanto, el vértice es el punto $(1, -4)$ porque el vértice son puntos y hay que graficar eso. Tenemos que graficar esta parábola, por lo tanto, si tengo las dos soluciones, el vértice, puedo graficar. **45:27|P:** Vamos a graficar estos puntos, el $(-1, 0)$ y el $(3, 0)$. **45:29|A:** Profe, una duda. **45:30|P:** ¿Sí? **45:31|A:** (alumno realiza una consulta, no se alcanza a escuchar) **45:39|P:** Entonces tenemos -1 ¿está bien ahí ese punto? (comienza a dibujar el plano cartesiano) y el otro sería 3... 1,2,3 y ahora vamos a buscar donde está el vértice que es -4, 1,2,3,4 ¿por ahí? y estos serían los puntos más representativos donde corta al eje x. Ya vimos que la parábola es hacia arriba ¿cierto? porque $a > 0$, por lo tanto, ahora vamos a hacer una gráfica muy bonita ¿cierto? como son buenos para el dibujo. **46:55|A:** Profe, tengo una duda. **46:57|P:** Espéreme que estoy concentrada. **47:01|A:** Eso. **47:04|P:** Es complejo esto. **47:36|P:** Bueno, ahora vamos a ver aquí, el eje de simetría de esta parábola ¿ya? hay un eje de simetría, hay una recta en la cual la parábola se convierte en simétrica, por lo tanto, es como si la doblo y es igual hacia los dos lados ¿cierto? Aquí ¿dónde está ese espejo que hace que la parábola sea idéntica? El eje de simetría. **48:00|A:** El 1. **48:04|A:** $(1, -4)$ **48:05|P:** En el 1, aquí ¿aquí ven el espejito? Entonces esa recta derechita, en el punto 1, se le llama .eje de simetría.es como lo dijo en el 1, lo escuché, si aquí pusiéramos un espejito hace la simetría de la parábola. **48:53|A:** Pero profe ¿justo al medio? **48:54|P:** Justo al medio, en el vértice, pasa por el vértice. Entonces dijo en el 1 ¿cómo llamo al 1? ¿qué valor tiene 1? **49:19|A:** El eje x. **49:20|P:** El eje x, entonces el eje de simetría está en $x = 1$. Así lo habíamos visto en la primera clase, la función cuando creciente o cuando era decreciente porque, por ejemplo, en el caso de la función lineal cuando la pendiente era positiva la línea recta era creciente, la función era creciente. Cuando la función era negativa, nos daba una función lineal decreciente. Pero ahora la parábola, tiene un espacio particular, cuando, mirándola solamente, podemos decir que es creciente o decreciente ¿tiene un intervalo de crecimiento? **50:06|A:** Sí. **50:11|P:** ¿Es creciente siempre? **50:12|A:** No. **50:17|A:** En este caso sí. **50:23|P:** Veamos, miren, estoy buscando no más, así, en esta parte ¿es creciente o decreciente? **50:30|A:** Decreciente **50:32|P:** Decreciente ¿están de acuerdo? **50:33|A:** Si **50:34|P:** La x, el valor de x va creciendo ¿y qué pasa con la y? Decrece, baja. La y está hacia allá, crece. Pero en cambio la $f(x)$ es más pequeña, entonces es decreciente, le ponemos un signo menos. **50:55|A:** Profe, yo lo puedo sacar por conclusión si veo que el vértice está en el 4 negativo ¿puede ser así? **51:08|P:** Bueno, miren ¿qué pasa acá? ya, que esa parte, después del vértice ¿pero ¿qué pasa con Y también? está creciendo, por lo tanto, es decreciente hasta el valor de x y después es creciente. Por lo tanto, nuestra parábola decrece, decrece, hasta que llega al punto mínimo y luego crece. Es creciente y decreciente. Entonces a eso nosotros lo llamamos intervalo de crecimiento e intervalo de decrecimiento. Entonces ¿que está para allá? los negativos y los muy pequeños **52:22|A:** E infinitos negativos. **52:23|P:** Entonces infinitos negativos y... **52:25|A:** Infinitos positivos. **52:28|P:** No, porque sigue, sigue, sigue y hasta ahí ¿dónde llega la x? **52:35|A:** Hasta el 3 **52:37|A:** Hasta el 2 **52:38|P:** Hasta el 1, hasta abajo y ¿qué pasa con el intervalo de decrecimiento? **52:56|A:** Profe ¿pero ahí 1 no debería haber sido abierto? **52:57|P:** La verdad es que nosotros lo tomamos, porque el 1 en sí, si tú te fijas, llega hasta ahí y en el otro también lo tomo, de ahí en adelante va a ser creciente, también lo voy a tomar, ahora al revés, parto del 1, hasta el 1 entonces, del 1 para arriba. **53:24|A:** ¿Hasta el infinito positivo o negativo? **53:26|P:** Hasta el infinito positivo. Bueno, la concavidad era cóncava porque era hacia arriba.

Episodio 4: ejercicio 16 guía funciones cuadráticas

Este episodio está registrado en el video 24, desde el minuto 53:53 hasta el minuto 59:50 y en el video 25 desde el minuto 0:00 hasta el minuto 02:49.

En este episodio, la profesora trabaja sobre una guía de funciones cuadráticas y comienza sobre el ejercicio 16:



Lo que hace es trabajar la relación entre el los ceros de una función y la intersección con el eje y y la gráfica de una función.

Transcripción del episodio 4

53:53 P: Probemos lo que hemos aprendido, veamos si lo comprendimos ¿ya? esta guía la tomé de una guía de Inacap que es bastante larga, por lo menos hay más de 46 ejercicios que entregó Inacap, entonces yo la tomé y la acorté y la pegué, por el tiempo que uno tiene. Por lo tanto, está el ejercicio 16, después el 33, pero el número era lo menos relevante, lo que importa es el ejercicio en sí ¿ya? así que la enumeración no la cambié

54:30 A: ¿Con decimas profe?

54:35 P: ¿Con decimas? sí, claro, pero cuando la traen ustedes, cuando la desarrollan ustedes, ahora, a ver veamos.

54:47 A: Profe, punto base.

55:10 A: Profe porqué ahí dice: intervalo de crecimiento desde...

55:18 P: Es en el eje x, que valores toma x para que la función sea creciente, desde el 1 en adelante comienza a crecer.

55:30 A: Entonces ¿es al revés?

55:34 P: Exactamente, ah, no, acá lo hice al revés, aquí era decrecimiento y acá crecimiento, lo puse al revés, pero me equivoqué. Ya, haber, presten atención, lo expliqué al revés.

55:55 A: Por eso no entendía.

55:56 P: Por eso no entendía, ya, acá era decrecimiento y acá crecimiento, tiene razón. Intervalo de decrecimiento a la izquierda y crecimiento a la derecha

56:30 A: Entonces el vértice era $(-4, 1)$ ¿cierto?

56:34 P: Me da $(1, -4)$ ya ¿y por qué pasa eso? (profesora le explica al alumno, pero no logra entender).

57:34 P: ¿Revisamos? la verdad es que yo les hice los gráficos para que pudieran hacer más ejercicios en una misma hoja. La 16 dice por numeración determine el gráfico que representa una función cuadrática, cuyos 0 son positivos y los números de la intersección con el semi eje Y negativo ¿es? cuyos 0 son positivos ¿a qué se refiere con 0?

58:11 A: Que x_1 y x_2 suman positivo.

58:16 P: Lo mismo.

58:17 A: Y 0.

58:18 P: Mayores que 0 ¿sí? cuyos 0 son positivos y que x_1 y x_2 son mayores que 0 ya y el punto de intersección con el semi eje y es negativo. Es que lo que pasa que son 2 ejes, el eje x y el eje y ¿ya?

59:20 A: Es la B.

59:21 P: ¿Son los dos 0 positivos? ¿y el semi eje Y es negativo?

59:24 A: Sí.

59:25 P: ¿En serio?

59:26 A: No

59:36 A: ¿Cuál es el semi eje?

59:37 P: El eje Y ¿es negativo? ¿no? y en la C ¿están de acuerdo todos?

00:01 P: Sí, la letra C, muy chiquitito el gráfico si.

00:08 A: ¿y la D puede ser?

00:10 P: En la D, y es positivo, es 0, pasa por y, o un semi eje, en la C, positivo,las y son 4, corta en 4 ejes ¿cierto?, pero este eje, aquí la Y es positiva, la y, el eje y es positivo, aquí es positivo, aquí es negativo, y aquí es negativo ¿cierto?.

00:29 A: Sí profe.

00:30 P: Entonces dice que pasa por un semi eje y negativo, por lo tanto no debiera estar en el cuadrante 1 o 2, cuando corta el eje y, ¿sí o no?, ¿están de acuerdo?

00:41: Alumnos: sí.

00:42 P: ¿letra?

00:43 A: C

00:44 P: ¿Sí?... ¿Andrés? 00:46 A: Eeh... no entendí lo del semi eje en y.

00:49 P: es que estaba hablando de que tiene dos ejes la... entonces él habla de... en vez de decir este, ¿cómo se llama?, lo describió como semi eje, porque está el eje x, el eje y, y además tiene... por eso tenemos que ver que tenemos cuatro coordenadas ¿ya?, entonces, aquí, explica que es el eje y, contra el semi eje y, porque en el fondo... es como que toma la mitad del eje ¿cuál eje? Aquí están los positivos, en el y, y aquí están los negativos en el x ¿cierto?... y él toma el semi eje porque divide en dos partes los positivos y los negativos, dice que pasa por la parte negativa del eje y ¿te despejé?

01:39 A: O sea que, a ver... pero ¿se refiere que dónde juntan?...

01:47 P: Donde corta la parábola al eje, al... al eje y, eso dice.

01:56 A: Entonces... o sea, ¿qué en el vértice de la parábola el y es negativo?, ¿eso?

01:59 P: No es vértice, donde corta la parábola es el eje y, pasa, puede pasar así, por ejemplo, así, y pasó aquí por los negativos, si pasara así, pasaría por un positivo... no habla del vértice.

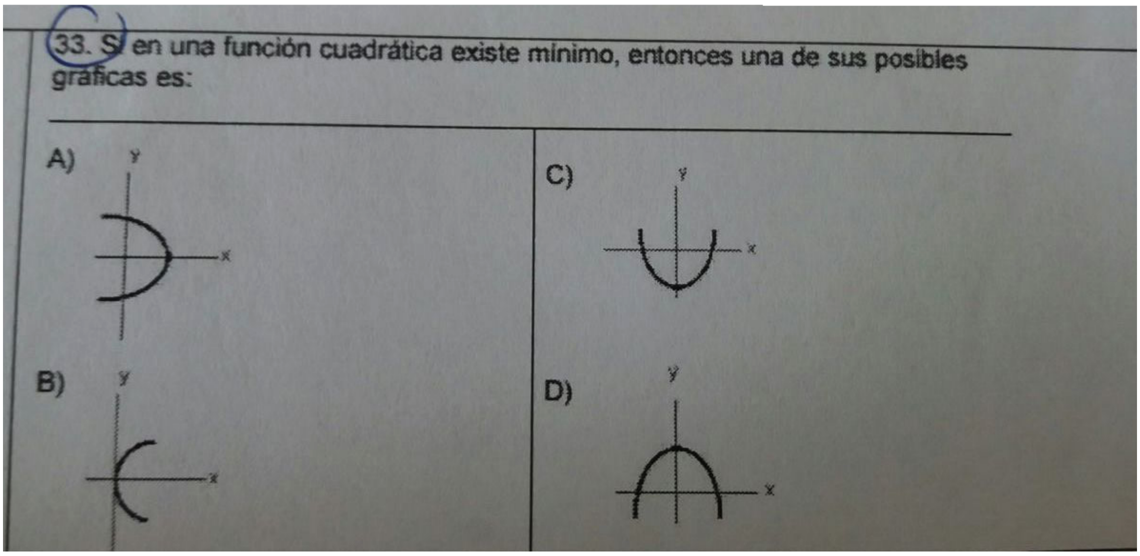
02:19 A: Dice intersección.

02:21 P: Es una intersección, punto de intersección con el semi eje y es negativo, punto de intersección con el eje y, aquí fue número positivo, el tercero, positivo, y aquí es negativo... y la que hace esa referencia tiene dos raíces positivas, tomando de aquí y por aquí, y además pasan, no me quedó bien pero, no me quedo muy bien, voy a hacer primero la parábola, ahí, ¿algo así? ¿puede ser? ¿algo asi?, y cumple esas condiciones, las soluciones son positivas, y la parábola intercepta con el semi eje y negativo... letra C.

Episodio 5: ejercicio 33 guía función cuadrática

Este episodio está registrado en el video 25, desde el minuto 02:50 hasta el minuto 07:59.

En este episodio trabaja con el ejercicio 33 de la guía de funciones cuadráticas, cuyo enunciado es:


33. Si en una función cuadrática existe mínimo, entonces una de sus posibles gráficas es:

A)

B)

C)

D)

Lo que hace es trabajar la relación entre el coeficiente de la variable que está al cuadrado en una función cuadrática y su concavidad. Las otras opciones las descarta argumentando que no son funciones.

Transcripción del episodio 5

02:50 P: Por orden siga el 16 y ahora viene el 33 por orden de numeración, el más grande que viene después es el 33, no borré los números, tengo una función cuadrática, existe mínimo, entonces ¿una de sus posibles gráficas es? existe un mínimo ¿cuándo existe un mínimo?

03:35 A: En la D

03:40 P: Eh, recuerden que para donde sea la parábola es un mínimo o un máximo, si era a era mayor que 0, decía, el vértice es un mínimo ¿se acuerdan?

03:54 A: Sí.

03:55 P: Y si a era menor que 0, ¿el vértice es un?... sí, ya, muchas gracias.

04:06 A: jajajaja.

04:08 A: es la C.

04:10 P: ¿Cuál es?

04:12 A: C

04:15 P: ¿la letra C?

04:17 A: Sí.

04:25 P: ¿Cómo podríamos saber si tiene un mínimo? ¿qué vértice tomamos entonces?

04:30 A: El y, porque empieza desde, de la parte negativa y ahí intersecta.

04:48 P: Claro, que la gráfica de la parábola mide un mínimo o un máximo dependiendo del vértice, eh, si nosotros vemos, él dice, el valor de la C toma el valor más pequeño

¿sí?, ¿la A es una función?

04:56 A: No.

04:57 P: ¿No? ¿la letra A es una función?

05:00 A: No.

05:00 P: No, ¿la letra B es una función?

05:01 A: No.

05:01 P: ¿la letra E es una función?

05:04 A: No.

05:05 P: No tampoco, ¿cierto?... ¿la letra D?

05:09 A: Sí.

05:10 P: Es una función, en la C, ¿cuánto vale A?, la pregunta de la C, ¿cuánto vale A? ¿qué valor tiene A en la letra C?

05:21 A: Menor que 0.

05:23 P: ¿Mayor que 0?

05:26 A: Da 33.

05:28 P: En la letra C, ¿cómo? a ¿es mayor que 0 o menor que 0?

05:33 A: Menor que 0, menor que 0 poh.

05:40 P: En la letra C ¿A es mayor que 0 o menor que 0?

05:43 A: Menor que 0

05:44 A: Menor que 0, mayor que 0.

05:46 A: Mayor.

05:47 P: jajaja, ya, se nos olvidó todo.

05:51 A: jajaja.

05:53 P: Cuando a era mayor que 0, era así, cuando a era menor que 0 era así ¿sí?, entonces en la letra C, ¿cómo es a?

06:02 A: Mayor que 0.

06:03 P: y si a es mayor que 0 ¿Qué existe? ¿un mínimo o un máximo?

06:07 A: Un mínimo.

06:08 A: Un mínimo.

06:09 P: Un mínimo, ¿están de acuerdo?

06:10 A: Sí.

06:11 P: ¿Sí? Lo que trabajamos, cuando a es mayor que 0 el vértice es un mínimo.

06:19 A: Entonces, ¿en las que son mayor a 0 existe un máximo?

06:23 P: No, si cuando es menor que 0.

06:29 A: Entonces en la dos va a salir, cuando a es el máximo.

06:30 P: Sí, exacto, entonces, en la letra C, a era mayor que 0, por lo tanto existe un.

06:41 A: Mínimo.

06:42 P: Mínimo, ¿qué pasó con la letra D?, en la letra D ¿qué pasó con la letra D?

06:55 A: a es menor que 0.

06:57 P: a es menor que 0, por lo tanto es un.

07:00 A: Máximo.

07:01 P: Máximo y nosotros en la letra A y letra B de esta pregunta, no son funciones, ¿cierto? ¿cómo lo habíamos visto anteriormente? entonces trazamos una recta ¿sí?, por lo tanto, tenemos letra A y B, que no son funciones... ¿de acuerdo? ¿están de acuerdo?

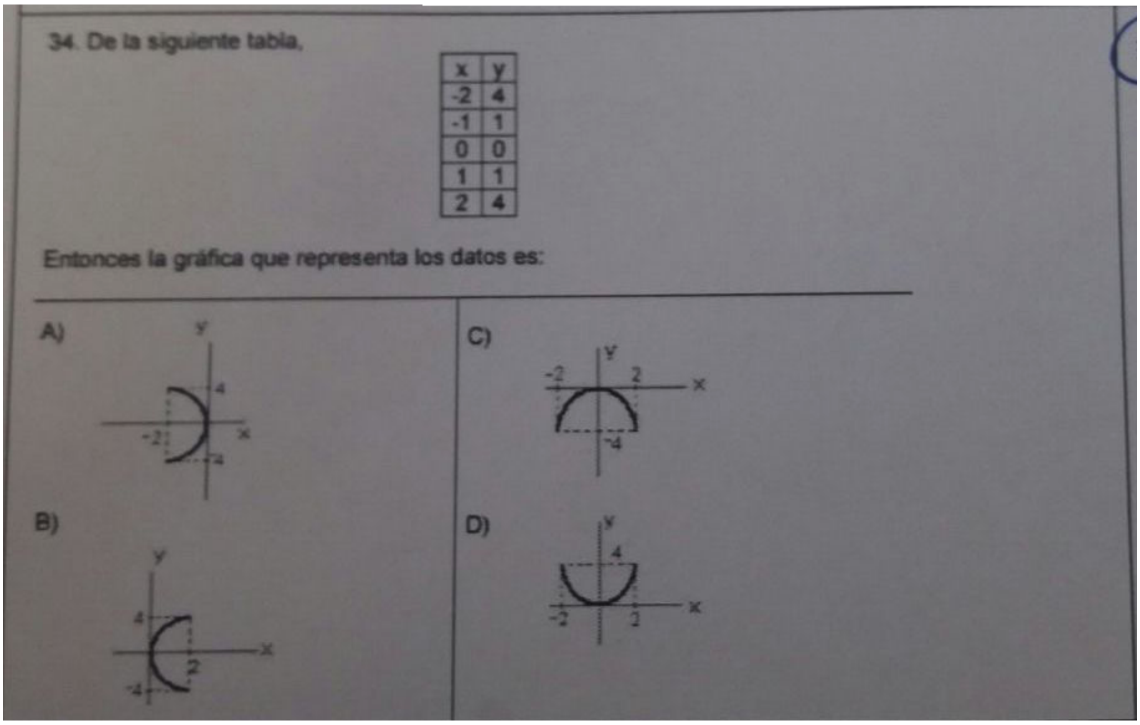
07:58 A: Sí.

07:59 P: Sí.

Episodio 6: ejercicio 34 guía función cuadrática

Este episodio está registrado en el video 25, desde el minuto 08:00 hasta el minuto 12:19.

En este episodio trabaja con el ejercicio 34 de la guía de funciones cuadráticas, cuyo enunciado es:



Se responde mediante el descarte de las opciones, observando el conjunto de las imágenes de la función.

Transcripción del episodio 6

08:00 P: Entonces vamos a revisar la pregunta 34.

08:12 P: Si alguien ya la encontró, lea la treinta y cinco por mientras para que todos tengan la posibilidad de...

09:06 P: ¿Entonces todos terminaron la pregunta 34?

09:13 A: Sí

09:14 P: ¿Sí?

09:16 A: Todavía no.

09:18 P: Cristian, ¿terminó la 34?

09:20 P: ¿Terminó?, ¿no?, tienes que decirme, no profesora.

09:27 P: Piénsela, piénsela.

09:30 P: Acabamos de ver este contenido, por lo tanto, no lo vimos en otra clase, no se nos ha olvidado hacerlo, para ver si comprendieron lo que hemos visto, ¿ya?, todos.

10:04 P: ¿Jeremy? ¿la 34?

10:09 P: ¿Estamos listos con la 34?

10:24 P: En la siguiente tabla, entonces la gráfica que representa los datos es...

10:30 P: ¿Qué letra dicen ustedes que pueda ser?

10:32 A: La D.

10:34 P: ¿La letra D?

10:40 P: Número 34.

10:43 A: Es la D profe.

10:47 A: La D.

10:56 P: Tengo (x, y), o sea tengo puntos, (x, y), $(-2, 4)$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 4)$. Entonces, bueno debiera ser...

11:21 A: La D porque es la única que no tiene negativos.

11:22 P: La D porque es la única que no tiene negativos.

11:23 P: Ah ya, dice, -2 y 4, en la D. Está el $(0, 0)$ es la D. Está en $(2, 4)$.

11:37 P: Y se asume, porque nuestra gráfica lo dice, cierto, pero se asume que... Hans, tome asiento.

11:45 A: jajaja.

11:53 P: Tome.

11:55 A: Gracias.

11:56 P: Ya. Si asumimos que cuando tomo un grupo porque está en la gráfica, cuando tomo uno da un valor positivo, ¿sí?

12:04 P: Y cuando tomo -1 y 1, también va a dar un valor positivo ¿cierto? Y en los otros, ¿qué dicen ustedes? En los otros, en la y había un valor negativo ¿cierto?

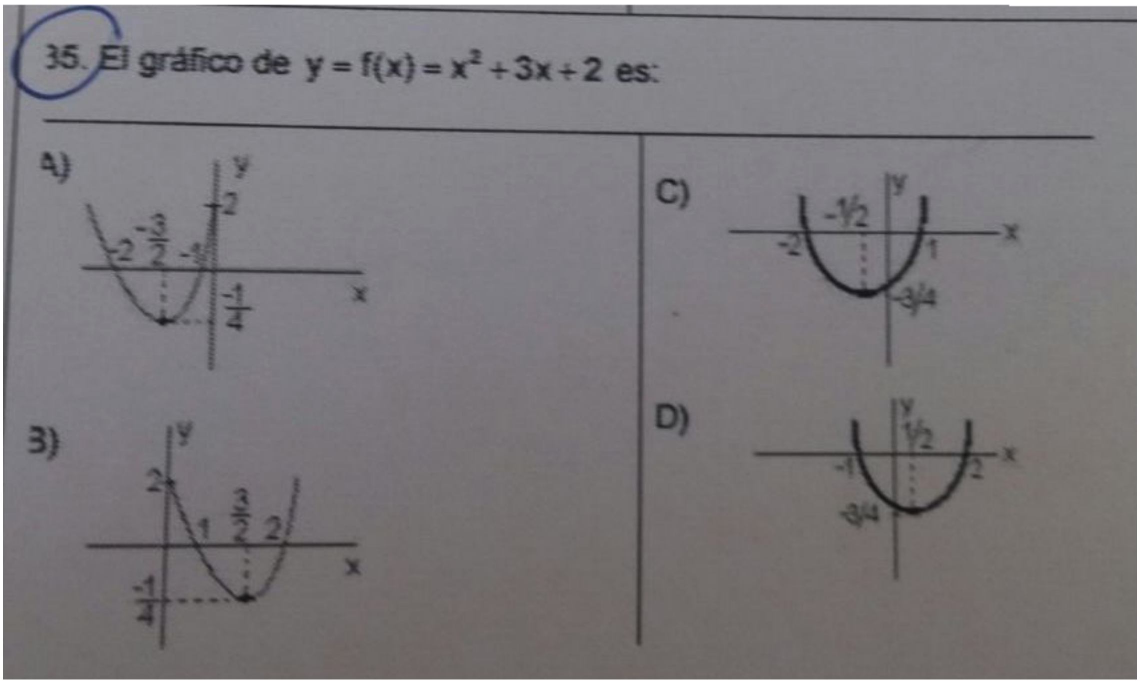
12:19 A: (no se escucha)

12:20 P: Tienes razón, es la letra D, la 35, el gráfico de. Ah, lo vamos a tener que trabajar un poquito más en ese ejercicio ¿cierto?.

Episodio 7: ejercicio 35 guía función cuadrática

Este episodio está registrado en el video 25, desde el minuto 12:20 hasta el minuto .

En este episodio trabaja con el ejercicio 35 de la guía de funciones cuadráticas, cuyo enunciado es:



La profesora comienza a calcular elementos de la función y a partir de estos cálculos comienza a descartar.

Transcripción del episodio 7

12:20 P: En las preguntas 16, 33, 34 podíamos solamente observar, ¿qué pasa con la 35? vamos a tener que trabajar un poquito más ¿si o no?

12:50: Alumnos: ¡si!

12:51 P: ¿sí? ¿Qué van a tener que hacer? Graficar, bueno teniendo buena vista también podríamos tomar otra, otra posibilidad. Tengo $f(x)$, otro camino, ¿cierto? ¿Qué volvemos a encontrar? ¿Qué tenemos que hacer para poder saber lo primero que vamos a sacar? ¿Qué vamos a calcular primero? ¿usted? ¿qué calculamos primero?

13:39 A: eh, sacar los vértices el x y el y.

13:42 P: ¿Sacar los vértices y los x? ¿cierto? Las soluciones . Hay dos posibilidades, él me dice por lógica él tiene una opción, más menos dice que por lógica ¿Cuál sería? ¿Cuál me dijiste? ¿la D? no, pero te falto, con el 2.

15:25 P: ¿Encontraron los ceros o las soluciones?

15:29 A: 2 y 1

15:30 P: ¿Cuánto?

15:31 A: 2 y 1

15:32 P: 2 y 1

15:35 A: -2 y -1.

15:36 A: Si, -2 y -1.

15:47 P: Entonces son todos positivos, ¿cierto? -2 y -1.

16:00 P: ya, -2 y -1, entonces, la alternativa b ya está mal, porque -2 y -1 lo tiene solo el gráfico de ¿la letra? que tiene este gráfico, que muestra esas soluciones -2 y -1 ¿sólo la...?

16:29 A: Solo la A

16:30 P: Solo la A, ahora, calculemos los vértices, para estar seguros que ese gráfico representa la función?... ¿y le dio? ¿le da? Entonces lo que puede ser que a lo mejor no es exactamente el gráfico, pareciera, ya tenemos el -1 y el -2 en la alternativa A, pero si calculamos el vértice vamos a estar seguros y no vamos a decir ninguna de las anteriores ¿cierto? No hay, no hay alternativa, pero vamos a decir que hay un error, ¿cierto? Fácil

17:03 P: Vamos a calcular el vértice, tenemos que, según esto ¿Cuánto vale a? en esta función, ¿Cuánto vale a?

17:12 A: 1

17:13 P: Lo que acompaña al x cuadrado, ¿y la b?

17:17 A: 3

17:18 P: 3, y $-b$ partido por $2a$ ¿es?

17:24 A: $-3/2$

17:27 P: Es igual a 3, $1 \cdot 2$, es decir, $-3/2$, ¿y cuánto es $f(-3/2)$?

17:44 P: $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} + 2$ ¿cierto? Ah perdón era $-3/2$, por $-3/2$, me queda $9/4$

18:24 P: ¿y el resultado me queda?

18:27 A: $-1/4$

18:28 P: $-1/4$, por lo tanto ¿el vértice es? El vértice es $-3/2$, ¿y el eje y?

18:36 A: $-1/4$

18:38 P: $-1/4$, ¿el gráfico es ese el punto que nos dan? Así con muy buena vista, x vale $-3/2$ e y vale $-1/4$ ¿está bien? ¿de acuerdo?

18:58 A: ¿Cuál es el gráfico?

19:00 P: ¿el gráfico es del vértice que aparece? x igual a $-3/2$ e y igual a $-1/4$.

19:08 A: Sí.

19:10 P: En la letra ¿Qué letra? ¿la alternativa?

19:20 A: en la C, C.

19:26 P: Nosotros ya descartamos la C y la D, pues el gráfico pasa por el punto -1,-2.

19:36 A: Es la A, es la A.

19:46 P: Así que, por eso dijimos que vamos a concentrarnos en la alternativa A, y vamos a calcular el vértice para que estemos seguros de que realmente representa este gráfico, nada más, porque ya encontrando esos dos valores, el único que contiene las soluciones es la alternativa A, eso lo verificamos, encontramos el vértice, y justamente nos dice $-1/4$ dice que vale este valor y dice que ese valor es $-3/2$, los valores que aparecen aquí, ¿ya? Entonces tenemos el vértice, estas son las soluciones y el gráfico.

20:41 P: ¿Qué alternativa era entonces?

20:43 A: La A.

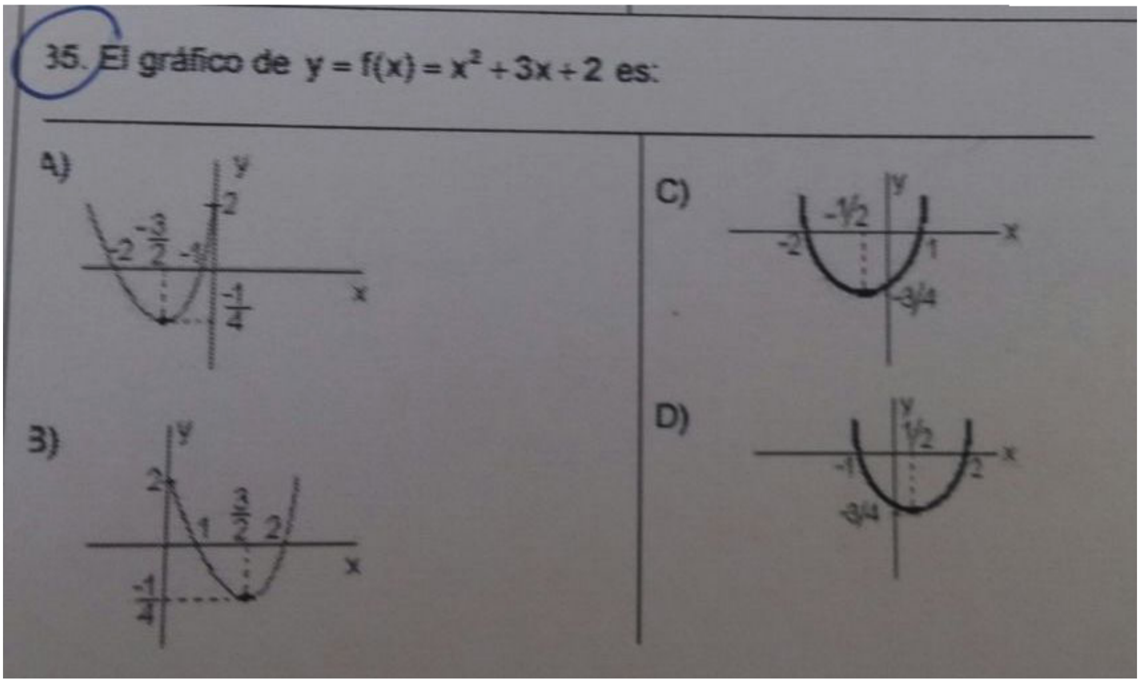
21:58 P: si tienen y, entonces un poquito más para poder saber cuál era la extensión, no es tan, no es tan, no es con solo mirar, ahora, bueno, ayer aquí había algo que era bien interesante, que también podría haber sido como descarte, cuando este vale 0, cuando x vale 0 en esta función, ¿Cuánto vale y? ¿Cuánto da? En el punto 0, ¿Cuánto es y? cuando x vale 0, la función $f(0) = 0^2 + 3 \cdot 3 + 2$, por lo tanto ¿$f(0)$ es? 2, y eso nosotros también lo podemos ver en el gráfico, este gráfico ¿Dónde está?

22:06 P: En el semi eje e igual 2, son dos ejes y, por lo tanto, también estaba la alternativa A y D, la D también la repasamos.

Episodio 8: ejercicio 36 guía funciones cuadráticas

Este episodio está registrado en el video 25, desde el minuto 22:21 hasta el minuto 23:27.

En este episodio trabaja con el ejercicio 36 de la guía de funciones cuadráticas, cuyo enunciado es:



La profesora hace una conversión de la característica de la función a el gráfico que le corresponde

Transcripción del episodio 8

22:21 P: Número 36, 36, vamos, ¿quién no ha firmado?

22:35 A: Profe, ¿qué número era el ejercicio pasado?

22:39 P: Número 35.

22:42 A: ¿número 35?

22:49 P: la número 36.

22:50 A: la D.

22:52 P: Letra D, en una función cuadrática el discriminante es negativo, o sea es menor que 0, entonces uno de los posibles gráficos es, la letra D, ¿Por qué?

23:10 A: El tope en el eje y tiene que ser.

23:12 P: ¿Por qué?

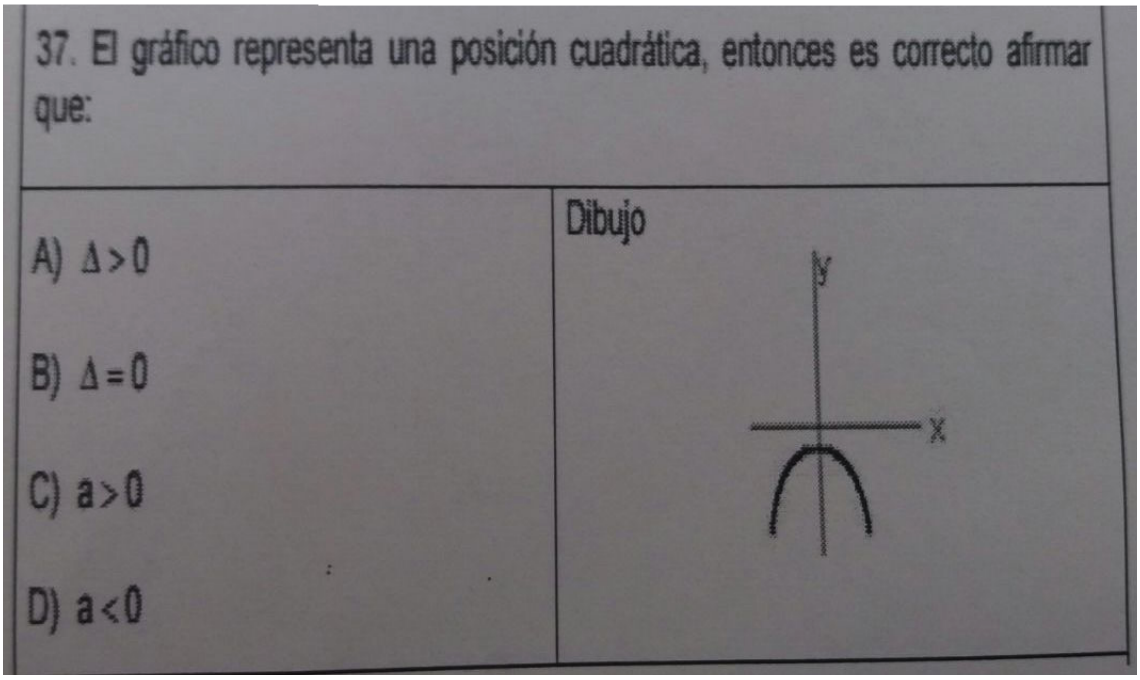
23:16 P: Porque tiene que topar solo el eje y, no topa el eje x, ¿están de acuerdo?

23:24 A: Sí.

Episodio 9: ejercicio 37 guía funciones cuadráticas

Este episodio está registrado en el video 25, desde el minuto 23:28 hasta el minuto 25:47.

En este episodio trabaja con el ejercicio 37 de la guía de funciones cuadráticas, cuyo enunciado es:



37. El gráfico representa una posición cuadrática, entonces es correcto afirmar que:

A) $\Delta > 0$ B) $\Delta = 0$ C) $a > 0$ D) $a < 0$	Dibujo

La profesora comienza a calcular elementos de la función y a partir de estos cálculos comienza a descartar.

Transcripción del episodio 9

23:28 P: 37, ¿la B o no? La B, está bien. La 36 es la D ah no tiene problema con esa. La 37, ah perdón, cuando estaba escribiendo la letra D, lo pensé, pero no lo dije, la letra D, el discriminante, a veces nosotros lo vemos así, como un delta, como un triángulo, entonces acá, se refiere a la d de discriminante.

24:04 A: La 35 da A ¿cierto?

24:06 P: La 35 da A, sí.

24:16 P: ¿La B? ya, la número 37, el discriminante se refiere a la, al monito que aparece ahí, ¿Qué alternativa?

24:27 A: La D.

24:30 P: Mayor igual, mayor menor.

24:33 A: la C.

24:35 P: El gráfico que representa una posición ¿a mayor que 0?

24:49 A: No, a menor que cero

24:51 P: a menor que cero, no pusieron discriminante menor que cero, eso hace que la parábola sea hacia abajo, o convexa, ¿están de acuerdo? La D.

25:05 A: ¿B o D?

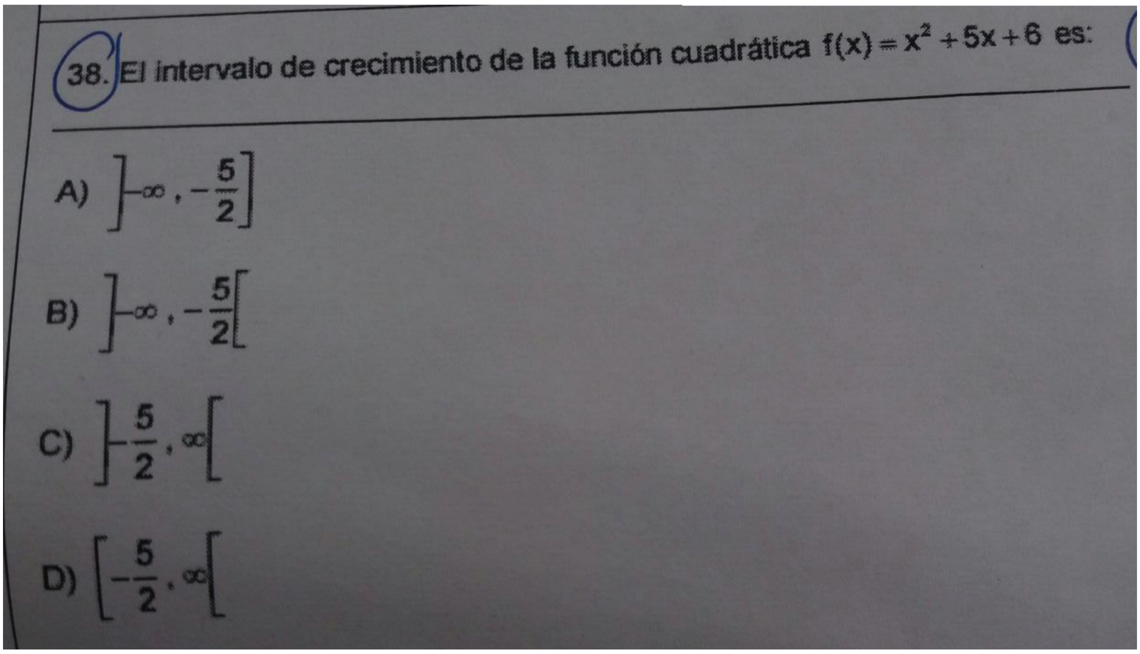
25:08 P: D, dedo.

25:16 P: entonces es la número 37, cierto. Bueno sabemos que el discriminante menos que cero no nos dieron esa opción, peor si dijeron que la a era negativa, y cuando la a es negativa, la parábola es convexa, entonces a menor que cero, ya.

Episodio 10: ejercicio 38 guía funciones cuadráticas

Este episodio está registrado en el video 25, desde el minuto 25:48 hasta el minuto 30:52 y en el video 26 entre el minuto 0:00 y el minuto 6:59.

En este episodio trabaja con el ejercicio 38 de la guía de funciones cuadráticas, cuyo enunciado es:



38. El intervalo de crecimiento de la función cuadrática $f(x) = x^2 + 5x + 6$ es:

A) $\left]-\infty, -\frac{5}{2}\right]$

B) $\left]-\infty, -\frac{5}{2}\right[$

C) $\left]-\frac{5}{2}, \infty\right[$

D) $\left[-\frac{5}{2}, \infty\right[$

La profesora grafica la función para poder obtener el intervalo de crecimiento.

Transcripción del episodio 10

25:48 P: 38. 38, ¿Cómo puedo encontrar el intervalo de crecimiento? ¿que necesito saber para poder saber el intervalo de crecimiento?

25:59 A: El vértice.

26:01 P: El vértice.

26:10 A: A raíz de uno ¿es 1 cierto? No se entiende.

26:13 P: sí.

27:07 P: 38. ¿Qué están calculando para la número 38?

27:19 A: Las raíces y los ceros

27:22 P: Ya, puede ser, ¿Qué otra cosa se puede calcular?

27:24 A: El vértice.

27:25 P: El vértice.

27:29 P: ¿Qué me serviría más?

27:32 A: Profe, ¿el intervalo es . . . ? No se entiende.

27:34 P: No, de crecimiento y decrecimiento, cuando la parábola es creciente, eso lo podríamos generalizar, tenemos que cuando A es mayor que cero es así, por lo tanto, siempre seria de aquí hacia acá, decreciente, y de aquí hacia acá, creciente, y si A es menor que cero, aquí seria creciente y aquí decreciente, eso es general. ¿sí?

28:33 P: ya, chicos, terminen la 38 y la 46, ¿ya? terminen la 38 y luego la 46. 38 si pue, tiene que hacerla.

0:38 P: ¿38?

0:42 A: 38

0:43 P: Dice: el intervalo de crecimiento, la función era $f(x)$, ya, aquí es mayor que cero, ¿no cierto? Porque es uno, ¿o no? Creo que ya la hicieron la A.

01:09 A: Sí.

01:10 P: Ya, por lo tanto, hago una parábola ¿hacia?

01:12 A: Arriba 01:13 P: así, nos preguntan por intervalo de crecimiento, ¿Cuál es el intervalo de crecimiento? De aquí a acá, pero necesito evaluar ese punto, ¿y ese punto era?, $-b/2a$, ¿sí o no? El valor de x del vértice, ¿Cuándo vale $-b$? ¿Cuándo vale b? ¿b vale?

01:34 A: 5.

01:40 P: $-5/2$.

01:43 A: Por uno.

01:44 P: $-5/2$ ¿sí? Entonces, les decía que desde ese valor hasta, ¿hasta dónde?

01:50 A: El infinito positivo.

01:51 P: Hasta el infinito positivo, ¿sí? por lo tanto

01:58 A: la B.

02:00 P: La letra B, $[-5/2, \infty)$.

02:05 A: En el otro problema, ¿puede hacer la función por favor?

02:10 P: ¿La qué?

02:12 A: La función.

02:14 P: O sea ¿graficarla?

02:16 A: Sí.

02:29 P: Entonces ¿Cuánto dieron las soluciones?

02:37 A: -1 y -2.

02:42 A: Ah no, -2 y -3.

02:43 P: Ah ya.

02:50 A: ¿-3 y -2?

02:52 P: Da lo mismo, lo importante es cuando grafiquemos y vemos el orden, ¿ya? Así que no hay problema. ¿Qué más? El vértice era ¿$-5/2$? ¿y cuánto dio el otro valor? ¿$f(-5/2)$ cuanto da?

03:10 A: $-1/4$.

03:11 P: ¿$-1/4$? ¿están de acuerdo? ¿Sacaste los cálculos también?

03:12 A: (Inaudible)

03:18 P: ¿Alguien más lo ha sacado? ¿no?. Sería $f(-5/2) = (-5/2)^2 + 5 \cdot (-5/2) + 6$ ¿y eso da?

04:08 A: $-1/4$

04:08 P: $-1/4$, graficamos, x

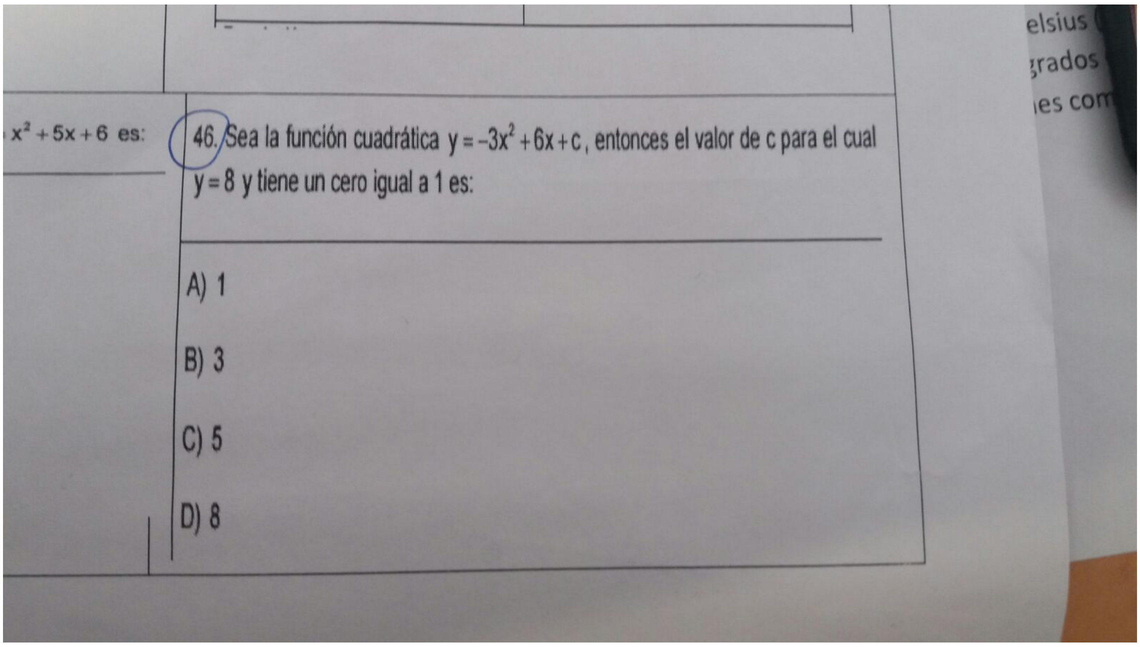
04:42 A: Algo pasa, porque no puedo graficar

04:50 P: Supongamos que aquí está el -2 y el -1, para que podamos graficar, entonces esta el -2 y el -1, ah y el -3 más hacia allá, -1, -2, -3. Menos cinco medios, justo al medio, y el -1 cuarto, es como por ahí, pero más chiquitito, ese es el punto, $(-5/2, -1/4)$. Entonces nos quedaría, esa sería la gráfica, $f(x)$ igual a más o menos eso. Ah, y acá era decreciente y acá creciente, por lo tanto, nuestro intervalo creciente es de menos cinco medios al infinito.

Episodio 11: ejercicio 46

Este episodio está registrado en el video 25, desde el minuto 25:48 hasta el minuto 30:52 y en el video 26 entre el minuto 7:00 y el minuto.

En este episodio trabaja con el ejercicio 46 de la guía de funciones cuadráticas, cuyo enunciado es:



La profesora grafica la función para poder obtener el intervalo de crecimiento.

Transcripción del episodio 11

07:00 P: ¿y la última? ¿Qué dice la última?

07:22 P: ¿Qué dice la última? ¿puedes leerla por favor?

07:44 A: Profe yo la leo.

07:46 P: Ya.

07:48 A: Sea una función cuadrática $y = -3x^2 + 6x + c$, entonces el valor de c para el cual, $y = 8$ y es cero.

08:02 P: ¿La entendieron clarita?

08:06 A: Muchos números.

08:08 P: Muchos números, ¿cierto? Muchos valores. Sea una función cuadrática $y = -3x^2 + 6x + c$, entonces el valor de c, entonces cual será c para el cual, $y = 8$, es igual a 8 y tiene un cero igual a 1. Son raíces, soluciones o ceros, son sinónimos.

08:52 A: ¿Cómo?

08:53 P: Cuando dice las raíces de una ecuación de segundo grado, soluciones de una ecuación de segundo grado o ceros de una ecuación de segundo grado, o sea en el fondo nos están diciendo que una de sus soluciones ¿es?

09:06 A: 0.

09:07 A: 1.

09:08 P: 1, por lo tanto ¿puedo reemplazar la x por un uno?

09:20 A: Sí

09:21 P: ¿sí? ¿sí? Ya, encontremos c

09:22 A: ¿profe? Cuando igualo a cero... no se entiende

09:30 A: -8, porque no se entiende.

09:36 P: No lo sé, revise no se entiende.

09:45 A: No. 09:47 P: ¿no? Si tengo una ecuación de primer grado con una incógnita que es la c.

09:57 A: No se entiende.

09:58 P: Si pues, pero tengo que encontrar c, es una ecuación donde mi única incógnita es c

10:10 A: No se entiende... pero tengo que igualar a cero para poder sacar c, no se entiende.

10:54 P: ¿Saco c?

10:55 A: 5 profe

10:56 P: ¿5 le dio?

10:58 P: ¿Cuánto? ¿tres? ¿Cuánto le dio? ¿ah cinco?

11:13 P: cinco dice ella

11:25 P: $-3 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 + c$ ¿les quedo eso? ¿cinco?

12:15 A: Sí.

Episodio 12: cierre de clases y solución de un ejercicio de una guía sobre funciones cuadráticas

Este episodio está registrado en el video 25, desde el minuto 12:22 hasta el minuto 23:22.

En este episodio trabaja con el primer ejercicio de na segunda guía de funciones cuadráticas, en la cuál se pide el máximo de la función cuadrática $u(x) = 100x - x^2$ en el contexto de las utilidades de una empresa y además hace un cierre de la clase.

Transcripción del episodio 12

12:22 P: Bueno, esta guía tenía como objetivo que nosotros pudiéramos identificar la parábola, ver sus elementos principales ¿ya? en base a (inaudible).

12:37 P: La guía que les estoy entregando ahora, que, por favor, no se les olvide traer el viernes, el que no la trae no va a tener la guía.

12:44 A: ¿Profe? ¿Profe cuándo es la prueba?

12:46 P: El martes, el próximo martes. No olviden traerla, porque yo no lo voy a dictar, no voy a escribir en la pizarra. Vamos a hacer un ejercicio, el primero, solo el primero.

13:10 A: Profe y el control ¿hasta cuándo se puede entregar?

13:17 P: Hasta el lunes.

13.30 P: Vamos a hacer el ejercicio uno, no se estén arreglando, los ejercicios que queden pendientes de la guía anterior, los vamos a revisar la próxima clase, que será una clase de reforzamiento para la prueba, el viernes, la idea es que no estemos escribiendo, que estemos pensando solamente y leyendo.

14:14 P: Ya, la primera, solo la primera, alcanzamos a hacerla, pregunta número uno, bueno ahora son aplicaciones de problemas: si la función $u(x) = 100x - x^2$ representa las utilidades de una empresa en miles de dólares, y x son las unidades vendidas, ¿cuál es la utilidad máxima de la empresa?, ¿cuál es la utilidad máxima de la empresa? ¿Que necesitamos saber para saber un máximo?

14:58 A: Derivar la función

15:00 P: Pero no sabemos todavía derivar, ¿Qué tenemos que hacer para encontrar el máximo en una gráfica? por ejemplo, ¿Qué hacemos?

15:26 P: ¿Me escucharon? ¿Qué tenemos que calcular para encontrar el valor máximo de una parábola?

15:44 A: Sacando las raíces

15:46 P: ya, y ¿cómo obtengo ese máximo? ¿Cómo obtengo las raíces?

16:12 P: En esta gráfica ¿hay un máximo o un mínimo?

16:14 A: Un mínimo.

16:16 P: Un mínimo, ¿y por qué es un mínimo?

16:20 A: Con las cotas de la función.

16:21 P: Y ese punto mínimo, ¿Dónde está? En el vértice, entonces, ¿Qué tengo que calcular?

16:28 A: El vértice 16:43 P: en la pregunta uno de la guía que tenemos vamos a calcular el vértice, ¿sí? Vamos. ¿Cuánto vale a?

17:10 A: -1

17:13 P: y ¿Cuánto vale b?

17:15 A: 100

17:18 P: tenemos todo, entonces vamos a calcular el vértice.

18:25 P: Anotamos lo que era $u(x)$ es utilidades en miles de dólares, ¿Qué lo que es x? unidades vendidas.

18:58 A: entonces $u(x)$ es y, ¿cierto?

19:01 P: claro, $u(x)$ es y.

19:20 P: ¿50? Tengo un valor, ¿Cuánto da el $f(50)$? 2500, pero recuerden que está en miles de dólares, se multiplica por mil, y va a quedar, 2 millones 500 mil dólares. A ver, ¿Qué representa el 50? 50 unidades, respuesta al vender 50 unidades obtiene una utilidad máxima de 2 millones 500 mil dólares, ¿cierto?

21:25 A: (inaudible)

21:31 P: 2500 miles de dólares, recuerden por favor traer la guía, porque vamos a ocupar contenidos que hemos visto, y también vamos a ver la guía de funciones ¿ya? Que les vaya muy bien.

B.3.4. Clase 4

Esta clase se registró en los videos 32 y 33. La clase fue grabada el día viernes 26 mayo del 2017 entre las 10:15:00 y 12:30.

Episodio 1: ejercicio 2, guías 2 funciones cuadráticas

Este episodio está registrado en el video 32, desde el minuto 0:00 hasta el minuto 17:02.

En este episodio trabaja con el ejercicio 2 de la guía 2 de funciones cuadráticas, cuyo enunciado es:

2) Se lanza un proyectil hacia arriba, formando un cierto ángulo respecto de la horizontal, con una velocidad inicial v, desde una altura h sobre el suelo. Cuando han transcurrido t segundos desde el lanzamiento, su altura está dada por la función $f(t) = -5t^2 + 40t + 20$. ¿Cuánto tarda en alcanzar la altura de 100 m.?

La profesora calcula la preimagen de un valor.

Transcripción del episodio 1

00:00 P: Chiquillos sacan su cuaderno, las guías.

00:01 P: Ya, saquemos la guía.

00:02 A: ¿Qué guía?

00:06 P: La guía que les entregue. Se fue antes usted, ¿no tiene más guías? No, si me quedan algunas, si me quedan algunas. Ya, esta es (señala la guía). Esta ¿ya? ¿Sacaron su guía? Ya, revisemos. ¿Tampoco tienen guía?

01:40 A: No, no vine cuando la entregaron.

01:43 P: Pero es la misma de la semana pasada. ¿No se las di? esta es miren; la de resolución de problemas.

01:51 A: No, no.

01:56 P: Pero ¿cómo?

01:57 A: No vinimos la clase pasada.

01:58 P: Ah no vinieron, eso era.

02:00 A: Sí, eso era.

02:05 P: Ya entonces el objetivo de la clase de hoy es; resolver problemas.

02:13 P: Chiquillos, resolver problemas, eh con los contenidos vistos en la clase pasada, que fueron; la función cuadrática ¿verdad? Cuya gráfica representa una parábola, ¿sí? Es representada a través de una parábola, entonces revisamos; la número 1 la hicimos, la alcanzamos a hacer así que vamos con la número 2, la vamos a leer, la idea es que ustedes la lean de manera comprensiva para tratar de comprender y rescatar los datos que hay ahí, para después poder eeh, trabajar. Dice: se lanza un proyectil hacia arriba formando un cierto ángulo respecto de la horizontal con una velocidad inicial v desde una altura h sobre el suelo, cuando han transcurrido t segundos desde el lanzamiento su altura está dada por la función, y hay escribimos la función. La pregunta es: ¿cuánto tarda en alcanzar la altura de 100 metros? Ya, entonces vamos anotar los datos, y número 2, la función es: $f(t) = -5t^2 + 55t + 1000$.

04:17 P: ¿Ya? recuerden chiquillos, en los datos cuando nos dan la función determinar bien quien es la variable independiente y quien es la variable dependiente es decir cual.

04:21 A: ¿Es mil?

04:19 P: ¿Ah?

04:20 A: Aah si

04:21 P: ¿No es mil?

04:22 A: Esa no es la 3.

04:23 P: Ah copie la pregunta 2, tiene razón.

04:26 A: ¿Profe la puede hacer igual?

04:28 P: ¿Cómo?

04:31 A: ¿Hay que igual poner el externo o hay que igualarlo?

04:38 P: Es que eso tenemos que ver, que nos están dando y que nos están pidiendo, eso tenemos que rescatar antes que hacer el ejercicio.

04:56 P: Ya entonces ¿qué es $f(t)$? ¿que representa $f(t)$ acá? ¿esta función, que representa?

05:06 A: ¿El tiempo?

05:08 P: $f(t)$

05:08 A: ¿Los segundos?

05:09 P: $f(t)$, ¿que representa $f(t)$?, ¿que representa?

05:16 A: ¿100?

05:19 P: Con respecto a la función en general, todavía no estamos viendo que nos preguntan solamente estamos pensando, que significan cada uno de los datos que me están dando, después respondo, $f(t)$ es la altura, ¿cierto?, su altura, nos dicen que, al parecer, pero después nos preguntan 100 metros por lo tanto es en metros, asumamos que es metros... y que significa t.

05:51 A: t es segundos.

05:52 P: t es el tiempo en segundos, desde el lanzamiento, cuando logre identificar bien cuál es mi variable independiente, ¿ cuál es la función? y en qué, además, ¿en qué unidad? Se tienen que fijar mucho porque hay se dicen miles de pesos que vamos a tener que multiplicar por mil o dividir por mil depende del caso, o en cientos de pesos o en dólares, ¿ya?, o podrían darnos el segundo y después nos piden por minuto por lo tanto vamos a tener que hacer alguna conversión, por lo tanto, es muy importante fijarnos que significa cada uno de ellos, que datos representa cada función y después analizamos la pregunta y la pregunta es ¿Cuánto tarda en alcanzar la altura de 100 metros?, ¿cuándo tarda en alcanzar la altura de 100 metros? ¿Qué me dieron? ¿Me dieron $f(t)$ o t?

07:02 A: eeh $f(t)$.

07:03 P: $f(t)$ ¿por qué me dieron la altura, cierto? Me dijeron, me dijeron $f(t) = 100$ metros y me piden entonces cuánto tarda en decir tiempo, no sabemos el tiempo, ¿cierto? Entonces ¿qué vamos a tener que hacer?

07:28 A: Igualar la función.

07:30 P: Igualar... igualar la función que nos dieron a 100, ¿están de acuerdo? ¿sí?

07:36 A: ¡Sí!

07:37 P: Ya, entonces vamos a tener $f(t)$, tenemos por un lado $-5t^2 + 40t + 20$, como tengo $f(t) = 100$ y $f(t)$ igual a esta expresión, entonces esa expresión la voy a igualar a 100. Vamos, un tiempo para que lo hagan solos... revisemos que tienen que hacer, ¿qué debemos hacer para poder encontrar ese valor de t?

08:29 A: Igualar.

08:30 P: Igualamos, y que tenemos que igualar? Que tenemos una ecuación ¿de cuánto, a ver?

08:36 A: segundo grado.

08:37 P: De segundo grado, por lo tanto, ¿qué vamos hacer? hay dos métodos de aprender casos, ¿cierto?, se puede factorizar o con la formula general, revisen cual es la situación que les parece más cómoda o que les es posible hacer.

08:56 P: Esto sería una aplicación de nuestras ecuaciones de la prueba anterior.

09:07 A: ¿Me presta lápiz?

09:08 P: ¿De color quiere el lápiz?

09:10 A: Azul.

09:11 P: ¿De pasta?

09:12 A: Sí.

11:17 A: Eh ya la hice.

11:18 P: ¿Y cuánto dio ese valor?

11:20 A: -4

11:22 P: ¿-4?, ¿-4 segundos?

11:26 A: ¿Te dio eso?

11:26 A 2: Sí.

11:27 P: Eso nos dio.

11:42 P: Lo resté, lo hice en la mente, ¿está bien?, pasa restando, me queda -80 por -1 ¿sí? ¿Podemos dividir por 5? Para que se nos haga más pequeñita la ecuación, pueden no hacerlo y se trabaja con un número más grande, nada más. ¿Se podría dividir por 5 toda la ecuación? Me quedaría t^2- ¿cuánto me quedaría aquí? (y anota en la pizarra)

$$-5t^2 + 40t + 20 = 100$$

$$-5t^2 + 40t - 80 = 0 / \cdot -1$$

$$5t^2 - 40t + 80 = 0$$

$$t^2 - 8t + 16 = 0$$

12:30 A: 8

12:31 P: ¿8? $5 \cdot 8$

12:34 A: ¿No será multiplicado por $-t$?

12:36 P: Eh para que la t la, el, coeficiente del a^2 osea de t de a que es a sea positivo.

12:45 A: ¿Y siempre tiene positivo?

12:45 P: En general uno trabaja con el positivo, eh si llevas esos datos a la fórmula de la ecuación de segundo grado no influye, pero nosotros lo trabajamos positivo.

13:00 A: Le faltó t.

13:00 P: Me faltó la t ¿está bien?

13:02 A: Sí.

13:07 P: ¿Y acá cuanto da?

13:08 A: 16

13:09 P: 16, me falta algo?

13:14 A: el ˘5

13:15 P: Pero si multiplique por -1

13:17 A: Ah ya.

13:18 P: Multipliqué por -1 me quedó menos por menos más, menos por más menos y menos por menos más.

13:27 P: Dos números, claro, no dan lo mismo un cuadrado binomios, dos números que multiplicados en 16 y sumados en 8, 4 y 4, el cuadro positivo, si, entonces t_1 va hacer 4 el t_2 también va a ser 4, es decir es la misma solución, porque el discriminante debió hacer sido 0, si lo hubiéramos hecho con, es lo mismo, es el mismo valor.

13:58 A: ¿Cada variante sigue siendo una t?

12:03 P: Claro, pero es la misma, tiene dos soluciones iguales, si este sistema tiene dos soluciones, pero son iguales, entonces ¿cuál sería la respuesta?

14:13 A: En 4 segundos.

14:15 P: En cuatro segundos.

14:17 A: Oiga por qué... ¿cuántas menciona ahí?

14:19 P: Eh me salte ese paso por que como lo vimos en ecuaciones con más detalle, pero lo vamos a poner de nuevo, recuerden que nosotros vimos que hay unas propiedades con los números reales que dice que si multiplico números y su... la multiplicación de dos números, si el producto es 0 eso sí solo si a es 0 o b es 0 ¿cierto? Entonces uno dice bueno, si este binomio es multiplicado por este binomio da 0, significa que este binomio es 0 o este binomio es 0 por lo tanto uno dice $t - 4 = 0$ ¿cierto? Y resuelven la ecuación entonces te queda 4, y por eso cambia el signo y no resulta si tu pones aquí un 4, $4 - 4$ ¿es? 0, 0 por, eso me da 0, en este caso da $0 \cdot 0$ por que los dos dan 0 ¿si? ¿Están de acuerdo? ¿Sí? ¿Almendra está de acuerdo?. Recuerden que todos los problemas tienen que llevar una respuesta, si es de alternativa la pregunta ustedes no colocan esa unidad o esa respuesta textual porque está la alternativa con esa respuesta, nosotros solo nos dedicamos a marcarla, pero cuando es una pregunta de desarrollo tienen que escribir una pregunta formal por que nos preguntaron algo formal, entonces si ustedes se fijan cuando pusimos aquí 100 no pusimos 100 metros, no pusimos en ninguna unidad, trabajamos solo con números, pero en momentos de responder entonces ahí nosotros llegamos al contexto del problema y escribimos la solución con un, con una unidad, con un valor... entonces vamos a responder, que vamos a responder?, ¿por qué fue nuestra pregunta? ¿Cuándo tarda en alcanzar la altura de 100 metros y es un proyectil, es un proyectil ¿cierto? Por lo tanto ¿el proyectil tarda?

16:35 A: 4 segundos.

16:17 P: Eso, el proyectil tarda 4 segundos en alcanzar 100 metros, 100 metros. ¿De acuerdo?

Episodio 2: ejercicio 3, guía 2 funciones cuadráticas

Este episodio está registrado en el video 32, desde el minuto 17:03 hasta el minuto 33:03.

En este episodio trabaja con el ejercicio 3 de la guía 2 de funciones cuadráticas, cuyo enunciado es:

3) La función $P(t) = -t^2 + 55t + 1000$ representa la producción que tienen 2 máquinas diariamente, en donde P: producción diaria de las máquinas (en miles de productos) y t: tiempo (en días). ¿Cuál es La producción de 20 días?

La profesora calcula la imagen del valor y gran parte de la discusión se centra en el trabajo con los signos.

Transcripción del episodio 2

17:03 P: Ya, entonces ahora vamos a ver la pregunta número 3, la pregunta número 3 léanla un segundo solo, un minuto, leerla. Ya la número 3 la leyeron ¿ya? ¿Marcelo? ¿Ya lo leyó?

18:06 A: Sí.

18:07 P: ¿Cris?

18:07 A: No.

18:07 P: Ya, pamee ya hay un Marcelo tengo que ubicarlo.

18:21 P: Cristian ¿la leyó?

18:24 A: Sí.

18:51 P: Número 3, entonces, dice la función: $p(t) = -t^2 + 55t + 1000$ representa la producción que tienen en 2 máquinas diariamente en donde p producción diaria de las maquinas en miles de productos y t es tiempo en días, ¿cuál es la producción de 20 días? Entonces siempre siempre identificar los datos, identificar cual es el medio varial independiente y cuál es la función evaluada en esa varial independiente y en que unidad esta, acá lo dio textual y está bastante esta pregunta por que no... lo especifica justo lo preciso, ¿cierto? número 3.

20:01 P: ¿Están haciendo los controles chiquillos? Lo han hecho? ¿Sí? ¿Han tenido algún problema?

20:06 A: Sí.

20:06 P: ¿Cuál? ¿Cuál has tenido Cristofer? Que la formula tenía un / y no lo tomaba como división .Ya, tenías que ir al editor de Wiris, cuando terminemos aquí para ingresar la ecuación. 20:08 A: pero de esa forma está bien.

20:29 P: Eh si, pero, quizás.

20:32 A: ¿Por qué a él no le salió si ponía lo mismo?

20:33 P: Pero como lo escribías.

20:36 A: Con el /.

20:37 A: Sí, pero que, como que fracción.

20:39 A: 2/5.

20:40 P: ¿2/5? ¿Así? Y ¿trató de hacerlo con el Wiris? ¿no?

20:47 A: ¿Cómo?

20:46 P: ¿Con el editor de ecuaciones? ¿trató? ¿No?

20:49 A: Pero salía media información no más.

20:51 P: A ver, él le va a comentar algo, Jorge.

20:52 A: eh lo vamos analizar para ver si lo podemos hacer de otra forma o algo... un problema de la editaciòn, si que los que quieran después y revisamos su computador.

21:26 P: Veámoslo si.

21:30 A: Ya cualquier cosa.

21:32 P: Es que lo puede ir buscando el, en el control.

22:03 P: Ya, bueno, vamos al número 3 entonces, entonces número 3, ya chiquillas la número 3 entonces dice; la producción nos dieron todos los datos bien explícitos, la producción $p(t) = -t^2 + 55t + 1000$ representa la producción que tienen 2 máquinas diferentes diariamente, en donde ven la producción de diaria de las máquinas, entonces que es $p(t)$, $p(t)$ es la producción diaria de las máquinas, podría ser producción semanal, producción mensual, producción anual, es decir, también hay una unidad de medida en el tiempo hay una unidad, producción diaria, la producción diaria en miles de productos, miles de productos, y que es lo que era t el tiempo y está en la unidad de?, días, entonces, cuando una ya ha detallado bien, chiquillos está bien compleja esta prueba, si a nosotros nos está pidiendo t y creemos que nos está pidiendo las funciones evaluada en t y nos equivocamos, no hay ninguna posibilidad de tener pedio punto nada por que partió mal, el ejercicio, distinto es cuando uno está desarrollando el ejercicio y hay un signo algo pero ya por lo menos se dio cuenta que esto es lo que había que hacer y en el camino paso algo, eso es distinto porque el desarrollo obviamente evaluado paso a paso, pero en otro caso no podemos hacer nada por que partió mal desde un comienzo no hay un error de ninguna otra especie si no que partió mal así que por eso tienen que detallar bien y fijarse que me están pidiendo, me equivoco, no tenemos mucho que hacer, entonces me dice: ¿cuál es la producción de 20 días? ¿Qué significa 20 días? ¿La $p(t)$ o la t?

24:32 A: La t.

24:32 P: La t porque me habla de días, entonces nos dieron $t =$ a 20 días, sabemos que es días y entonces ¿que tenemos que hacer ahora para poder encontrar? Reemplazar la t, es decir, evaluar la función en ese valor, entonces van a calcular $p(20)$, vamos todos, ¿cuánto nos va a dar $p(20)$, ¿2500 Cristian? Les dio 2500, a ver cuánto nos da a nosotros a ver. Héctor ¿ya lo hizo?

25:17 A: No.

25:18 P: ¿No? ¿Ismael? ¿No todavía?

25:30 A: ¿Da positivo cierto?

25:32 P: Ahora esa pregunta tiene algo particular.

25:40 A: Son 2.500.000, si son 2.500.000.

25:44 P: Ah bien, tiene bien varias cosas particulares, porque después habría que multiplicar por 1000, claro, entonces decía, primeros vamos a evaluar la función, ¿cierto?

26:19 P: ¿Ya? entonces fíjense acá, ayer estaba en una clase de cálculo, en un curso y nosotros teníamos que evaluar algo parecido, estábamos maximizando más adelante, lo que tengan calculo, optimización, y mis alumnos se equivocaron justamente por el signo negativo del menos era $(-25)^2$ y ellos lo pusieron positivo, y eso puede pasar, acá t, lo que pasa es que el signo esta antes de la t esto es menos del resultado del 20^2 no es $(-20)^2$ ¿ya?. Distinto seria si t fuera -20 entonces coloco -20^2 acá el signo esta antes, menos el resultado de t^2, por lo tanto son resultados negativos, ¿ya? y me dieron, porque ya ustedes saben no hacemos los calculo, ustedes tienen sus calculadoras y yo confió en ustedes, me dieron un valor, después me dieron otro valor y finalmente el tercer valor era el correcto, en un curso muy numeroso, claro, como a las 11 de la noche también, estábamos todos cansados, dijimos que era la hora, si, pero nos pasa eso, puede ocurrir. Entonces: $+55 \cdot 20^2 + 1000$, 20^2 es 400 ¿sí? Entonces me quedo en -400, 55 por 20 ¿cuánto es? ¿1100?, $+1000$ entonces tengo, y finalmente ¿cuánto dio? $2100 - 400$, ¿cuánto era? 2000 ¿cuánto?

28:20 A: 1500.

28:20 P: Ah 1000.

28:21 A: ¿Profe porque salió eso?

28:26 P: Lo mismo les estaba diciendo todo este ratito, la t es, no esta elevada, aquí hay un signo negativo antes, t evalúe, evalúe t elévelo al cuadrado y ese valor lo coloco en negativo, no es $-t^2$, no es esto, aquí tengo $-t^2$ es distinto de $(-t)^2$, entonces ustedes están elevando el sigo al cuadrado, el signo no está elevado al cuadrado, el signo esta antes.

28:53 A: Ah ahora me dio.

28:54 P: ¿Sí? ¿Y cuánto daría entonces? Aah y por eso le da 2.500, ¿por qué habían sumado, ven? Ocurre hasta en la... en todas partes. ¿Nos queda en 1.000?

29:02 A: 1.700

29:03 P: 1.700, ya, hasta en las mejores familias ¿cierto? 1.700

29:11 A: También está el signo.

29:23 P: También estaría el signo, es decir si t fuese un número negativo yo lo elevaría al cuadrado en él, completo me daría un número positivo por su puesto, pero ahora no, pero decían que la producción diaria no son 1.700 productos, sino que son 1.700 por 1.000, fijarse en este detalle, entonces tenemos 1.700 por 1.000 y eso nos da, ahí esta y ahí viene la redacción de la respuesta, tenemos que redactar la respuesta, esto tiene una respuesta, como va a ser la respuesta?

30:02 A: La producción es de 1.700.000.

30:08 P: Es de 1.700.000 productos, ¿está bien? La producción, 1.700.000 productos. ¿Alguna pregunta?

30:50 A: No.

30:53 P: ¿No?, bueno ahí había un detalle, esa es una función cuadrática representa una parábola, y esa parábola era cóncava o convexa, o en idioma más simple, ¿hacia arriba o hacia abajo? ¿Como era nuestra parábola?

31:04 A: Hacia arriba.

31:10 P: ¿Era así? ¿o así?, así es cuando a es mayor que 0 ¿cierto? Que yo recuerde, y esta es cuando a es menor que "0" y en ese caso ¿cuánto vale a?

31:40 A: -1

31:40 P: -1, ¿cómo sería?

31:43 A: Cóncava.

31:44 P: Convexa, hacia abajo, en realidad si no recuerda el nombre por lo menos recordar como era su gráfica, era así: convexa. Número 4, entonces la gráfica acá era así, si?, número 4.

32:22 A: profe si yo lo escribo al revés no funciona.

32:25 P: ¿Cómo? Perdón

32:26 A: Al pasarlo para el otro lado.

32:27 P: Es que cuando la... ¿en que parte?

32:29 A: Ah por ejemplo aquí esta esto.

32:31 P: Es que hizo una ecuación, eso es distinto.

32:34 A: Una ecuación, dividido eso igual a aah no po claro ya.

32:36 P: Sí, no, no, no, la función no debe cambiar los valores, no deben multiplicar por un valor, no deben extraer raíz cuadrada nada, cuando es una ecuación puedes hacer todas esas cosas. Veamos la número 4 la hicimos o no? Alguien me puede contar ¿si está hecha la número 4?

32:59 A: No.

33:03 A: Profe no borre.

Episodio 3: ejercicio 5, guía 2 funciones cuadráticas

Este episodio está registrado en el video 32, desde el minuto 33:04 hasta el minuto 59:50 y en el video 33 desde el minuto 00:00 hasta el minuto 06:38.

En este episodio trabaja con el ejercicio 5 de la guía 2 de funciones cuadráticas, cuyo enunciado es:

5) Un proyectil es lanzado hacia arriba desde el suelo. Después de transcurridos t minutos, la altura del proyectil, en metros, por sobre el suelo está dada por la función: $h(t) = -13t^2 + 91t$.

a) ¿Qué altura alcanza el proyectil a los 4 minutos?

b) ¿En qué momento la altura del proyectil es de 78 metros?

La profesora calcula la imagen del valor, la preimagen de un valor y el máximo de la función cuadrática.

Transcripción del episodio 3

33:04 P: ¿Cómo?, no, no voy a borrar ¿hicimos la número 4?

33:09 A: No, parece que no.

3:12 P: No, pero en el cuaderno ¿no hay algo parecido?

33:16 A: Sí, parece que sí.

33:18 P: Revisen, a ver ¿en la clase pasada lo habremos hecho?

33:28 A: Ah, sí la hicimos.

33:30 P: ¿Y es la misma?

33:31 A: Sí.

33:33 P: Es la misma, así que la 4 ya la hicimos, entonces viene la número 5, decía que grafiquen la número 4, encuentren el vértice: raíces o ceros, eje de simetría, concavidad, intervalo de crecimiento y decrecimiento, así que yo creo que se va acordar porque la hicimos, ¿sí?, entonces ahora vamos a hacer la número 5, número 5, leer la pregunta número 5 chiquillas.

Un proyectil es lanzado hacia arriba desde el suelo, después de transcurridos de 3 minutos, la altura del proyectil es muy parecida, pero esta tiene otra fórmula ¿cierto?, la altura del proyectil en metros por sobre el suelo está dada por la función $h(t)$, y nos hacen 2 preguntas; que altura alcanza el proyectil en 4 minutos y en que momento la altura del proyectil es de 78 metros?. Entonces voy a escribir los datos, $h(t) = -13t^2 + 91t$. ¿Qué es lo que es $h(t)$?

35:27 A: Eh los minutos.

35:30 P: La altura del proyectil, ¿en que estaba la altura del proyectil?

35:36 A: En los metros

35:36 P: Eso, en metros, ¿y que es lo que es t? ¿qué lo que es t? es t? el tiempo en?

35:53 A: Minutos

35:54 P: Minutos, fíjense acá, el tiempo era en días, anteriormente la pregunta 2 era ¿el tiempo en?

36:05 A: Segundos.

36:06 P: Segundos, ¿ven? Entonces nos van cambiando las unidades de medidas, aquí el tiempo es en minutos, en minutos, tengo identificado quien es quien; $h(t)$ en la altura t es el tiempo en minutos, letra A ¿qué altura alcanza el proyectil a los 4 minutos?, ¿qué nos piden? ¿y qué nos dan?, ¿que nos dieron?

36:45 A: 4 minutos.

36:46 P: 4 minuto, que representa ¿$h(t)$? o ¿t?

36:47 A: t

36:48 P: $t = 4$, entonces ahora vamos a tener que evaluar la función en el punto 4, veamos cuanto da, que no nos equivoquemos, recién nos equivocamos un poquito.

37:02 A: Evaluar la función ¿o no?

37:03 P: Exacto, tal cual, evaluar la función, ¿Héctor que paso hoy día?, esta decaído.

37:09 A: No es que estoy emparejando la goma.

37:12 P: Ah ya, estaba muy cochina, ya mmm está decaído hoy día

37:26 A: En esta no sale el 4 solo la t.

37:30 P: Claro solo la t. ¿Joana? ¿Me puede ayudar con esta? ¿Ya? vamos

38:04 A: ¿Profe quiere maní?

38:05 P: No, gracias

38:09 A: Profe le quiero hacer una pregunta.

38:11 P: Dígame.

38:15 A: Uno para saber, ¿siempre tiene que poner el cuadro ahí? cero ¿no? Para...

38:19 P: Es que, si me dan t claro, yo evaluó en vez de poner un t pongo el 4, y donde estaba la t la cambio.

38:24 A: ¿Está bien así?

38:24 P: Está bien, ten cuidado con el cálculo nada mas ahora en la calculadora, pero está bien.

38:30 A: Aquí para ver si un trinomio de las formas de b ¿dos números sumados me tienen que dar b?

38:36 P: Pero lo que pasa es que eso era solamente cuando el valor de a es 1.

38:39 A: Cuando era 1 aaah.

38:40 P: Sí, multiplique por -1 y vea si puede dividir por 12 cada uno de ellos, a lo mejor se puede y la hace más fácil.

38:45 A: Si no la fórmula.

38:45 P: Y si no la formula general, claro. ¿Ya evaluaron $h(4)$? ¿Joana?

38:51 A: 156 minutos.

38:53 P: 156, ya a ver chiquillos, ssh calladitos, bajen el volumen, ya?, veamos, -13 por, -13 por... ¿por cuánto? ¿Que pongo acá?

39:15 A: 16

39:16 P: Ya, va a dar 16 pero por 4, y seria… ¿y eso dio? ¿Cuánto da ahí por parte? ¿Cuánto da?

39:32 A: ¿-208?

39:33 P: ¿Esto?

39:35 A: Sí.

39:37 P: Más, ¿y eso dio?

39:43 A: 156, ¿ve?

39:46 P: ¿Cuánto?

39:48 P: 156

39:50 P: 156, pero 156 ¿qué? 156.. recuerden que h está en metros, la altura es en metros, evaluamos cual es la altura del proyectil en 4 minutos, por lo tanto la respuesta seria, la altura a los 4 minutos es de 156 metros, porque lo que estamos haciendo es encontrar el eje y.

40:22 A: Después separa 78 ¿o no?

40:23 P: Claro, ¿entonces dio? Escribimos la respuesta; la altura del proyectil, la altura del proyectil a los 4 minutos es de 156 metros, y tenemos una pregunta B; ¿en qué momento la altura del proyectil es de 78 metros?

41:09 A: ¿De cuánto?

41:09 P: 78, la letra B, ¿cómo hacemos eso? La letra B. ¿Qué me están dando, cuando dicen esos 78 metros que es lo que es? Es $h(t)$ ¿cierto?, $h(t)$, es decir me dan $h(t) = 78$ metros, ¿qué me piden? Me piden el tiempo t, me piden t, ¿que tienen que hacer ahí? ¿Que hay que hacer?... como encontramos la t?

42:08 A: Es divisible el 6 y queda en 78.

42:21 P: Como encontramos el valor de t no, no me da, puede que... ¿de que otra manera puedo encontrar el valor de t?

42:29 A: Cambiarla de lado como la A.

42:31 P: Es que la pregunta A no tiene relación con la pregunta B, ya tuve la respuesta de la pregunta B, no necesariamente tengo que ocupar ese valor, a eso me refiero.

42:50 A: reemplazar el 78 en el h.

42:55 P: Ya, y eso ¿qué significa remplazar el 78 en el h? entonces que tengo que hacer?, la palabra clave no la e escuchado

43:08 A: Hacerlo nomas.

43:11 P: Hacerla nomas, pero ¿cómo? Hay que hacerlo nomas, pero ¿cómo?, ¿cómo lo hago?

43:17 A: Así po, que no sé cómo explicarme, ¿pero está ahí ve?, ahí a dar dos valores?

43:24 P: No.

43:25 A: ¿Cómo que no?

43:28 P: ¿A ver?

43:29 A: Si eso es poh, calmado que ahí va a salir mediano.

43:34 P: Ah ya, está bien lo que hizo, pero como lo explico.

43.39 A: la C.

43:39 P: 78 sí.

43:40 A: 78 metros lo reemplace.

43:41 P: Lo igualo o lo reemplazo.

43:44 A: No po es que como no había lo reemplace.

43:45 P: Lo igualo, lo igualo. Ya veamos chiquillos, veamos si están de acuerdo, veamos si están de acuerdo lo que me dijeron, por acá, tenemos que $h(t)$ es 78, pero también recuerden que $h(t)$ es esto, $h(t)$ es esa expresión $-13t^2 + 91t$, por lo tanto, como $h(t)$ es 78 y $h(t)$ también es esta expresión, igualamos, esa era la palabra clave, hacer si, hacer, pero hacer la igualación, faltó la palabra; la igualación, ya? entonces nos queda $-13t^2+91t = 78$, y ahora a trabajar.

45:00 A: ¿Profe no le sobra una chaqueta?

45:02 P: Eeeh no, me queda esta que tengo yo, pero te di el.

45:06 A: No si le saque foto.

45:08 P: Yo cuando la desocupe te la paso, si no, no me queda, deberías mejor tener, es que yo no traje unas clases, mmm...

47:08 P: ¿Ya? encontraron el valor de t? encontraron un valor de t? encontramos el valor de t chiquillos?, Almendra?

47:50 A: 2.

47:52 P: ¿2?, encontramos Constanza el valor de t¿ ¿no?, estamos listos con el valor de 3?

48:09 A: ¿Cómo uno sabe cuál es él?

48:12 P: Es que, en los dos valores, de los valores...

48:16 A: Pero es que en... en cuanto opositaban a veces borro un valor...

48:22 P: El menor o el mayor decía, dice,

48:27 A: Y le decía, nos da eeh 0.6 y 1 y le puse 1 y estaba bueno, pero ¿por qué?

48:37 P: Tomo cualquiera de las 2, porque tiene 2 soluciones, vamos hacer el dibujito.

48:39 A: Igual que la...

48:40 P: Sí, pero ahora en los ejercicios que vienen ahora a continuación, se van a dar cuenta, que nos piden discriminar en cuál de ellos...

48:45 A: ¿Pero todo parte teniendo la misma historia?

48:48 P: Si. ¿Por que hace esto...? ya, ya veamos chiquillos, me dieron 2 valores, ¿cierto?, ¿cuáles? ¿Cuales 2 valores Cristian?

49:02 A: 6 y 1.

49:03 P: 6 y 1, bien, ya veamos chiquillos, recuerden la prueba de esta unidad es el próximo martes, pongan mucha atención, abran mucho los ojitos, paren las antenas como dicen, para que sea lo más productiva para el martes, ¿ya?, estamos trabajando para el día martes, este martes es la prueba, las preguntas pueden cambiar, el contexto no importa, pero la forma de realizarlos es la misma, por lo tato si entiende como se hace esto, pueden hacer cualquier cosa, ya?, bien, normalmente, bueno, después chiquillos normalmente uno trabaja con el coeficiente que acompaña al grado de la función que en este caso es 2 positivo, lo ponemos positivo, por eso se multiplica con -1, entonces vamos a multiplicar por -1, y nos va a quedar $13t^2 - 91t + 78 = 0$, revisen si podemos dividir por 13 todo?, ¿se puede dividir todo por 13? ¿Por que elegimos el 13?, ¿por que me quedaría t^2? solamente y quizás pudiera factorizar, entonces me queda, $t^2 - 7t + 6 = 0$

50:34 A: 7

50:36 P: Y ahí quizás existan 2 números que multiplicados dan 6 y sumados dan 7, 6 y 1, los dos son negativos, 1 lo pongo así, 1 es 6, perdona, 1 es 6, 1 es 6, por lo tanto una en las soluciones es 1, es decir con el signo cambiado, si uno no lo quiere ver, para que el coeficiente de él sea positivo, para que el a sea positivo, no es que nosotros siempre dejábamos positiva la t, x^2 no $-x^2$, ¿recuerdas?, en la factorización, si tengo así, $-x^2+7x-6=0$, no lo sabemos hacer, lo sabemos hacer cuando estaba positiva la x, ¿me entienden?, por eso multiplicamos por -1 y en una ecuación se puede hacer.

51:43 A: Y ahora lo único que hay que hacerle es que nunca poner negativo.

51.45 P: Claro.

51:46 A: Pero ahí.

51:48 P: También. Ya entonces t ¿vale?, chiquillos, ya veamos el dibujo para poder entender esto, ¿por qué dieron 2 valores? Porque en tiempos distintos tiene exactamente la misma altura, bueno, si nos fijamos a es menor que 0 ¿cierto?, lo valores que yo tomo de acá, $h(t)$, $h(t)$ es $-13t^2+91t$, cuánto vale a?, no se puede ahí multiplicar por -1 ni nada, esta es una función, cuando yo tengo una ecuación, puedo multiplicar por -1, puedo extraer raíz cuadrada, puedo elevar al cuadrado, pero tengo una ecuación, a mi función no la puedo cambiar, así como esta es, ¿cuánto vale a?

53:07 A: -13.

53:08 P: -13, -13 es menor que 0, por lo tanto, la parábola es así, hacia abajo. ¿que paso? Eh, me preguntan por una altura aquí, porque eso representa el eje y, un $h=78$, por lo tanto, el proyectil cuando iba hacia arriba, alcanza la altura de 78 en un tiempo que fue 1, 1 minuto, y cuando llega al vértice, empieza a bajar y nuevamente alcanza la altura de 78 en otro tiempo que es en, a los 6 minutos, así que si es posible, lo ven?, alcanzo una altura de 78 metros, transcurrió 1 minuto y después 6 minutos, ¿qué hace en el control? Dice a veces encuentra la solución menor, por lo tanto deberían colocar el 1 o la solución mayor el 6, o dice eh la altura de subida en que tiempo encontró en subida, de subir, la subida en 1 minutos y la bajada a los 6 minutos alcanzo 78 metros, por ejemplo.

54:20 A: También podría decir, ¿grafiquen?

54:22 P: Eh, también podría decir grafiquen, de hecho hay gráficos, para graficar necesito encontrar el vértice, pero no les voy a pedir graficar, les voy a pedir otra pregunta, vamos hacer otra pregunta, vamos agregar una letra C, agregar una letra C, esto era en minutos, borré los datos, era en minutos, en minutos, bueno no las respuestas, la respuesta primero de esto, ¿cuál es la respuesta?. El proyectil alcanza una altura de 78 metros en 1 minuto de ser lanzado, porque fue lanzado después de 1 minuto, 1 minuto después de ser lanzado y a los 6 minutos.

56:04 P: Eh vamos agregar otra pregunta, otra pregunta, letra C, la vamos agregar, no está en la guía, la vamos agregar ¿en cuántos minutos el proyectil alcanza la altura máxima?, dejan un espacio para contestarla, y la pregunta D va a ser; ¿cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil? Agregarle ahí, la letra C y la letra D, ¿en cuántos minutos el proyectil alcanza la altura máxima? Ahí tenemos una posible gráfica de nuestro proyectil, fue lanzado hacia arriba, en 3.5, ¿que más piden calcular cuando no están pidiendo por máximo o mínimo?, ¿qué concepto está ahí englobado?, ¿el?, ¿el?

58:07 A: El eje.

58:08 P: ¿El?

58:10 A: El vértice.

58:10 P: ¿El? El eje de simetría, y también el vértice, vértice, signo acá, ahí viene el vértice, yo voy a tener la coordenada x ¿qué representaba?

58:46 A: Los minutos.

58:47 P: Los minutos, y la coordenada ¿y qué representa?

58:50 A: La altura.

58:50 P: La altura, entonces ¿podría contestar las 2? ¿o no?, podría ¿contestar las 2?, la letra C y la letra D, encontrando ese punto en particular que es el vértice, ¿cómo era la fórmula del vértice? ¿Era?

59:05 P: Era $-b/2a$, $f(-b/2a)$. Nosotros ya dijimos que a vale -13, ¿cuánto vale b?, se la agregamos, aquí entonces en $h(t) = -13t^2 + 91t$, ¿cuánto vale a? -13, ¿cuánto vale b? 91, ¿cuánto sería?

00:02 P: En la expresión $\breve{}b/2a$. ¿Lo pueden hacer? ¿Cuánto es el resultado?

01:08 A1: El resultado es 3.5.

01:18 P: $-b/2a = -91/(2 \cdot (-13)) = -91/-26$, menos por menos da más y eso da como resultado 3,5.

01:31 P: ¿Qué respuesta podríamos dar aquí? En 3,5 minutos el proyectil alcanza la altura máxima.

02:13 P: Ahora, vamos con la letra D ¿cuál es esa altura máxima? ¿Qué tenemos que hacer? ¿Cuál sería la altura máxima? Yo encontré el eje x, que representa el tiempo, ahora ustedes deben encontrar el valor del eje y, que representa a la altura máxima. Eso significa evaluar las funciones en el punto 3,5. Por eso, es así el punto, encuentra el valor de x y evalúa la función en ese valor ¡tal cual! Acabo de encontrar este valor, la coordenada x del vértice. La coordenada y del vértice de ese punto me va a dar la altura.

03:16 A: ¿Reemplazamos?

03:17 P: Reemplazo $f(3,5) =$ ¿veamos cuanto da? $-13 \cdot (3,5)^2 + 91 \cdot 3,5 =$ ¿esto nos da?

05:43 A: $159,25$ es el resultado.

05:56 P: Está correcto. A los que no le dio este resultado deben intentar nuevamente hasta obtener este resultado. Entonces, a los 3,5 minutos el proyectil alcanza la altura máxima de 159,25 mts.

Episodio 4: ejercicio 6, guía 2 funciones cuadráticas

Este episodio está registrado en el video 33, desde el minuto 06:39 hasta el minuto 18:28.

En este episodio trabaja con el ejercicio 6 de la guía 2 de funciones cuadráticas, cuyo enunciado es:

6) La propagación de cierto virus estival se modela por la función $f(t) = 100t^2 - 1200t + 4000$, donde $f(t)$ indica el número de contagiados y t índica los meses del año, t varia de 1 hasta 12.

a) ¿Cuántos contagiados se estima que habrá al finalizar marzo?

b) ¿En qué mes del segundo semestre del año se estima que habrá 800 contagiados?

La profesora calcula la imagen del valor y la preimgane de un valor.

Transcripción del episodio 4

06:39 P: Nos vamos a la pregunta 6. La pregunta dice: la propagación de cierto virus estival se modera por la función $f(t) = 100t^2 - 1200t + 4000$. Debemos extraer de los datos, $f(t)$ indica el número de los contagiados y t indica los meses del año, donde t va de 1 a 12. Entonces $f(t)$ como número de contagiados y t meses del año de 1 a 12.

08.30 A: Letra a. ¿Cuántos contagiados se estima que habrá terminado Marzo?

08:53 P: Entonces t seria 3 (Marzo). Entonces nos están pidiendo $f(3)$. Entonces nos quedaría $100 \cdot 3^2 - 1200 \cdot 3 + 4000$. Tener cuidado cuando hacen el cálculo en la calculadora, para que no tengan problema. Ver bien el dato en la calculadora. ¿Cuánto da el resultado? $1003^2 - 1200 \cdot 3 + 4000 = 1300$. Respuesta: En Marzo habrá 1300 contagiados. La letra b dice; ¿en qué mes del segundo semestre se estima que habrá 800 contagiados? No sabemos cuál es la t. Entonces, a 800 lo coloco en $f(t)$. ¿$t =$? $f(t) = 800$.

12:52 P: Hacemos una ecuación de segundo grado, debemos igualar los resultados. Por otro lado nos habían dicho que $f(t) = 100t^2 - 1200t + 4000$. Deben encontrar t. $100t^2 - 1200t + 4000 = 800$.

15:12 P: Debemos pasar el 800 para otro lado para igualar 0.

$$100t^2 - 1200t + 4000 - 800 = 0$$

$$100t^2 - 1200t + 3200 = 0$$

Cuando hay números semejantes, los vamos a restar.

$$t^2 - 12t + 32 = 0$$

También se puede dividir por 100 y nos quedara así. ¿Hay dos números que multiplicados den 32 y sumados den 12? Entonces colocamos (factorización), $(t-4)(t-8) = 0$. Entonces vamos a tener dos t: $t_1 = 4$ y $t_2 = 8$. 4 representa mes de Abril y el 8 agosto. ¿En qué mes del segundo semestre se estima que habrá 800 contagiados? Respuesta: En el mes de agosto habrá 800 contagiados. Recuerden siempre el cuarto paso de Pólya para dar respuesta a la solución. Siempre fijarse en la pregunta para escribir la respuesta.

Episodio 5: ejercicio 7, guía 2 funciones cuadráticas

Este episodio está registrado en el video 33, desde el minuto 18:29 hasta el minuto 46:05.

En este episodio trabaja con el ejercicio 7 de la guía 2 de funciones cuadráticas, cuyo enunciado es:

7) La propagación de cierto virus computacional se modela con la función $f(t) = -t^2 + 8t$, donde $f(t)$ indica el número de computadores infectados (en miles) y t indica el número de días desde que se propagó el virus, t varia de 1 hasta 8.

c) ¿Cuántos computadores se estima que habrá contagiados al quinto día?

d) ¿Cuál es la primera vez en que se tendrá 12 mil computadores infectados?

La profesora calcula la imagen del valor y la preimagen de un valor.

Transcripción del episodio 5

18:29 P: Pregunta número 7. La propagación de cierto virus computacional se modela con la función, $f(t) = -t^2 + 8t$, donde significa $f(t)$ número de computadores infectados, mucho cuidado con esto porque dice en miles, que es $t =$ número de días en que se propago el virus, estos días van de 1 a 8. (En la guía rayen a y b.). ¿Cuántos computadores se estima que habrán contagiados al quinto día? Letra a. $t = 5$, $f(5)$.

20:53 P: Siempre verifiquen Pólya. La respuesta es 15000, $f(5) = 5^2 + 8 \cdot 5 = 25 + 40 = 15$, $15 \cdot 1000 = 15000$. Recuerden que el resultado es en miles, la respuesta es 15 mil, o sea los 15 son multiplicados por mil. La respuesta es: al quinto día habrá 15000 computadores infectados con el virus.

24:17 P: Letra B. ¿Cuál es la primera vez que habrá 12000 computadores infectados? ¿Qué me están pidiendo y que me dan? Pueden pedir t o $f(t)$. En este caso están pidiendo t. ¿$t =$? $f(t) = 12000$. ¿Debo colocar 12000 en $f(t)$? Solo debemos colocar 12, porque ahora, al contrario, borramos los 3 ceros, porque la función nos entrega un número que nosotros multiplicamos por mil. Debemos fijarnos, no debemos escribir el 12 mil, sino solo el 12. Por otro lado, sabemos que nuestra función que $f(t) = -t^2 + 8t$. Nuevamente la misma pregunta, se igualan los valores, la expresión algebraica se iguala al valor numérico y creamos una ecuación de segundo grado.

26:36 A: No entendí el sistema de igualar.

26:39 P: La función nos entrega un valor que no está multiplicado por mil, el número que nos de nosotros lo multiplicamos por mil, por lo tanto, ahora, yo quiero escribir ese valor, el cual me daría la función y esta no me va a entregar el 12 mil, esta solo me entrega el 12. Por lo tanto, divida por mil.

27:20 A: Uno me dio positivo y el otro negativo.

27:25 P: Coloco el 12 mil y debe colocar el 12.

28:15 P: Vamos a igualar. Me queda: $f(t) = -t^2 + 8t$, $-t^2 + 8t = 12$ Pasamos el 12 a la izquierda y queda:

$$-t^2 + 8t - 12 = 0 / \cdot -1$$

Se multiplica por el -1

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

$$(t-2)(t-6) = 0$$

Factorizar: dos números que multiplicados dan 12 y sumados 8. Por lo tanto el tiempo 1 seria 2 días y el tiempo 2 sería 6 días.

30:18 P: Respuesta: la primera vez que habrá 12000 computadores infectados será a los 2 días.

31:18 A: ¿Por qué se multiplica por -1?

31:20 P: Para que quede positivo el coeficiente de cuadrado y así poder factorizar como lo realizamos siempre.

31:47 A: Resuelve el último problema.

41:15 P: Siempre deben colocar la respuesta, esta debe ir completa.

43:25 P: Recuerden colocar las respuestas verbales o se restara puntaje en la prueba.

45:14 P: las dos soluciones de este último problema son 8 y 4. Siempre deben colocar las dos respuestas, pero, para la respuesta verbal deben colocar la que corresponde.

Episodio 6: ejercicio 3 guía función lineal y cierre de la clase

Este episodio está registrado en el video 33, desde el minuto 46:06 hasta el minuto 59:50.

En este episodio trabaja con el ejercicio 3 de la guía 3 de funciones lineales, cuyo enunciado es:

3) Una tienda muy conocida hizo una oferta en internet de un Notebook Lenovo con procesador Intel Core i5 de 4GB de RAM modelo G470. La tienda desea registrar las ganancias obtenidas de estas ventas, para ello modela la siguiente función: $G(x) = 299.990\, x + 2.990$ donde x representa la cantidad de Notebooks vendidos.

a) Calcula la ganancia, en pesos, de la empresa al vender 75 Notebooks.
b) Si la ganancia de la empresa fue de $ 20.102.320 . ¿Cuántos Notebooks vendió la empresa

La profesora calcula la imagen y pre-imagen de un valor.

Transcripción del episodio 6

46:06 P: Vamos hacer un ejercicio de la guía de función lineal, haremos la pregunta 3. Una tienda muy conocida en internet hizo una oferta de un notebook lenovo, la tienda desea registrar las ganancias obtenidas de estas ventas y para ello modela la siguiente función: $g(x) = 299990x + 2990$, x es el número de notebook y g es la ganancia. La ganancia nos dice que está en miles de pesos. La pregunta nos dice, calcula la ganancia en pesos de la empresa al vender 75 notebook. ¿Qué nos dieron? La x que es igual a 75. ¿Que nos piden calcular? La ganancia.x es igual número de notebook, $g = 75$, $g(75) = 299990 \cdot 75 + 2990$. Respuesta es 22.502.240. La ganancia de 75 computadores es de 22.502.240.

50:31 P: La última es la letra D. Si la ganancia de la empresa fue de 20.102.320. ¿Cuántos notebook vendió la empresa? $g(x) = 20{,}102{,}320$ ¿$x =$?. Aquí debemos igualar. Esta es una función línea, porque el mayor grado de la función es $1.g(x) = 299990x + 2990$

$$299990x + 2990 = 20{,}102{,}320$$

$$299990x = 20{,}102{,}320 - 2990$$

$$299990x = 20{,}091{,}330$$

$$x = 20{,}091{,}330/299990$$

$$x = 67$$

Respuesta: vendió 67 notebook la empresa.

55:21 P: Ya, chiquillos, tienen que revisar las guías que hicimos, volver a hacerlas en su casa, hacer los controles ¿cierto? recuerden que la parte de desarrollo va a ser muy dirigida parecida a las preguntas de los controles, así que deben trabajar los controles y nos va a ir ¿un? 7, muy bien. Que les vaya miuy bien, nos vemos el martes, el día de la prueba.

Apéndice C

Entrevistas a profesores diseñadores

Contenido

C.1. Entrevista a profesores diseñadores

Objectif de l'entretien: approfondir certaines choix des professeurs dans la conception et dans l'usage d'une BEL dans la classe.

C.1.1. En rapport à les tâches conçu pour chaque professeur

1. ¿Cómo eligió el contexto?
2. ¿Cómo elegiste la función que aparece en el problema ?
3. ¿Cómo elegiste qué parámetros a aleatorizar y cómo elegiste esos valores ?
4. En relación a los gráficos:
    a) ¿Cómo elegiste el centro, el ancho y el alto?
    b) ¿Cómo elegiste la graduación y la malla?
    c) ¿Cómo eligió el dominio de la función donde se grafica?
5. ¿Cuáles son las dificultades que tuviste al crear tus preguntas en la plataforma?

Ces questions ont pour objectifs expliciter des choix faites pour les professeurs dans la conception de leurs tâches. Particulièrement on cherche savoir si les professeurs sont conscientes ou pas des contextes artificielles ou réelles, le rapport entre un contexte et la fonction qui modèle un phénomène et les nombres qui composent tan les objets mathématiques, comme les questions et las réponses demandés aux étudiants. Aussi, la question quatre cherche expliciter les choix sur la conception du graphiques de tel manière de comprendre si ils vient du difficultés d'instrumentalisation ou plutôt de choix influencés pour son ETM idoine.

Une fois qu'ils répondent ces questions sur leurs tâches, je pense en faire questions pour connaître son avis sur les phénomènes que j'ai observé sur l'ensemble des tâches :

C.1.2. En rapport au ensemble de tâches sur fonction polynômes.

6. ¿Cuál es para ti el rol de los contextos en los problemas de matemáticas ?

Avec ce question a pour but savoir quel est le discours qui mobilise l'utilisation du contexte. Je voudrais savoir si il vient d'une demande institutionnelle ou plutôt d'une manière de considérer l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

7. En el conjunto de preguntas de la plataforma hay preguntas contextualizadas donde no es posible justificar la utilización de un contexto particular. ¿Qué opinas de eso?

Si la réponse à la question 6 est, pour exemple, « donner un sens à la mathématique » on confrontera cette réponse aux contextes choisis dans le ensemble de tâches qui conforment la BEL.

8. ¿Crees que la utilización de distintos tipos de números influye en el trabajo matemático de los estudiantes? Justifique.

Avec cette question on cherche savoir s'ils pensent vraiment que cette tâche a une importance particulière en rapport aux autres type de tâches ou il es plutôt à une manque d'organisation dans la conception.

9. En el conjunto de preguntas de la plataforma, la mayoría de ellas trabajan con números enteros tanto en los coeficientes de las funciones, los números de las preguntas y las respuestas ¿qué opinas de eso.

C.1.3. En rapport aux usage de la BEL.

10. ¿Cuáles han sido tus roles en el proyecto de implementación de SEDOL –M ?
11. ¿Cuáles son las reglas para los estudiantes?
12. ¿Cuáles han sido las principales dificultades que han tenido los estudiantes? ¿Cuáles son los elementos positivos que tú visualizas del trabajo de los estudiantes?
13. ¿Lo has utilizado en clases de alguna manera ? Si la respuesta es afirmativa, ¿cómo ? Si la respuesta es negativa ¿por qué?
14. Teniendo en cuenta que has hecho seguimiento a los profesores en la implementación de SEDOL-M, cuál es tu percepción sobre la integración de SEDOL-M a matemáticas I? Específicamente
    a) ¿A cuántos profesores has hecho seguimiento? ¿Puedes describir este seguimiento?
    b) ¿Cuáles han sido las principales dificultades que han tenido los profesores?
    c) ¿Cuáles son los distintos usos que has observado en los profesores?

Les questions 8 à 11 cherchent connaitre comme est-ce que les professeurs ont travaillé avec la BEL en leur classe. La question 12 et ses sous-questions cherchent connaître le travail spécifiques de accompagnement qui ont faites les professeurs concepteurs avec les professeurs usagers.

C.2. Profesora A

0:09 E: La entrevista tiene tres partes bueno, muchas gracias por estar acá.

0:14 P: De nada.

0:16 E: Sé que eres una mujer muy ocupada y qué tienes poco tiempo, así que muchas gracias, de verdad te lo agradezco. La entrevista tiene tres partes

0:22 P: Ya, a ver.

0:24 E: La primera parte está relacionada con las preguntas que tú desarrollaste en la plataforma.

0:28 P: Ya

0:29 E: La segunda parte está relacionada con el conjunto de problemas de la plataforma, todo en función polinómica, todo centrado en la función polinómica y de los usos de la plataforma.

Ya ¿te acuerdas de las preguntas que hiciste en la plataforma sobre funciones polinómicas? Bueno, aquí están.

0:49 P: Ya. No, no me acuerdo

C.2.1. Parte 1: sobre las preguntas programadas por el entrevistador

T1: sobre el rol de los contextos

0:57 E: Ya Sobre el contexto

01:03 P: ¿Cómo elegí el contexto? ¿Cómo la situación o por qué elegí el...? Ah, porque estaba buscando que se trabajaran algunos elementos de la función cuadrática, entonces en la primera podías analizar los interceptos, en relación a la cantidad de pantalones que se habían producido

Y cuándo, en esa pregunta me parece que era porque hay dos puntos de solución, el 0 y el otro valor.

Pero era para que ellos pudieran analizar que, si bien hay dos soluciones, reales, pero hay una que está definida dentro de la situación qué te sirve para responder la pregunta y la otra no tiene sentido, entonces es como relacionarlo un poco con la vida más cotidiana, una cosa así.

T2: sobre la función

02:04 E: ¿Y cómo elegiste la función que aparece en el problema? Igual todo está relacionado con lo que acabas de decir.

02:14 P: Si, porque está relacionado con la situación Es una función que el A es negativo, entonces para que tuviera sentido la pregunta porque si le colocaba el 6 iba a tener el intercepto

Entonces yo lo que quería era que partiera desde el 0, subiera y llegara de nuevo a que había otra cantidad de pantalones que se producían y que el ingreso igual podía ser 0. ¿Se entendió?

T3: sobre los parámetros aleatorizados

02:53 E: Sí, si se entendió, acá está el algoritmo que tú desarrollaste y ¿Cómo fue que fuiste eligiendo cada uno de los rangos de cada parámetro?

03:15 P: Primero elegí el A1, no, miento, primero elegí el B y que el A, o sea, que el B fuera divisible por A, para que siempre me saliera número entero, eso fue la... Es que lo puse de 500 hasta 300 para que fueran hartos valores no más, para que dieran hartas combinaciones posibles.

Y por eso el A lo elegí entre 1 - 5 y 10, para que siempre me dieran valores enteros. Pero después me di cuenta que podía haberlo programado de otra manera en realidad y habría funcionado igual.

03:55 E: Pero la condición era que te diera número entero.

03:59 P: Si, porque no puedo tener 57,6 pantalones, o eran 57 o 58, entonces lo que quería era que fueran números enteros para que fueran acorde a la situación.

T4: sobre el alto, ancho y centro del gráfico

04:14 E: En relación al gráfico, bueno ¿Cómo elegiste los...? ¿Cómo programaste o elegiste los valores del tablero? Por ejemplo ¿El ancho, el alto y el centro?

04:32 P: El centro, porque lo necesitaba solo en el primer cuadrante el gráfico de la parábola y el centro tenía que estar relacionado con el vértice para que más o menos siempre se fuera centrando y apareciera el gráfico completo.

04:48 E: De hecho, por ejemplo, tu hiciste una programación donde el gráfico se acomoda a la función ¿cierto? o sea que la función cambia y el gráfico cambia, o sea, el plano perdón, el plano cartesiano cambia.

05:01 P: ¿En este o en otro parece que fue?

05:04 E: ¿Alguna vez pensaste en cambiar la malla? porque la malla viene por defecto, ¿lo tuviste como una opción o no?

T5: sobre las dificultades al programar

05:42 E: Ya, de esas preguntas que aparecen acá ¿cuáles son las principales dificultades que tuviste para crearlas?

05:52 P: Los intervalos, que fueran intervalos que estuvieran relacionados con la situación. Con lo que te decía recién, porque al principio uno graficaba y te daban valores que no eran lógicos, entonces como estábamos, la pregunta se supone que estaba dentro de un contexto, dentro de una situación, la dificultad estaba en que los valores te salieran, onda, no sé, por ejemplo, que, si estaba en tiempo, que no te saliera un tiempo negativo, lo que nos pasó en términos generales con alguna función. O si se producían pantalones, no se iban a producir −50 pantalones, entonces yo creo que esa fue la mayor dificultad y la otra, hacerlo práctico, las preguntas de estimación.

T6: sobre las preguntas de estimación?

06:32 E: ¿Qué recuerdas de las preguntas de estimación? Como por ejemplo esta, mira.

06:43 P: Claro, porque no me calzaba, entonces yo quería que visiblemente ellos pudieran mirar el punto y lo pudieran estimar desde la gráfica.

Entonces me costó, creo que esta pregunta hasta la trabajamos en conjunto para poder determinar el punto que había que estimar y que tuviera un error que fuera razonable Entonces yo quería que dieran puros puntos enteros, no que me dieran, no sé, que tu prácticamente los pudieras hacer constantes.

07:12 E: De hecho, aquí aparece el margen de error, quizás en esta tarjeta no se nota tanto, pero aparece el margen de error y es la franja. Entonces la franja es súper pequeñita y aquí también hay una franja que no se nota, la franja es prácticamente una línea, entonces el margen de error que le da al estudiante es bien pequeñito.

07:30 P: Eso era lo que andábamos buscando y costaba que la estimación la aceptara, además que todavía parece que en esa oportunidad el (inaudible) tenía dificultades para estimar y después hicieron una. Salió una herramienta, que nos mandaste después tú, nos mandaste un video me acuerdo, porque el del Arnoldo tuvo muchos más problemas que yo para estimar, porque yo traté que el gráfico se fuera moviendo con la función y que se ajustara, pero había otras que no te daban.

07:56 E: Entonces tú piensas que tiene que ver con una dificultad más que nada dada por la plataforma.

08:01 P: En ese (inaudible) por la plataforma un poco, y por lo otro igual uno tiene que hacer calzar los números.

08:10 E: Y lo otro, es que, por ejemplo, aquí en el gráfico, o sea aquí en la retroalimentación tú dices, mira, luego trazamos una flecha desde el punto marcado en rojo hasta el eje vertical que representa la imagen que a su vez bla bla bla. Dice, finalmente se obtiene que, al producir 75 pantalones, el ingreso es de $5.625, pero, por ejemplo, si uno hace la línea para allá, es imposible leer 5.625. Entonces.

08:42 P: Sipo, si esos eran los problemas de la... Esas eran las dificultades que teníamos Pero yo recuerdo que esta pregunta la arreglé después o esta no... Pero hay una donde el gráfico se está moviendo con la...

08:54 E: Si hay uno que el gráfico se va moviendo con la función, porque, por ejemplo, este gráfico es entre 0 y 14; y este entre 0 y 260 entonces se acomoda bastante bien.

Pero entonces para tú el tema de la estimación es una dificultad.

09:15 P: Sí.

09:16 E: Y no pensaste en...

09:18 P: De hecho, pensamos en no hacer preguntas de estimación en algún momento, porque no teníamos el rango de la estimación, o sea, podía irte mal y a veces lo corregía bien, no sé, 4.75 estaba bueno y después 4,76 estaba malo, 4,78 estaba bueno. Entonces como que no había un porcentaje de error no lo podíamos asociar a la pregunta, entonces era súper difícil que los chicos contestaran bien a esas preguntas y que tuvimos hartos problemas en esa.

T7: sobre la continuidad de la función

09:52 E: Ahora la otra pregunta es que acá, en esa misma pregunta, ¿la variable independiente que es una variable de unidades cierto?

10:02 P: Sí.

10:03 E: Por lo tanto, es discreta.

10:04 P: Si y la curva está continua. Mira, no es el único problema, porque hay varios movimientos, hay varios, por ejemplo, cuando son… ¡ay! es que hay varias preguntas con las que teníamos el mismo problema y yo lo conversé con los chiquillos, lo conversamos con los chiquillos que lo íbamos a tomar como si fuera continua, aunque no podía producir esas cantidades de pantalones, pero nunca lo discutimos tampoco entre los profes y hay varias preguntas que están así.

10:36 E: ¿Y eso tú crees que como que se pasó? o en realidad ustedes lo decidieron de esa manera?

10:42 P: O sea, no lo, en algún momento lo cuestionamos, pero no lo... no tomamos ninguna decisión, lo dejamos así no más, no tomamos ninguna decisión al respecto, o sea, no fue un acuerdo, pero tampoco fue un desacuerdo.

10:59 E: Y por ejemplo en clases, cuando tu trata problemas de este tipo que son discretos ¿tú los graficas discretos o continuos?

11:05 P: Abro la gráfica continua, pero si lo conversamos con los chiquillos, porque además parece que cuando son gráficos punto a punto les cuesta mucho más que cuando tienen que hacer la gráfica continua, porque aquí vamos buscando elementos estimativos, pero en cambio hay que… tienes que ir de uno a uno.

11:28 E: Pero por ejemplo en el caso que, mira, aquí cuando son hartos puntos, en realidad puede tener sentido una gráfica continua porque son muchos puntos, entonces uno al lado del otro pareciese que fuera continua, es como no tiene sentido graficar 160 puntos acá, pero, por ejemplo, cuando es de 0 al 10…

11:45 P: Mira en las parábolas no me pasa, en la función cuadrática no, porque casi todas las preguntas que trabajo en clase las hemos hecho con relación al tiempo y a la altura.

11:58 E: Es continua.

11:59 P: Es continua, pero las funciones lineales ahí sí, porque hay muchas funciones lineales que son discretas, entonces, uno tiende a hacer la línea de la gráfica y ahí lo conversamos cuando trabajamos con situaciones tratamos de hacer los puntos, pero igual a veces, no te miento, tiro la línea no más y lo aclaro, pero casi todos los problemas ... no hago muchos problemas que sean discretos, porque sé que pasa eso.

12:38 E: O sea es un problema.

12:40 P: Un problema, porque cuando graficamos las funciones sin situaciones no hay dificultad.

T8: sobre las unidades de medida

12:49 E: Ya ahora y lo otro, bueno, es la unidad de medida, ¿tu viste en la universidad utilizar las unidades de medida acá? Porque la respuesta de los estudiantes son sólo números.

13:00 P: Son solo números, pero igual yo creo y estoy completamente convencida de que es necesario usar las unidades de medida.

13:10 E: ¿Y porque no se usaron crees tú?

13:14 P: Porque teníamos problemas para ingresarlas parece en las respuestas, pero es que nosotros escribíamos palabras y la pregunta no corría bien y ahí no sabíamos como solucionarlo, pero yo creo que las unidades de medida sí o sí y eso si lo trabajo súper en clases como tendemos a resolver problemas que la respuesta sea siempre lo más completa posible.

Les doy muchos ejemplos que no es lo mismo trabajar con 1 Amper que con 1 mega Amper, entonces el 1, si es 1, pero en las unidades de medida le da un sentido distinto y uno en base a eso toma decisiones.

Por eso yo creo y más que los chiquillos están estudiando cosas técnicas y ellos ocupan muchas unidades de medida, entonces eso tiene que ser recalcado desde todas las asignaturas.

14:06 E: Lo otro, yo te quería preguntar por qué tu elegiste esta retroalimentación para el problema de dada la función porque, por ejemplo, si tu tuvieses que resolver esa ecuación tu...

14:17 P: Yo factorizo.

14:21 E: ¿Y porque elegiste esa retroalimentación?

14:23 P:: Porque en términos generales ellos cuando ven ecuaciones en segundo grado, todos saben hacerlo o debieran saber hacerlo aplicando la formula, entonces en términos generales todos los profes vemos las formulas pero no todos los profes hacen hincapié en la factorización, porque a los chicos les va tan mal en la unidad de algebra que en términos generales la factorización no es un fuerte de ellos, entonces y una nunca está segura si todos los profes lo ven así o lo han practicado así de alguna manera, entonces, pensé que con la formula era más claro para la mayor cantidad de alumnos, además que si alguien lo sabe hacer factorizando no se va a complicar porque sabe que puede usar la formula por si la quiere ocupar.

C.2.2. Parte 2: sobre el conjunto de preguntas

T10: sobre la justificación de los contextos

15:17 E: Pensando en el contexto general de las preguntas, en el conjunto completo de los problemas ¿Cual es para ti el rol de los contextos de los problemas de matemáticas?

15:44 P: Para mí el contexto tiene que ver con la toma de decisiones, o sea, que ellos apliquen la matemática y aprendan a tomar decisiones en determinadas soluciones, por ejemplo, en la que me mostraste hace poquito en la de los pantalones o en algún lanzamiento donde tengan que determinar un tiempo, claro, van a tener dos soluciones o a lo mejor una les va a quedar positiva y una negativa,

y ellos tienen que decidir por cual o porqué descartan la negativa o por qué se quedan con la positiva, entonces ese análisis es importante para ellos, pero también me gusta mucho las preguntas que no tienen situación , donde ellos tengan que hacer un desarrollo algebraico, que yo no considero que eso sea mecanizar a los alumnos, porque tú puedes hacer muchos ejercicios distintos, porque si haces 20 parábolas en funciones cuadráticas iguales, te creo, pero tú les puedes ir modificando cosas para que ellos también aprendan a analizar y a interpretar la información, yo creo que debe haber una mezcla balanceada entre las cosas pero con las situaciones es la toma de decisión, a mí eso es lo que más considero de la situación, que ellos en la matemática busquen un contexto donde se pongan en la situación y de ahí consideren las cosas que son reales y que ahí tomen sus decisiones, eso es lo que me gusta de las situaciones, pero cuando las situaciones son bien planteadas , porque de repente, uno igual a pesar que nosotros trabajamos las preguntas después que uno las revisa, uno se da cuenta que hay lecturas que no son tan claras.

T9: sobre el rol de los contextos

17:35 E: Tú tienes una situación "de la vida real" y tu utilizas un modelo matemático para modelizar parte de esa situación ¿qué tan importante es que sea posible, no necesariamente de manera explícita poder justificarla pero que sea posible justificar el modelo matemático para esa situación?

18:07 P: ¿Que el alumno lo tenga que justificar?

18:08 E: No necesariamente, pero que tenga que ser justificable.

18:13 P: A ver, dame un ejemplo.

18:14 E:: Por ejemplo, pensemos en el lanzamiento de proyectil, y si en vez de trabajarlo con una función cuadrática la trabajara con una curva en un intervalo donde sube y baja ¿podría ser?

18:31 P: Si, podría ser. Sí, a lo mejor uno puede partir midiendo al revés, o sea, trabajando al revés para modelar la función ¿eso es?

18:41 E:: Mas bien como que, por ejemplo, nosotros sabemos que el lanzamiento se modela mediante una función cuadrática ¿cierto?

18:47 P: Sí.

18:48 E: Entonces si yo en vez de elegir una función cuadrática elijo otra función.

18:51 P: Ya.

18:52 E: ¿Hay algún problema con eso?

18:54 P: ¿Otra función que no sea la cuadrática?

18:57 E: Sabiendo que ese modelo es mediante una función cuadrática.

19:02 P: Tal vez podría producir algún conflicto en los chicos, pero a lo mejor si yo defino que la C no termina, hay un tramo que lo podría considerar...

19:12 E: O piensa que es una función que sube y baja pero que no sea cuadrática

19:19 P: No creo, porque si no se modela, si el fenómeno no está modelado así, a lo mejor le va a producir ruido en otra asignatura, porque yo le enlazo a mi marido en la sala de clases a los chiquillos, ando con un monito y lanzamos cosas, lanzamos el borrador hasta que ellos ven el movimiento, entonces...

19:51 E: ¿Pero tú te refieres a la modelación de la posición en el espacio o a la altura con respecto al tiempo?

19:58 P: Claro, a la altura con respecto al tiempo, y entonces yo voy tirando cosas y ellos también tiran y jugamos a tirar de repente se tiran la goma ya y nos reímos un rato pero ellos ven la curva, yo les pongo unos (inaudible) que tengo ahí, que están hechos para física pero en el fondo se ve el movimiento y se ve la gráfica del movimiento, entonces después tienen esa idea cuando llegan a física y ven lanzamiento de proyectil pero si yo les pongo otra función que no es la que está definiendo ese movimiento, altura vs tiempo, me parece que podría producir ruido en los chiquillos. Entonces el modelo tiene que estar relacionado con la situación.

20:55 E: Y por ejemplo en este caso de los pantalones, en este caso ¿es posible justificar el ingreso de algo realmente se modela por esa función?

20:15 P: Ah, me estás poniendo entre la espada y la pared.

Si, de acuerdo a los costos de los materiales, si hay alguno, no sé, me imagino, que está así.

21:32 E: Entonces no hay respuestas buenas o malas, es más bien que es lo que tú piensas hacer respecto de la elección de los contextos.

21:39 P: A que tienen que estar relacionados con su modelo matemático, pero bueno, en economía son más funciones exponenciales, no sé, voy a buscar si hay alguna, me dejaste con la duda ahora

Bueno, pero hay algunas de las que no puedes escapar, el lanzamiento de proyectiles yo creo que no lo puedes definir con otra función que no sea.

22:04 E: Entonces en algunos sí y en algunos no es.

22:06 P: Podría ser, va a ir en la pregunta, porque por ejemplo aquí hay preguntas que no las puedes programar porque la respuesta es más bien abierta, o sea no sé si abierta, pero, yo a los chiquillos esta misma yo la resuelvo en clases, entonces, yo les planteo la situación que teníamos para producir 499 pantalones o 501 pantalones, con una de ingreso o de costo parece y que decidían, producir 499 pantalones o 501 pantalones.

No, si era muy parecida a esta, no sé si era esta misma, entonces los chiquillos decían 501, otros decían 499 y al final uno levantó la mano y dijo: Profe, yo produciría 499, guardaría el resto para la siguiente producción, porque entre producir 499 y 501 voy a ganar lo mismo, pero voy a invertir más recursos.

Entonces yo encuentro que esas cosas si, ese razonamiento es el que uno busca con la situación, después andaban todos engrupiéndose tratando de responder con argumentos.

23.32 E: Esto está un poco mal, espérate.

23:34 P: Cambio de color parece.

T11: sobre la concentración de tareas

23:35 E: Si, es que está un poco mal. Con respecto a las tareas en particular, en esta tabla se muestra: Tipo de función y los tipos de tarea ¿ya?, Entonces si te fijas en ambas la función cuadrática y la función lineal, en este caso el 69 % y acá el 57 % corresponden a imágenes y pre imágenes ¿Qué opinas de eso?

24:18 P: ¿Eso es solamente la función cuadrática y abajo tiene la función lineal?

24:22 E: Y, por ejemplo, las otras tareas que aparecen son: Calcular el vértice de una función.

24:27 P: Es que no veo nada.

24:32 E: Déjame prenderlo.

24:43 P: No sé, por ejemplo, a mí me gustaría que hubiera más preguntas de calcular el vértice, porque hay varias situaciones donde uno puede analizar en el tiempo que se produce algo más, creo que hay muy poquitas de esas, yo creo que podríamos aumentar las otras, pero no creo que disminuir las otras sea un error tampoco.

Pero tal vez si al hacer la pregunta y calculan el valor pudieran decidir algo con respecto a la situación que están, aunque sea un sí o no como respuesta, pero que fuera, que les permitiera tomar una decisión de acuerdo al contexto de la pregunta, yo creo que ahí no sería malo tantas de imágenes y pre-imágenes.

25:15 P: Pero por ejemplo aquí las raíces de una función lineal, por ejemplo, aquí, tenemos más de generar una expresión algebraica de una función que de una pre-imagen, pero, tenemos problemas porque en el descriptor no aparece esto y muchos profes que no construyen la función, sino que solamente calculan imágenes, pre imágenes y se quedan en eso. Y no sé cómo irán a hacer los resultados de esta parte así.

Calcular el intervalo de solución, yo creo que eso es súper importante definirlo en términos de situaciones y de ejercicios. Yo creo que son muy poquitas las preguntas, calcular la intersección entre dos curvas hay una sola y calcular la pendiente, mira, hay una sola igual.

No creo que el número del resto esté mal, yo creo que es el número de las que están muy bajito hay que aumentarlo.

T12: sobre los números utilizados

25:51 E: ¿Tú crees que la utilización de distintos tipos de números influye en el trabajo matemático de los estudiantes? No sé si se entiende.

26:58 P: Que por número ¿se entiende los números enteros? yo creo que ellos deben trabajar con todos los tipos de número de repente uno lo hace con números enteros para que sea más fácil para ellos, pero igual uno cae en un error porque, bueno, no sé si tiene que ver con esto, pero...Yo tengo en un área un curso de cálculo son de cuarto año y no saben sumar fracciones y no quieren hacer las pruebas sin calculadoras porque no sabe sumar fracciones y el problema en mi asignatura geología y tienen problemas en toda la asignatura porque no saben sumar fracciones y son de cuarto año ingeniería.

27:44 E: y eso a qué se lo podrías atribuir por ejemplo bueno o más bien en ese sentido pensando en que se está creando esta plataforma con problemas, deberías...

28:02 P: claro lo que pasa es que hay conceptos y contenidos que no están textualmente en él descriptor de la asignatura pero que son tan importantes que son transversales a cualquier contenido, entonces reforzarlo constantemente. Yo creo que es un acierto, no un desacierto y no sé si nosotros tenemos los profes más miedo a trabajar con esos números para que a los alumnos no les vaya mal. Hacia ellos a la percepción que ellos mismos tienen de trabajar con otros números que no siempre sean enteros.

28:37 E: De hecho, por ejemplo, en el conjunto de la plataforma la mayoría de las preguntas de la plataforma de las 6 situaciones de funciones, 5 son todas con números enteros.

28:50 P: ¿Las mías?

28:52 E: No, no solamente las tuyas, sino que, de los 6 profesores, 5 trabajaron, incluyéndote, solamente con número enteros en todo, en los coeficientes de la función, en los números que componían las preguntas y las respuestas. Entonces tú crees que eso puede afectar el trabajo de los estudiantes.

29:08 P: Sí porque con eso nosotros podríamos hacer que ellos desarrollaran más destreza o habilidades para trabajar con otro tipo de números y nosotros mismos lo estamos limitando, pero no es porque ellos no quieran. Sino que es un prejuicio que nosotros tenemos como profe de hecho de repente. Yo creo que son más los prejuicios de nosotros que los de ellos mismo entonces donde creemos que ellos pueden trabajar bien no se sienten. un porcentaje si debería estar con, pero otro que debiere salir cualquier tipo de numero

Pero cuando nosotros los discutimos que había soluciones de ecuaciones que daban, lo que nos complica era el ingreso de la respuesta, igual con Wiris se ha modificado, entonces ahora por ejemplo si lo hacen (inaudible) ellos dibujan la raíz y no tienen problemas para ingresar la respuesta.

30:04 E: Antes estaba el editor

30:06 P: Sí, pero a los chiquillos les costó mucho cuando nosotros empezamos la primera tanda de niños que participaron de eso.

A pesar que los llevábamos a las salas y que estaba el editor, ellos siempre tienden a escribir la respuesta no usando el editor. Es más, yo creo que no debiéramos, yo creo que en algunas respuestas es aceptable dejar el símbolo, pero en otras debiera estar el editor abierto, o sea, incrustado, viste que tú lo puedes poner como emergente o incrustado, debiera estar incrustado porque cuando está incrustado tu puedes visualizar todas las herramientas de Wiris, en cambio cuando tu aprietas tienes que estar buscando ventana por ventana donde están los elementos. En cambio, en el incrustado se ven altero, entonces eso debería ser una discusión que también podríamos tener porque facilitaría mucho más el trabajo del alumno. Esa vez yo me acuerdo que ese fue uno de los temas que conversamos.

C.2.3. Parte 3: sobre la utilización de la plataforma

T13: sobre roles del entrevistado en el proyecto

31:08 E: Perfecto, ahora en relación a la utilización de la plataforma sobre roles del entrevistado en el proyecto

31:24 P: ¿Durante este semestre?

31:25 E: Desde que comenzaste

31:28 P: Comencé con una buena jornada de reflexión en La Serena, luego pasamos a diseñar e implementar, hemos hecho de correctores de las preguntas, hemos pasado por todos los ciclos que yo creo que igual es beneficioso porque de una u otra manera igual trata de irlas mejorando, igual ya no se está trabajando en la elaboración de preguntas. Por ejemplo, yo, lo que te comentaba hace poco, que yo revisé todas las preguntas y encontré varios detallitos que eran de...

32:03 E: ¿De qué unidad eran?

32:06 P: De todas, pero de la función cuadrática y lineal, corregí algunas nuevamente que no estaban bien programadas y te mandé reportes de otras. Entonces yo creo que cuando uno trabaja y pasa por todos los ciclos de implementar, diseñar y corregir, uno está mucho más pendiente de las preguntas, si encuentras que tienen algún detalle, las corregí no más.

T14: sobre las reglas de trabajo para los alumnos

32:43 E: ¿Cuáles son las reglas para los estudiantes en esta Sede? ¿O son las mismas para toda la Sede o son distintas por profe?

32:48 P: No, son las mismas, las reglas son, los cuestionarios se abren cuando empieza la unidad y se cierran un día antes de la evaluación a las 00:00 horas.

El promedio de todos los controles equivale al 20 % de la nota final. Se les dice a los chicos que son ilimitados, hay algunos que son con respuesta, con retroalimentación inmediata, otros con retroalimentación diferida. No se van a eliminar controles, por lo menos es la decisión que se ha tomado hasta ahora. Vamos a ver cuáles van a ser los resultados finales. No se pretenden abrir los controles. Mi opinión es que no se hagan al final del semestre, porque yo creo que es un error que se comete porque si después nosotros lo volvemos a implementar en un proyecto, y esto me paso a mí, que yo tengo a hartos chicos que están haciendo la mate por tercera vez y uno por cuarta, ellos no han hecho nada, sus resultados son 0 – 0 – 0. Si yo cerrara en estos momentos, tendría que ponerles un 1 como promedio final, he conversado con ellos, he discutido con ellos.

34:10 E: ¿Qué dicen?

34:11 P: Ay profe, si al final igual los van a abrir y ahí los hago. Yo les dije: es que no se van a abrir, escúchame no se van a abrir, por este mismo efecto es que no se van a abrir a fin de semestre y les da lo mismo ¿cachai? Porque como ellos lo hicieron en el primero piloto de (inaudible), después en el segundo piloto de (inaudible).

Y nosotros al final de semestre abrimos todos los controles ellos piensan que este semestre va a pasar lo mismo y no están trabajando. Entonces el grupo de ellos está siguiendo la misma tendencia de no hacerlo pensando que a lo mejor se van a abrir a final de semestre Entonces si nosotros hacemos eso, volvemos a aceptar el mismo precedente para el próximo semestre y yo creo que no es la idea, porque, por ejemplo, yo tengo buenos alumnos y les gusta trabajar (inaudible) y no me reclaman y no, no hacen pataletas: Ah ya profe, ya los abrió, ya vamos a ir a ir a la biblioteca, trabajan en equipo, se juntan a veces la tarde para trabajar en los cuestionarios ,cuando tienen dudas me van a preguntar entonces pero yo igual, al principio es súper desgastante para una como profe, porque tenía que estar toda la clase chiquillos acuérdense, cuando termina la clase chiquillos acuérdense, pero ya yo creo que ese trabajo es súper duro durante los dos primeros controles, tiene que ser así todas las clases y una vez que ellos pasan esa línea después ya se van por un por un tubo, como que ya se acostumbran y empiezan a trabajar solitos. Entonces yo creo que el trabajo primordial de los que acompañan que en este caso nosotros acompañamos a otros profes.

36:04 E: ¿Entonces ese ha sido otro rol?

T15: sobre el rol de acompañante de tutores y profesores

36:06 P: Sí, ha sido otro rol el de acompañante, Es el que tú le puede traspasar tu experiencia al otro profe.

36:17 E: Pero me podrías describir ¿Que significa en términos prácticos el acompañamiento? ¿Cuántos profesores acompañas tú?

36:28 P: Son 83 secciones, entonces nos dividimos equitativamente en 4, yo tengo 22 secciones y tratamos de que el número de profesores sumara esa cantidad de secciones y yo tengo tres profesores a cargo que tienen un número grande de secciones cada uno, entonces el impacto del trabajo de ellos en términos del número de estudiantes también es alto ya porque son muchas secciones en las que hay en esos tres profesores.

37:02 E: Son como 600 estudiantes altiro.

37:09 P: Si, más o menos .

37:11 E: ¿Y en qué consiste ese trabajo con esos tres profesores? Uno de ellos es el que nos encontramos ahora .

37:17 P: No, yo no trabajo con el Miguel. La Nancy trabaja con el Miguel.

Se supone que somos por equipo, pero eso no significa que cuando hay un profe que se supone que está acompañado por otro docente nosotros no lo podemos ayudar, tratamos de conversar todas las cosas, siempre estamos poniendo el tema en la mesa cuando hay profes de mate.

Entonces ese acompañamiento pasa por enseñarle a usar la plataforma, ayudarlo a descargar las notas, hacer las transformaciones de notas, nosotros le mandamos las planillas con los reportes de sus resultados para que ellos vayan tomando remediales, conversamos con ellos para posibles remediales, escuchamos sus sugerencias escuchamos sus reclamos, porque yo creo que eso es súper importante Los profesores están súper estresados porque tienen una carga súper grande de actividades que hacer. Junto con SEDOL ellos también en ARPA también, entonces es mucho, Están casados están agotados Y además tienen muchas horas. Por ejemplo, de profe que tu viste aquí, en la mañana llega de lunes a viernes a las 8:30 de la mañana y se va a las 11 de la noche.

38:32 E: ¿Cuántas horas tienes tú?

38:34 P: No, yo ahora tengo como 500 y algo y él tiene como 1000 horas. Entonces él trabaja de lunes a viernes de 8:30 y a las 11:30 él se va todos los días, entonces, bueno cada uno tiene sus necesidades. Entonces, de alguna u otra manera, yo siento que el rol de acompañante no solo tiene que ver con enseñarle a apretar los botones, sino que también de repente de escucharlo, de que se desahogue y que te diga.

39:15 E: Pero para ellos la plataforma ¿ha sido tú crees que un alivio o un problema?

39:20 P: Mira, en mi caso, Marcos, para él es un alivio, porque él es súper pendiente, él dice ya cabros vamos a hacer los controles y el hace así, pero no lo hace de que te estoy mandando, sino que a él le dicen "El Huracán Marcos" él es súper movido entonces va y se consigue un laboratorio de computación, les enseña. Me pregunta oye que vamos a hacer con esto, bien Marco, pero de repente me dice: ¿Sabes qué? hice todo esto, pero yo creo que deberíamos hacer esta otra cosa o estoy hasta aquí, estoy cansado, estoy agotado, porque me pides ese informe.

40:00 E: ¿Que informe?

40:01 P: Desde el área de asesoría pedagógica nos piden informes para ver intentos, percepción de los estudiantes.

40:11 E: ¿Pero eso lo piden los acompañantes o los profes?

40:15 P: Se los piden a los acompañantes para que se los pidamos a los profes, entonces es llenar una lista interminable que por qué bajó su porcentaje en el cuestionario Entonces si bajó de 100 a 90, ya eso es una baja, entonces tú tienes que preguntarles a los alumnos por qué bajó su porcentaje.

Si subió de 90 a 100, tienes que preguntar, porque eso fue un aumento, tienes que hacerte cargo de por qué Juanito Pérez tuvo un 1 o por qué no ha hecho intentos, o por qué... Entonces hay cursos que son muy pequeños, en mi caso yo tengo un curso de 15 alumnos. un curso chiquitito, no tengo problemas y no me demoro nada en preguntarle a los chiquillos, además que cuando tu logras que todos los chicos trabajen bien, tienes muchos 100 % entonces no tienes tantas variaciones, pero cuando tienes un curso de 30 o 35 alumnos.

41:17 E: Bueno, tu dijiste que tenías 3 profes, uno es Marcos.

41:23 P: 3 profes, el Carlos Castro, porque el también de los que yo tengo el sólo tiene dos secciones, Villegas, o sea, Marcos tiene 9, el Carlos tiene 2 y, a pesar que tiene dos y podría ponerle un poquito más de empeño siempre es como lo justo, la entrega la información, pero siempre lo justo.

41:52 E: ¿Y cuál es el uso que él le da a la plataforma en la clase? ¿Cómo les dice a los estudiantes al principio de la clase no más o le dijo a principio del semestre y no les dijo más?

42:04: P: Es que el en términos generales es muy, tiene pocas habilidades sociales, entonces habilidades blandas, no tiene muchas. Entonces él es de las personas que una vez y con eso tienes que entender. Entonces con él es como: Carlitos puedes esta semana decirles a los chiquillos que no van bien los resultados, yo te mando tu informe para que digas todos los que tienen rojo y hay que subir esa línea.

Pero como yo no soy su jefa, soy su acompañante, yo le puedo hablar en términos más de "compañero, de amigo" entonces ¿pasa algo Carlitos? porque las notas están muy bajitas ya, hagamos algo y el me dije: ya, voy a hacer algo. Después yo miro el sistema y empiezo a ver que los números suben, porque uno se lo pide. Por eso el rol del acompañante también tiene que ver con una cosa de personalidad también porque si tu no logras llegar a tus profes, a los que estás acompañando entonces no provocas un cambio en el que después vean los alumnos, entonces hay que tener una llegada diferente.

T16: sobre las diferencias entre la plataforma y las tareas habituales

43:11 E: A ver, tú también mencionaste que había una diferencia entre lo que aparecía en la plataforma con lo que los profesores enseñaban.

43:19 P: Si, hay diferencia.

43:22 E: ¿Qué diferencia tú has notado? Por ejemplo, específicamente en funciones polinómicas.

43:27 P: En funciones polinómicas primero porque en la función lineal, hay profes que solo se restringen en completar una tabla con datos y graficar esos puntos y no pasan dominio, no pasan recorrido, no grafican el intervalo entonces para ellos siempre es la línea recta en los reales dominios y recorridos en los reales. Entonces ellos no visualizan que pueden graficar un tramo o un pedacito de... no, ellos tiran la línea no más y da lo mismo de dónde hasta dónde y todo el trabajo de función lineal lo hacen en esos términos .

Entonces hay preguntas de calcular la expresión algebraica de una función, si bien uno lo relaciona más a la ecuación de la recta, uno lo puede ver igual, pero muchos no ven esa parte, entonces después ¿cómo los alumnos responden? está bien, es un trabajo de todos, es una retroalimentación pero igual los chiquillos tienen dudas, entonces es complejo, a mí me gusta hacerlo porque yo siento que de alguna u otra manera nos ayuda a unificar criterios, para pasar los contenidos, para evaluar en las evaluaciones escritas en término general.

Por ejemplo, calcular la pendiente de una función, a lo mejor podrían hacerlo de otras maneras, no sé, pero ¿cómo los chicos van a responder esa pregunta si siempre han estado puro valorizando y reemplazando puntos en la gráfica y desde ahí tiran la línea.

45:08 E: ¿Entonces tú tienes la sensación de que en la plataforma hay más tipo de tareas de las que los profesores proponen en su clase y no al revés?

45:15 P: Claro, pero pasa porque cuesta mucho que los profesores miren los cuestionarios, entonces si ellos no lo ven, el acompañante no está ahí diciéndole: oye ten cuidado porque en la función lineal hay preguntas donde hay que calcular pendientes, definir la función, entonces trata de ver la función entre medio, ah ya! lo voy a hacer, las otras veces no lo hecho, entonces ahí uno se da cuenta que en realidad no es que hayan más preguntas de las necesarias, sino que hay veces en que los profes no pasan todos los contenidos y eso es una realidad.

Pucha el otro día yo vi unos cuadernos donde ni siquiera calculaban el vértice, sino que, a través de los puros puntitos y claro, el profe escogía puras funciones donde tú podías calcular, donde el vértice era un número entero, entonces coincidía con los puntitos de la tabla, ya, lo cual está bien para empezar pero después no puedes hacer que los cabros estén graficando punto, punto, punto cuando ni siquiera les pides las herramientas , porque yo igual les hago graficar puntos pero visualizar los puntos en la gráfica, pero uso la calculadora y entonces les digo: ya , tabla, meten la función y coloquen desde el -3 hasta el 5 y veamos qué pasa, ya, pero estar calculando de a uno, entonces tienen 3 horas pedagógicas a un cabro sentado, haciendo una tabla a mano y dibujando puntos Mira, es más, te voy a regalar las guías.

47:00 E: ¿Esas guías de quién son?

47:04 P: Un profe me las regaló el otro día, en realidad se la pedí.

47:18 E: Ya y el otro profesor que me dijiste, porque eran tres.

47:22 P: Patricio, el señor Patricio ha sido súper complejo porque...

47:29 E: ¿Patricio no es el de Física también?

47:30 P: Sí, yo hablo con él, lo conversamos y sus evaluaciones están súper bajas.

47:44 E: ¿Sus evaluaciones dónde? ¿En la plataforma?

47:46 P: En la plataforma, sus resultados y los de su curso en la plataforma, están muy bajitos. Como que la unidad 1, que era manipulación algebraica, bien, buenos resultados, decentes. En la unidad de ecuaciones y sistemas de ecuaciones, puros rojos, promedios de los cursos, rojos, casi todos. Entonces raro, yo esto no lo he conversado con él, sé los resultados hace poquito, pero mi percepción y lo que me pasó como yo atiendo en tutoría a alumnos de distintos profes, que por ejemplo hay profes que no vieron sistemas de ecuación, estando en el descriptor, no lo ven. Entonces después había un cuestionario que eran puros sistemas de ecuaciones y si los chicos no vieron sistemas de ecuaciones ¿cómo lo van a resolver?

48:49 E: ¿Y tú no has hablado eso con el profesor?

48:51 P: Todavía no, tenemos reunión el viernes, este viernes, entonces yo creo que de una u otra manera si bien genera el autoaprendizaje, el trabajo autónomo y todas esas cosas, por otro lado, también ayuda que los profesores sean más homogéneos en pasar sus contenidos, o sea que todos estemos viendo las mismas cosas y no se produzca tanta diversidad entre uno y otro, que es demasiada.

49:24 E: ¿Tú has utilizado la plataforma en tu clase de alguna manera? ¿O los problemas de la plataforma?

49.29 P: Los problemas de la plataforma, sí, de hecho, los pongo en las evaluaciones.

49:33 E: ¿Y en la clase misma?

49:35 P: Y en la clase misma también.

49:36 E: ¿Pero los proyectas o los escribes tú?

49:40 P: Los escribo, abro el cuestionario y la pregunta que me salga la trabajamos ahí en clases, en relación a lo que estamos viendo, entonces cuando paso la función lineal algebraicamente y después tomo algunos problemas desarrollándose en clases, a veces los llevo como guías impresas, pero lo que sí o sí en las evaluaciones pongo 2 o 4 problemas del (inaudible).

50:17 E: Y lo otro para los profesores que han implementado ¿Cuáles crees tú que han sido las principales dificultades?

50:22 P: Mira, en el día no creo que hayan muchas dificultades, porque el alumno diurno tiene mucho tiempo para trabajar, en términos generales, porque igual hay algunos que tienen otras actividades, tienen poquitas horas en la biblioteca, acá hay Wifi todo el día, entonces no creo que eso sea un problema para los alumnos del día, yo creo que el problema grande está en la noche, porque en la noche trabajan con otras plataformas, entonces se les ha producido confusión sobre cual es cual y esa confusión ha sido grande.

51:00 E: Y eso ha sido por una cuestión institucional, oye, pero para los profesores ¿cuáles han sido las dificultades que tú has visto?

51:08 P: Que los profes no resuelven los cuestionarios, yo creo que ese es el problema, que como ellos no revisan los cuestionarios, no los hacen y ni siquiera es que los hagan, sino que los pre-visualicen y se den cuenta del tipo de preguntas, del tipo de retroalimentación, ya, debieran hacerlo, eso yo no lo discuto, pero lo mínimo sería que los miraran.

51:34 E: Y no lo hacen.

51:35 P: Y no lo hacen, entonces, si ellos no hacen eso como van a asociar su clase a este trabajo fuera del aula de los alumnos, o sea, yo creo que lo más importante es que el profesor lo mire

T17: sobre la plataforma como herramienta de estudio o de evaluación

51:51 E: Y para ti ¿la plataforma es más una plataforma de estudio o de evaluación?

51:57 P: De estudio, que nos sirve para evaluar a los alumnos, sí. Pero yo igual, por ejemplo, el otro día pasó algo con un chico que se llama Raúl, entonces él estaba haciendo el cuestionario y me dijo durante uno de los cuestionarios: Profe estoy agotado, llevo 29 intentos y yo: ya, pero Raúl ¿cómo tanto? y me dice: profe, llevo 29 intentos , y yo le digo: ya, me está mintiendo, no profe, si es verdad, revise . Y ellos saben que yo puedo ver la cantidad de intentos, entonces lo pincho a él y tenía 29 intentos y me dice: Estoy aburrido profe ¿por qué me equivoco? ¿me equivoco en ingresar el número? ¿el signo? “ya” le dije yo, no importa y le puse en mi planilla el aparece con un porcentaje, pero en mi planilla le puse un 7, porque igual no es solamente el resultado, sino que ha tenido un proceso larguísimo que uno también lo tiene que valorar sobre todo a los chicos que les cuesta más, porque hay algunos que realmente les cuesta, hay algunos que son súper rápidos.

53:16 E: ¿Y no quisiste ver en qué se había equivocado?

53:19 P: Sí, si lo vi.

53:20 E: ¿En que se equivocaba? ¿En cosas de ingresos o cosas matemáticas?

53:22 P: En cosas de ingresos.

53:26 E: Pero tu igual puedes recalificar ¿tu sabia eso?

53:29 P: Si, pero no lo hice, o sea, sé que puede, pero no lo he hecho nunca

53:36 E: Tu puedes ver cuando ves la respuesta del estudiante y abajo sale “recalificar” entonces puedes cambiar el puntaje y así, cuando lo sacas del Excel no tienes que cambiarlo más.

53:47 P: Bueno, voy a hacer eso, muy bien, porque así va a aparecer el mismo promedio con la nota final, que yo creo que igual va a ser un tema, no sé cómo vamos a colocar, como algunos profes van a colocar tantos rojos, igual es un tema.

T18: sobre las mejoraras del trabajo con la plataforma

54:06 E: Entonces, por ejemplo, si tu pudieses colocar alguna medida para mejorar la integración de la plataforma para los profesores que no están utilizándola ahora ¿qué recomendarías?

54:24 P: Yo creo que como en todo proceso, no sé si le llamaría “capacitación” porque como cuando hay capacitación los profes no se motivan mucho, pero yo creo que es importante una jornada reflexión, una que tú puedas tener el espacio y cada acompañante pueda tener el espacio para relacionarse, no de pasillo, no apuradito, sino que relacionarse con los profesores en la medida que ellos sientan que tú los estás apoyando, que los estás escuchando cuando ellos tienen una dificultad o cuando tienen ideas o cuando tienen sugerencias, ellos también se motivan porque funcionan igual cómo funcionan los alumnos.

Donde uno se pueda sentar con ellos y no todos juntos, sino que por grupos pequeños y puedan mirar las preguntas y definir: esto tengo que pasarlo sí o sí, necesito ver esto, necesito hacer esto otro, porque mis alumnos van a responder esto, entonces yo tengo que pasar sistema de ecuaciones sí o sí. A lo mejor ver otros contenidos un poquito menos, no sé, jugaré con los tiempos, pero ese ruido se le hace al profe cuando ve el cuestionario, pero no si él está haciendo una cosa en el aula y los chiquillos están haciendo una cosa muy distinta afuera del aula, entonces vamos a caer en el mismo problema ¿les va a servir a los chicos para la evaluación si el profe no ha visto los cuestionarios? A lo mejor la evaluación va a ser muy distinta, la escrita, a lo que los chicos están practicando, entonces el alumno dice ¿me sirve esta cuestión? para qué, si en la prueba me preguntan otra cuestión que nada que ver, entonces ahí ya empiezan a quedar olvidados los cuestionarios y ahí los chicos los empiezan a desechar.

56:00 E: muchas gracias por tu tiempo.

C.3. Profesora B

E (00:04): Ya eh mira, en sí la entrevista consta de tres partes, la primera parte está relacionada con las preguntas que tu desarrollaste en la plataforma. Me voy a sentar más cerca de tuyo.

P (00:17): Bueno

E. (00:21): La segunda parte de la entrevista está relacionada con una visión más global del conjunto de las preguntas de la plataforma, pero en función, siempre en funciones polinómicas y la tercera parte es con respecto a la utilización de la plataforma en la implementación. ¿ya?

Entonces tú hiciste tres; cuatro preguntas sobre esto. ¿Cierto? Diez, la diez, aquí están tus preguntas.

P. (00:59): Ya

C.3.1. Parte 1: sobre las preguntas programadas por el entrevistador

T1: sobre el rol de los contextos

E. (00:21): Ya, la primera pregunta que me gustaría hacerte es. Sobre el contexto

P. (01:09): Pensando en prácticamente, en que mis alumnos tienen que aprender a; bueno a parte aprender a graficar, leer los gráficos.

E. (01:21): Pero antes de la tarea específica, el contexto que en este caso que es el contexto físico ¿Cómo lo elegiste? Que el de movimiento.

P. (01:30): No, pensando en el criterio.

E. (01:32): Pero, por ejemplo, podría, así como un contexto físico podría haber sido, ¿Qué se yo? Beneficios, temperatura, pero elegiste este en particular. ¿Fue por alguna razón, o. . . ?

P. (01:43): Si, la razón es la que yo como me manejo en el área de la física, y mis alumnos no saben interpretar gráficos, mi idea era que yo les entregara un gráfico, le entregara una recta en el gráfico, cualquiera de estas que salga y yo a partir de esa recta, que ellos leyeran, nada más. Que leyeran ¿Qué se yo? Qué, que significaba el punto tanto, y que bueno si en el eje no cierto tenía un valor, que leyeran la imagen en el eje Y. Si tú te das cuenta también en las clases hago hartos capítulos gráficos, hago porque me interesa que ellos metan valores en una fórmula no es tan complicado porque a la larga aprendan a digitar la fórmula en la calculadora, y después cambian se mueven con el cursor y "chas", pero de ahí llevarlo al gráfico, es interpretar lo me dice el gráfico, es distinto, de repente no, no, no pueden.

E. (02:45): Ya, entonces a ti te interesaba bastante trabajar con el tema de los gráficos.

P. (02:50): Me interesa, y aún me interesa, ósea, me interesa harto el tema que identifiquen en el gráfico el dominio, la magnitud que le estamos asignando al dominio y que de acuerdo al dominio que este la variable dependiente, perdón, independiente no cierto, puedan cortar la gráfica y leer inmediatamente la variable dependiente ¿De quién depende chicos? Depende de la variable independiente. Ya, pero si pasa hacia arriba, cuando estábamos en, en el, en una de las clases le, o sea les pedí que interpretaran la recta con pendiente después la constante, ya listo bien como que lo entienden, y le asocian el concepto digamos la interpretación, el análisis, pero después le hice un segmento hacia abajo ¿Y qué significa esto? Mmm.. Después me preguntan, cuando me alcanzaron, al otro día, no me acuerdo, ayer miércoles "Profe y bueno ¿Qué significa eso?" Ah no sé po, díganme ustedes a mí, en realidad no significa nada po chiquillos, ósea interpreten eso, y ahí empiezan como la especulación "Profe es que empezaban a cobrar de acuerdo en la entrada en el parquímetro ¿Recuerda? Cobraban de acuerdo al modelo, si era muy caro cobraban más, si era más barato, a la misma hora". Entonces en el fondo que se den cuenta que en el gráfico las curvas tienen importancia directa con… No es que uno después llegue y especule que pasa en una parte del gráfico eso no corresponde, más que nada por eso.

T2: sobre la elección de la función

E. (04:35): Ya, eh bueno, por ejemplo, aquí tu elegiste este, como si el contexto físico impone una función particular en que la función lineal bien, ¿Por qué elegiste por ejemplo una función y no una función a trozos por ejemplo o dos funciones?, ¿En algún momento tu tuviste esa elección o simplemente la colocaste?

P. (05:03): No, la elegí porque, como es un concepto donde de alguna manera era lo único que debía identificar que era la velocidad partido en tiempo, ya que la distancia depende del tiempo, ¿De qué forma? de la constante de velocidad ya, entonces en un momento tenía que leer posiciones en función del tiempo, pero en otro momento del mismo gráfico, el tiene que interpretar más, sacar información de ahí y por ejemplo que la pendiente tiene otro significado, más que todo por eso.

E. (05:40): Ya

P. (05:41): El enfoque es que determine puntos, identifique qué significa.

E. (05:45): Pero, por ejemplo, supongamos que te voy a preguntar, le agregáramos otro trozo, no sé una constante, otro trozo con otra inclinación.

P. (05:54): Con una pendiente, ya.

E. (05:55): O otra función, por ejemplo, en su momento fue una…

P. (06:01): No, no lo pensé .

E. (06:02): Ah, ya.

P. (06:03): No pensé, en hacer dos tramos.

E. (06:05): O en agregar otra función.

P. (06:07): No, no lo pensé en que la recta representara la misma velocidad.

E. (06:17): Y por ejemplo, ¿Cuál es tu interpretación? de que no parte desde el origen y parte desde un coeficiente libre de distinto cero.

P. (06:27): Que, no, la interpretación de esto de que el tiempo en el fondo se echa a correr diez metros más adelante

E. (06:41): Ya

P. (06:43): No sé, cinco metros más adelante, si allá esta la meta el primer corredor ponte tú, el primer corredor parte 5 metros adelantado

E. (06:53): Ya

P. (06:55): Entonces, ese segmento que está ahí me indica que hay una persona adelantada, pero el tiempo corren para todos iguales, entonces cuando $t = 0$, este ya partió desde este punto y ahí empiezo recién a moverse.

T3: sobre los parámetros aleatorizados

E. (07:07): A moverse, ya perfecto. ¿Esto de acá es el algoritmo de tu pregunta?,

P. (07:17): Ya.

E. (07:17): Y por ejemplo aquí está el centro, no sé si se alcanza a ver.

P. (07:23): Yo no veo bien. Ya, pero dime nomas.

E. (07:26): El centro dice punto seis como cinco, por diez más $(b + 4)/2$ y la anchura es 14 y la altura es variable.

P. (07:42): Era, eso lo hice...

E. (07:44): Como elegiste esos valores, por ejemplo, elegiste algunos valores fijos y otros variables. ¿Te acuerdas? ¿Por qué hiciste esa selección?

P. (07:51): Primero, el centro lo elegí, porque yo quería que solo apareciera el primer cuadrante, entonces me moví, no se de alguna forma y ahí anduve tanteando valores, cosa que el gráfico apareciera en general siempre el primer cuadrante.

E. (08:04): Ya.

P. (08:06): Puesto que para eso fue y lo otro, las alturas porque no querían que pasara un rango nomas. Por eso.

E. (08:13): Por ejemplo, aquí elegiste el eje x, el ancho es fijo, pero el alto es variable. ¿Te acuerdas porque hiciste esa diferencia?

P. (08:24): Expresamente no, pero yo creo que fue porque anduve jugando con el rango de tiempo nomas.

E. (08:30): Ya, y por ejemplo tú los coeficientes que elegiste para la función, era él a era la pendiente me acuerdo y el b el coeficiente libre. ¿Por qué elegiste esos rangos?. ¿Cómo lo elegiste?

P. (08:47): No, no lo hice no tenía, no en ese momento como era unos de las primeras graficas no le di un alcance, así como más profundo por mantenerme en un rango. Yo creo que fue más que nada por eso, o sea porque estaba entrando en el tema de la programación y después le puse a dar sentido a los intervalos.

E. (09:16): Ya perfecto, como a partir con una variabilidad no tan alta

P. (09:21): Claro, bueno si no se me escapara tantos los gráficos y que el eje no quedara tanto tan discontinuado. Yo creo que fue por eso.

E. (09:35): Y bueno, claro por eso por ejemplo la elección de los parámetros que fuesen números enteros obedece a...

P. (09:45): A que me quedaran cercanos a que el alumno pudiera leer bien y que se yo que viera exacto el cinco con el seis, que no anduviera estimando.

E. (09:56): Ya. ¿No querías fuese una pregunta de estimación?

P. (10:00): No, no en ese momento no sabía el tema de las preguntas de estimación.

E. (10:04): ya

P. (10:07): Entonces yo quería trabajar así con valores más exactos .

C.3.2. Parte 2: sobre el conjunto de preguntas

T4: sobre el rol de los contextos

E. (10:09): Ya perfecto, ahora pensando en el conjunto de problemas de las preguntas de funciones polinómicas, y en general yo creo que no solamente para funciones polinómicas. ¿Cual, para ti, el rol del contexto de problemas de matemáticas?

P. (10:29): Así, tan clara hazme de nuevo la pregunta

E. (10:33): Por ejemplo, nosotros en la plataforma se pueden ver solamente preguntas contextualizadas

P. (10:37): Ah, ya. Sí.

E. (10:40): En este caso, yo te hago la pregunta a ti como profesora, independiente de la plataforma en sí. ¿Cuáles para ti el rol de los contextos? ¿Es importante?, ¿No importante?, ¿Da lo mismo?

P. (10:57): No, es importante que el alumno reconozca que los modelos de alguna forma le pueden dar explicación a algún evento. Claramente eso es importante, no ahora, o sea es bueno que siempre estén aplicando o dentro de un contexto que para ellos que socialmente lo conozcan, pero eso no quita de que el alumno deba saber operatoria, porque no pueden hacer nada, según yo si no saben operar bien. ¿Ya?

En el mismo contexto de las rectas ponte tú, ellos necesitan calcular pendiente, ya quizás puedan saber graficar bien los puntos y puedan interpretar que a medida que una variable aumenta y la otra también, pero es la pendiente que viene de un cociente ¿No cierto?, que tiene un concepto también, un concepto físico, no se químico o en la misma electricidad, lo que signifique, pero falta la parte operatoria o que ellos ponte tú, tabulen es súper importante de que da una función ellos puedan construir una grafica, una tabla para después graficar y que con la tabla sepan que a esta variable, ponte tú que a esta variable que es independiente le voy a dar valores, valores en un rango para obtener esto otras variables y que con dos puntos de aquí, como por dos puntos pasa una única línea recta no cierto representan a todos los que están ahí, así que teniendo en cuenta no, puntos que no estén en la tabla yo pueda extrapolar. Decir que es importante el contexto, si es importante, pero también es importante la operatoria, el trabajo con la calculadora, un trabajo hermético.

T5: sobre las preguntas de estimación

E. (12:49): Ya perfecto, y por ejemplo volviendo un poco al tema de los gráficos, tú me dijiste bueno, con este problema tú habías empezado, habías elegido la programación de esa manera y habías elegido no estimar, si ahora sabiendo desarrollar problemas con estimación, ¿La mantendrías así o la cambiarias? o ¿Te parece bien como esta?.

P. (13:18): A ver, si yo creo que la mantendría así, la seguiría manteniendo así, porque creo que la estimación por lo menos bajo algunos conceptos o bajo alguna contextualización, la estimación podría confundir en algún momento o sea esta misma pregunta que yo la relaciono con distancia y con tiempo, no le podría preguntar. ¿Estime usted la velocidad?, no, o es o no es, no sé si entiendes.

E. (14:00): Si, si le entiendo la idea

P. (14:01): Porque estimen ustedes ¿cuánto vale?, "no vale.º "no vale", tiene o no tiene ese precio, según yo

E. (14:12): Perfecto, si de echo ¿Cuáles son lo que tú piensas?, lo que tú piensas al respecto así que no hay preguntas. . .

P. (14:28): Yo creo que para estimaciones válidas para, si válidas para tipos de preguntas que lleve a un no sé, que sea válida en intervalos de valores o sea "promedio del dólar en los cinco días entre el cinco de junio y el diez de junio", yo creo fue más menos el promedio tanto y eso es verdad, o sea no hay una cosa de un promedio, se estima que ...

T6: sobre la justificación de los contextos

E. (14:57): Ya, perfecto. Bueno volviendo al tema de los contextos en general del uso de los contextos para problemas matemáticos en la matemática, hubo muchos problemas, muchas preguntas de la plataforma que... antes de eso, antes de hacer esa pregunta.

¿Tú crees que es necesario poder justificar, no necesariamente justificar, pero poder justificar el modelo matemático utilizado dentro de una situación particular?, no sé si me explico un poco con la pregunta

P. (15:33): ¿Poder justificarla dices tú? en la pregunta o en la retroalimentación

E. (15:38): Por ejemplo, supongamos que, en el mismo ejemplo de física de movimiento rectilíneo acelerado, pensemos que esta modelado por una función cuadrática, probablemente uno no puede construir con no sé. ¿Un estudiante de primer semestre no puede construir el modelo de donde viene?

P. (15:59): No, difícilmente

E. (16:01): Entonces, pero ¿es justificable? desde la física es justificable.

P. (16:05): Si, es justificable E. (16:06): Por ejemplo. ¿Daría lo mismo si yo en vez de colocar esa función en vez de colocar otra función?

P. (16:10): No.

E. (16:13): Entonces si yo extrapolara a otra situación. ¿Es importante poder justificar que la función asociada a una situación sea justificable? o ¿no?

P. (16:23): Si, ¿la función está asociada a la situación?, ¡sí!

E. (16:27): Ya

P. (16:28): Pero si nosotros preguntamos, nosotros necesitamos que el alumno analice una función, no tiene porque contextualizar.

E. (16:39): Claro, si en eso estoy de acuerdo. Aquí estoy pensando en un caso particular que si elegimos un contexto.

P. (16:47): Tiene que estar justificado.

E. (16:50): Ya, Por ejemplo, pensemos en esta pregunta, en la primera pregunta. ¿Te acuerdas el de los pantalones?

P. (16:59): A, si

E. (16:59): Entonces, por ejemplo: .ªquí dice los ingresos de pablo están dados por la función tanto... que es cuadrática y ¿será justificado?

P. (17:10): La verdad.

E. (17:10): Claro

P. (17:12): ¿Sera verdad? Si, puede llevar, claro puede llevar una confusión después que el alumno no si los ingresos, siempre en realidad, siempre están dados por una función cuadrática, ¿podría ser eso? o como que no y a lo mejor Pablo tiene otra forma de hacer ingresos y sus funciones es mas lineal más productivas, "no lo sé", pero si podría llevar a crear ciertos ...

E. (17:43): Pero, por ejemplo, justo el contexto que tu elegiste es ¿justificable? porque un modelo. . .

P. (17:50): Porque es verdadero...

E. (17:52): Porque es verdadero, un problema físico que se estudia. Aquí todos los problemas son contextualizados y quería saber tú opinión con respecto a que ¿si eran necesario el modelo se ajustara a la situación?

P. (18:04): Si, es necesario que se ajuste a la situación de la que estamos hablando

E. (18:10): Ya

P. (18:10): Ahora no todos los modelos se pueden ajustar y tampoco podemos estar comprobándolos. Por ejemplo, también hicimos preguntas de la desintegración radioactiva que yo hice en la exponencial me parece, cuando yo buscaba la desintegración en función del tiempo, si tú la buscabas en un libro de química o en un libro de la misma área, pero de otro autor, las funciones que aparecían eran distintas, y con distintas variables, entonces que obtengo ahí...

E. (18:48): Distintas, por ejemplo. ¿No siempre exponencial o siempre una exponencial?

P. (18:51): De alguna forma siempre exponencial, pero no teniendo el mismo formato

E. (18:55): A pero, que eso es distinto, porque las funciones es la misma, solo que esta presentado de una manera diferente.

P. (19:03): A ver, como te lo explico

E. (19:04): Oh, por ejemplo

P. (16:05): Es que variaba todo, variaba las constantes, variaba el t, variaban muchas cosas entonces en ese caso no cierto que hacía yo tomaba la función que se regía de acuerdo a estas funciones, "determine tanto si sabe que:esta constante significa esto y esta otra constante signifique otra cosa, que esta constante vale tanto", o sea o que .esta variable significara esto otro". ¿Te fijas?, o sea había que darle información pero porque en libro aparecía así y después tu vas a otro libro y veías el mismo tipo de desintegración donde la sustancia radiactiva traía, traía otra expresión otra fórmula, entonces si me decía si me dedicaba a utilizar esta fórmula, no se había que definir abajo lo que significaba cada variable y si la otra también debía definir, no significa no cierto que una o la otra estuviera mal quien era yo para decir que era o no la correcta, pero si digamos el concepto que viene detrás había que tenerlo en cuenta.

E. (20:21): Ya perfecto

P. (20:25): Perdona, en este caso creo que la pregunta es venidera, creo que debería ahí quedar todo, pero si no se si hay que mejorar o no habría que sacarle que la ganancia por una que fueran los ingresos o no sé, porque siempre los ingresos van a hacer así o podrían ser para un caso especial fuera así. ¿Me entiendes?, es como el mismo caso ¿cómo es? es discutible.

T7: sobre la concentración de tareas

E. (21:19): Es discutible, bueno no se si se alcanza a ver los detalles de esta tabla. Esta tabla aparece como un resumen de las preguntas de las plataformas las preguntas de las funciones cuadráticas y las preguntas de las funciones afín, entonces, si se hicieron veintinueve preguntas, 45 % corresponden a cuadráticas, 55 % corresponden a lineal. Dentro de cuadrática el 69 % casi 70 % corresponden a imagen y pre-imagen y en funciones afín el 57 % casi el 60 %, entonces después cualquiera de las otras preguntas como: Calcular el vértice, calcular las raíces, generar una expresión, graficar una función, aparecen una o dos veces y son es mucho menor en relación al resto. ¿Qué opinas de eso?

P. (22:30): Yo creo que, o sea, primero no pienso que si necesitaba más o no, no se distribuye una cantidad al menos yo pienso, eso ¿si está bien? o ¿no?, .está todo bien", todo bien en el sentido de que cualquier cantidad de preguntas que tu le hagas a los alumnos si deciden para estudiar va a estar bien, y el apoyo mientras más apoyo tengan más, fabuloso si hay que equilibrar eso probablemente habría que equilibrar, pero no lo encuentro que este mal o sea desde mi punto vista de que, porque la línea si está bien que tenga más si pero en ese momento se desequilibra..

E. (23:17): Más que a lineal, porque de hecho están como apareciendo, dentro de cada una la mayor parte de las preguntas o sea de imagen o pre-imagen eliminarlos del resto

P. (23:29): No es que en ese momento no se pensó nomas que podría haberse distribuido dentro del fondo, porque no vimos la grilla.

No porque tampoco lo pensamos, en ese momento sipo, no éramos tan especiales, la verdad es eso yo creo que falto coordinación nomas, pudo haber sido más equilibrada

T8: sobre los números utilizados

E. (23:58): Otra pregunta está relacionada con números, con los números que se trabajan. ¿Tú consideras que los números que aparecen en las funciones?

P. (24:16): Acá en el ...

E. (24:17): Claro, en lo general, ya sea en tus clases

P. (24:22): Ah ya

E. (24:24): En general. ¿Influye en el trabajo matemático del estudiante?, por ejemplo trabajar distintos números

P. (24:30): Si, a los chiquillos les cuesta mucho trabajar con la parte decimales, fraccionarias entonces por lo pronto si uno está trabajando con funciones, estamos en funciones, si queremos entender el concepto de las funciones en termino de dominio e dominio e imagen, recorrido, hay que tratar de no complicarlos con los decimales o con las fracciones para no se queden en ese tema "porque profe mire lo que me salió a mí, que se yo, a mi me salió diez como uno y mi amigo tiene diez coma cinco", ¿ya pero que significa lo otro? , "pero es que mire profez se quedan en eso y se quedan pegado en eso. Entonces a veces para poder entregar bien el concepto, tenemos que limitar el rango de valores iniciales, no obstante después que a medida que avancen claro, o sea tu puedes aumentar el conjunto del dominio y hacerlo en un intervalo de valores y ellos como trabajan mucho con la calculadora se supone que a esa altura ya no van a cometer los errores que cometieron al principio con el uso de la calculadora o los paréntesis al cuadrado o los negativos al cuadrado, que en realidad nos molestan, nos molesta un poco eso les causa drama al menos a nosotros y a nuestros alumnos se complican de repente con el tema de los decimales o de meterlos en función en la calculadora , de repente meten cualquier cosa a la calculadora, ya les salió menos veinticinco y no lo relacionan con el concepto que se yo con el tiempo que no les puede dar menos veinticinco u recién allí van a decir: "pero piensa ¿el tiempo puede ser negativo? no profe", .entonces que hacemos con este valor ¿no lo tomamos en cuenta?", "no, no lo tomamos en cuenta, no existe hay entonces nos quedamos solo con el otro valor, solo con el otro". Entonces como para entregar la información correcta, tenemos un poco que limitar el dominio, no significa que siempre lo hagamos así, significa que un poco para que entiendan el objetivo final de la clase y uno trata de que no meterse en esos líos numéricos con tanto decimal. He aprendido con el tiempo eso...

E. (27:15): Bueno de echo relacionado con lo mismo las preguntas de la plataforma, tomando en cuenta el conjunto de preguntas yo le hice los profesores, a tres profesores de Renca y dos profesores de Santiago sur y de los seis profesores, es decir, cinco profesores trabajaron solo con números enteros en el coeficiente de la función y en las preguntas y en las soluciones. Por ejemplo ¿Cómo miras eso a nivel global?

P. (27:57): Pero, ¿ya terminaron con la unidad? pero queda la idea de que en unas próximas clases van a meter otro tipo de ...

E. (28:10): Pero mas que las clases son las de la plataforma, estoy hablando de las preguntas de las plataforma.

P. (28:13): Ah ya

E. (28:15): La clase es variado

P. (28:21): No sé cómo podría

T9: sobre números enteros y estimación

E. (28:24): Por ejemplo, ¿está bien que estén con numero enteros? o deberían pensar en posibles evoluciones.

P. (28:36): Es que depende, todo depende del objetivo que se quiera lograr es eso, porque quizás, lo mismo que pasaban con esta grafica que estábamos analizando antes, que saco yo con pedirle al alumno que estime un valor si en la grafica lo puede ver el valor exacto, no quiero que estimen, quiero que me lean ¿me entiende?, porque quiero que el entienda bajo esta situación pasa lo otro y no que más o menos pasa de estar cercano a, y no digo que este mal ni lo uno ni lo otro, creo ese es el objetivo que se quiere lograr es eso. "¿Ahora puede tomar valores entre medio?siçlaramente puede tomar, depende del objetivo que se quiere lograr.

E. (29:27): Y por ejemplo pensando en los objetivos de matemática uno.

P. (29:31): Si yo quiero, saber si el resultado va a estar en función de números de hombres.

E. (29:35): No, pero pensemos en el contexto físico de tu problema, que en la variable independiente es tiempo y por ejemplo en la pregunta mirando el gráfico tu preguntas a los dos segundos, a los cuatro...

P. (29:51): Si números puntuales

E. (29:52): Por ejemplo, ¿será mejor? ¿peor?, o da lo mismo por ejemplo si uno preguntara un valor intermedio.

P. (30:03): Si qué pasa si sale dos coma cinco

E. (30:05): O a los dos coma tres o a los dos coma dos, mirando el gráfico solamente tienes la función para calcular, solo mirando el gráfico.

P. (30:13): A eso ponte yo un poco, por si yo le pregunto: "¿Al un segundo lee, a los cinco segundos lee y a los dos coma siete?, más o menos puede ser. No sé, estimar un recorrido para estimar ponte tu üna distancia para valor de tiempo exacto"no sé, según yo esta, pero no está, ¿te fijas? Le podría preguntar a los dos coma uno o a los dos coma siete, pero no van a dar una respuesta correcta exacta podría estimar.

E. (31:00): Y eso te causa un poco de ruido parece

P. (31:05): Si, porque el concepto no es que más o menos este cerca "de.º .ᵉˢte a diez metros o no esta a los diez metros, es eso. El concepto ahora sí, yo le pregunto lo mismo sin contextualizar no es válido, pero contextualizando no, o sea .ᵉˢtime el valor de que se yo el valor de y cuando x vale ocho o ocho coma cuatro, ¿Cuando x vale 8,4?", "¿profe puede ser esto ?, si distinto de número de hombres a las diez horas, ¿profe puede ser nueve coma uno? no o son nueve o son diez". ¿Me entiendes?

E. (32:08): Claro

P. (32:10): Contextualizando, yo creo que no

E. (32:16): Ya perfecto

P. (32:17): Pero a número de operación, si puede ser, porque está valorando nomas, está leyendo más o menos puede ser tanto y no cometemos ningún error físico o ningún error de conocimiento. Nos paso después con el trabajo que hicimos con los profes de mecánica, o sea los diámetros de los cilindros iban desde y hasta, entonces de repente programábamos y yo programaba y le decía pero "Felipe ¿puede ser esto? no eso no se da y que tengo que hacer? no sé, pero no puede dar esos valores", ¿me entiende?, .ªh ya pero que valores pueden dar? no le pueden dar entre que yo cero coma siete y uno coma dos y ¿nada más? no nada más. No puede dar dos".

E. (33:15): Claro, por ejemplo, en el contexto impone ciertas condiciones de rango. Por ejemplo, en el caso particular del problema físico que tu propusiste, ¿crees tú que el contexto impone ciertas condiciones?

P. (33:33): Si

E. (33:34): De no trabajar con decimales, por ejemplo.

P. (33:34): No, que al trabajar con decimales en la posición no sería exacta, no le podría preguntar: "¿A qué distancia esta? No, le podría preguntar, le tendría que preguntar no sé, .ªproximado a qué punto o estime que punto hasta", tendría que dar un rango de valores en el que puede moverse para que estuviera más o menos bien, pero ahí caemos a otra cosa, que si por darte un caso... "si t= cinco coma tres segundos el personaje debería estar a cinco coma siete metros y yo le pido estimar y le doy un rango para moverse entre cero cinco y cero cinco de estimación¿Qué dices tú?, puede salirse de un rango mas menos cero cincoz eso es una estimación y mi estimación puede estar en el rango mas menos cero cinco y eso es una estimación o sea que me valora ¿qué estimación es la correcta?", mas menos en la programación o de...

E. (34:51): Ya, pero tú lo ves ¿cómo un problema de la plataforma? o si yo lo hago en la pizarra ¿pasa exactamente lo mismo?

P. (35:02): ¿Como si tu lo haces en la pizarra?, si tu graficas en la pizarra

E. (35:07): Supongamos que yo lo proyecto el gráfico sobre la pizarra

P. (35:08): Ya y ¿le pido que estimen?

E. (35:11): Estimen, ¿se produce ningún problema aquí plataforma? o en la plataforma...

P. (35:13): Yo creo que no, yo creo que se produce el mismo problema, claro si yo les digo "¿chicos donde está la persona a los cinco segundos?", .ª profe esta en el siete", ya "¿y a los nueve segundos?", "profe esta en el once", "¿y a los siete coma tres?", no, van a decir: "¿profe a los ocho coma uno¿, esta estimando, "pero el otro dice ¿profe esta a los ocho coma cinco?, esta estimando, "¿cuál estimación es mejor?". No sé.

E. (35:47): Ya, pero puedo aclarar la idea.

P. (35:50): Y no es que esté en contra de los temas de estimación, sino que, si puede ser decimal, si pero tendríamos que no sé, ponernos de acuerdo, de ver un rango y que los chiquillos sepan para que después no digan: "profe yo estime pero yo creo que mi tarea esta buena pero esta todo malo", cosas así hay que normal.

C.3.3. Parte 3: sobre la utilización de la plataforma

T10: sobre roles del entrevistado en el proyecto

E. (36:12): Ya perfecto, ahora con respecto a la utilización de la plataforma, antes de entrar en el detalle me gustaría que me contaras. sobre roles del entrevistado en el proyecto desde que comenzó esto.

P. (36:28): ¿Te cuento mi historia?

E. (36:31): Tengo bien grabada su cinta, ¿cuáles han sido tus roles dentro del proyecto?,¿qué te ha tocado hacer?

P. (36:37): ¿Qué me ha tocado hacer? ¿Si eso?, haber en primera instancia mi rol ha sido claramente ... falto una pregunta

E. (36:47): Claro, había que agregar ahora la primera parte que ahora la vi en esta otra parte. Cuando tu programaste ¿cuáles fueron las principales dificultades que tu tuviste?

P. (36:59): Es "heavy.esa pregunta, todas, todas, si yo no sabía programar, en mi vida había programado nunca hice programación en la universidad, no, yo aprendí ahí el primer día que me toco trabajar en la Serena con Marco, casi me morí, te juro llegue a la pieza del hotel y me metí a programar y los demás no estaban en otra y yo estaba todas las noches en la pieza estudiando. ¿cómo se hacía?, incluso en varias, como en dos noches nos quedamos toda la noche trabajando en la programación y pasamos así cuando ustedes andaban de carrete, no estuve toda la noche aprendiendo a programar, pero no podía salir de ahí sin salir en las mismas condiciones que llegué, ese era mi objetivo. Después que llegue a programar de a poco fui aprendiendo cada vez más, me fui guiando por los tutoriales que tu tenias en la plataforma, o sea no en la plataforma en internet en YouTube, tú tienes varios tutoriales. Y después me torturaba yo sola porque en un tutorial decían una cosa y en otro no es más fácil, pero así no tuve que aprender.

T11: sobre las dificultades al programar

E. (38:42): Por ejemplo: en las preguntas particulares que hiciste por ejemplo ese del gráfico que fue, ¿te acuerdas lo que más te costó?

P. (38:48): El tema de que me salieran exacto, de que por lo menos en uno encontrara dos puntos, a mi me interesaba que esa recta al menos se viera clarito dos puntos, dos puntos donde se pudiera leer directamente en el eje x y el eje y y después el eje x e y, cosa que me interesaban dos puntos los que estuvieran en entre medio me interesaba un "pucho", pero que por lo menos identificaran cada vez que miraban, miraban bien y yo les pudiera decir mira no encuentran ningún punto donde van respectivamente el X y la Y o sea traté de hacer eso, un poco en la trampita.

T12: sobre roles del entrevistado en el proyecto

E. (39:25): Ya perfecto, ya ahora tu ya has trabajado con la plataforma. ¿A te estaba preguntando por los roles que has tenido en el proyecto?, ¿cuáles? han sido disculpa ¿qué trabajos te han tocado hacer en el proyecto

P. (39:47): ¿Tu quieres así a nivel de grupo?, los roles que hemos desarrollado a nivel de grupo. ¿Eso?

E. (39:54): Claro, pero a ti personalmente. ¿Qué te ha tocado hacer?

P. (40:02): Bueno, yo me dedique en mi grupo a trabajar en mi ejercicios con los que yo me he comprometido, o sea, yo decía yo voy a programar este y este y lo voy a traer para tal fecha, y yo lo traía para esa fecha, entonces trataba de que nos pusiéramos de acuerdo que nos comprometiéramos, pero no resulto o sea sí, no , nos poníamos de acuerdo todos íbamos nos programamos poníamos fechas yo a esa fecha llegaba con mis y se los mostraba siempre fui mostrando porque lo proyectábamos con el de atrás fui mostrando lo que yo iba haciendo lo que iba avanzando, pero en el fondo y cuando terminaba los hacíamos correr todos no sé, "¿se acepta?, si se acepta no se acepta pero no podían ser más, no estaba en posición de hacer nada de presionar.

E. (41:13): Claro, claro si es más que nada a ti personalmente que te toco hacer este semestre. ¿Cuál fue tu rol en el proyecto?

P. (41:21): ¿Ahora este semestre? Nosotros nos dividimos a los profes en equipos, entonces yo en el fondo dirigir el equipo, y, a ver con respecto a mi grupo nosotros los cuatro tenemos prácticamente los mismos roles, somos líderes de un conjunto de profes.

T13: sobre el rol de acompañante de tutores y profesores

E. (41:44): ¿Cuántos profesores te tocaron a ti?

P. (41:48): Cinco profes

E. (41:49): Cinco profes. ¿Y cuántos cursos? ¿Te acuerdas?

P. (41:51): Veintidós

E. (41:52): Veintidós P. (41:54): Veintidós, ¡sí! Lo que pasa que tengo uno de mis profes que tiene ocho cursos de matemática y la otra profe tiene seis, la otra profe tiene cinco y los dos profes tienen uno y uno y yo que tengo uno, entonces a menos que ella tenga nueve, no tiene ocho.

E. (42:15): La cantidad, la mayor cantidad de cursos que tú tienes, ¿en donde se concentran?

P. (42:20): En el área de electricidad electrónica, pero de física

E. (42:29): A si tú haces clases de física. ¿Cuántas clases tienes?

P. (42:31): ¿Mi sección? Asignatura no se secciones tengo tres en minería tengo tres acá, en electrónica y hago cálculos, entonces ahí voy distribuyendo mi carga, también tengo una más de dos aplicada que es calculo prácticamente, un fundamento del cálculos no se estoy muy distribuida, tengo copada esa asignatura y en eso se va conformando. Siempre ha sido así en todo en caso

E. (43:06): Y el acompañamiento a estos profes ¿en qué consistía?

P. (43:10): De ayudarles con la plataforma de mostrarle donde está el calificador

E. (43:15): ¿A dónde se juntan para hacer eso?

P. (43:17): En la sala de profes

E. (43:18): ¿Cuándo tienen un horario o fuera de la actividad?

P. (43:20): No, no cuando coinciden con horas libres que se yo cuando la Claudia me pregunta algo y estamos en horas libres le explico lo que pueda decir, donde puede ver digamos mas información como puede sacar las planillas con las notas, como ver quien ha contestado quien no ha contestado, porque Claudia es un poco como yo o sea. "Fulanito ¿Por qué no hiciste el control 1?Es que profe"¡no! Hasta mañana a usted le reviso nuevamente", entonces el alumno no sé si quiere aprender o se siente presionado lo hace.

T14: sobre las dificultades en la implementación

E. (43:56): Y, por ejemplo: eso te iba a preguntar igual, ¿cuál ha sido tu percepción de las por ejemplo las dificultades que han tenido los profesores para trabajar con la plataforma? primero, ¿cómo visualiza tu quien ha trabajado?, ¿de que manera han trabajado con la plataforma? y ¿cuáles han sido las dificultades que han tenido?

P. (44:17): Haber ellos en general no han resuelto todos los controles, personalmente no lo han hecho yo me he metido un montón de veces en cada una de sus aulas virtuales para ver cómo van, y ellos no se han metido mucho, por números de intentos que hacen y por el termino de los controles uno lo ve al tiro. Pero si han estado un poco fomentado en el alumno que si haga los controles que los resuelvan, porque en el fondo es el 20 % final es el ultimo 20 % de la asignatura en cuanto a nota, en cuanto a evaluación, si han hecho o no los controles la verdad es que al principio si hicieron algunos de manipulación algebraica, pero ya después la maquina los empezó a pillar, entonces no lo hicieron.

Si al principio estaban muy activos en hacer participar a los alumnos y pedirles que hagan los controles y recordándoles que era el ultimo 20 % que no podían manejar ellos había mucha actitud positiva frente a ello y ahora ultimo se ve que en curso en general no hay tanta participación en los controles. Ya, ahora se han dejado estar los profes, puede ser, con tanta carga administrativa que hay puede ser. Estamos constantemente recordándoles que si, que no se despreocupen de los controles que chiquillos que habla con tu curso de cómo van y uno en el fondo saca un listado, un recuento de ponte tu de todos los controles realizados por tal profe por X por uno por el profe dos por el profe tres y a veces tu le envías el correo a un profe con copia a los demás, entonces los demás por curiosidad empiezan a intrusear en lo otro y se dan cuenta de que pucha que no tengo ninguno y él tiene todo hecho entonces empiezan a poner las pilas. Fue como una manera de muñequear, pero tampoco, o sea, yo soy partidaria de no presionar mucho al profe porque, porque haber la parte administrativa, haber si tú te manejas en el Excel y tú te manejas un poco en informática en computación lo tiras todo en una planilla de Excel en una dinámica en un archivo dinámico y lees todo inmediatamente. ¿Cierto? Entonces pedirle un archivo a cada profe que se yo que le va significar una hora

E. (47:12): Los profesores o sea la plataforma ha generado un trabajo administrativo.

P. (47:20): Pero no para rendir, así como las áreas, si no porque, de alguna forma se le ha pedido a algunos que... entonces yo no te digo que este mal pero si es para liberar al profe para que este más tranquilo, pa que lo encuentre que estés a favor de él y no en contra yo creo que hay que generar un poquito un lazo social, un poco amistoso. Por ese motivo, puede entrar alguien, por ese motivo

E. (47:54): O sea no te preocupí o sea habla nomas porque esto es confidencial.

P. (47:56): Me dijiste lo mismo e otro día ya pero ... por ese motivo en la reuniones que tenemos de repente esas reuniones tránsfugas que tenemos con W y la profesora A y el profesor C y le digo W tenemos que hacer una reunión intima con los profes, .ªh nocon los profes ya", "no po no una reunión intima con los profes", "llama a todos los profes de mate uno", Daniel ya encontró, Daniel el asesor sicopedagógico, "no sé como lo hizo", por ahí movió hilo y logro que a todos los profes se les pague una hora, una hora de clase al mes por cada sección. Por ejemplo: en el caso de una colega no se ocho horitas mas por estar aplicando ese don, está bien pero ese es un premio, no es para decir chuta para trabajar una hora me tiren este y este archivo, no es un premio, dejo de ser premio, dejo de ser una motivación entonces llamemos a los profes para que tengan participación, para que ellos nos digan hay profes aquí que el semestre pasado, el semestre pasado aplicaron SEDOL-M y este semestre otra vez les toco aplicar a esos profes, tienen experiencia, pueden ellos, pueden dar su opinión con respecto a ¿cómo le fue con las notas en el semestre pasado?, ¿cómo le va a este? no solo tener una perspectiva nuestra, si no que veamos que hacen los profes, que opinan los profes , eso

E. (49:38): ¿Cuales han sido tus..., ¿Crees que las principales dificultades que han tenido los profesores, en la implementación? ¿Qué te han manifestado ellos al respecto?

P. (49:55): No ellos no han manifestado muchas dificultades, ellos encuentran que los controles están, son es bueno para los chiquillos es bueno en cuanto a las notas, que una cuestión más amigable ah, tenemos notas ahí que está haciendo control que se yo. Quizás los problemas que han manifestado es del bloque de los chiquillos le han comentado que profe que yo pongo dos x mas cinco y de resultado me lo toma malo y cuando veo la retroalimentación era no sé po cinco $y + 2x$.

E. (50:35): ¿Eso debía ser?

P. (50:36): Pero algunos se han encontrado con esa dificultad

E. (50:37): ¿Y tú has visto? por ejemplo: ¿has visto específicamente que eso ocurra?

P. (50:42): No pero mi curso que me encontré con un alumno que decía...

E. (50:48): Te lo pregunto, porque había un estudiante, "que dijo no es que parece no nos ponen el signo de división con "slach"lo toma malo y no debería ser porque la división también se puede escribir así, la profesora lo reviso", porque fue en otra sede lo reviso y se dio cuenta que claro había escrito por ejemplo $3/2x + 5$, pero la idea, pero lo que tenía que escribir era tres partido todo entre paréntesis $2x + 5$, entonces finalmente si uno lo traducía era $3/2x$ el cinco queda afuera entonces estaba mal escrito la expresión y entonces él creía que era por el "slach.ᵉⁿtonces es ¿realmente el sistema no está reconociendo la expresión equivalente o porque hay un problema de escritura de los estudiantes?.

P. (51:39): Eh sí, yo creo que va por un tema de que el alumno no interpreta bien el tema de los paréntesis, que no lo está escribiendo bien ahora, ¿cómo lo podría escribir bien?, si dentro del programa, si en nuestro programa hubieran clases destinadas a que no se una clase de tres horas ya chiquillos nos constatamos, en el horario no se asignamos una hora de laboratorio de computación nos vamos todos por allá, tres horas todos con su computador hagamos un control y eso no una vez! varias veces

E. (52:20): Eso de hecho eso mismo te iba a preguntar, tus clases los estudiantes te preguntaron si se podía trabajar con las preguntas, o sea con los problemas de la plataforma y me acuerdo que tu dijiste que no estaba de acuerdo. ¿Cuál era las razones por la cuales ...?

T15: sobre el trabajo con la plataforma en clases

P. (52:39): Que ¿por qué no estaba de acuerdo? No yo dije que los problemas de la plataforma eran para que ellos lo trabajaran en su o sea fuera de la clase, era para un estudio autónomo, eso era, eso fue mas menos lo que dije.

E. (52:59): Claro ... ya y..

P. (53:02): Porque el discurso, de la sede, porque el discurso de la sede es que, el trabajo del proyecto es para que el alumno estudie en forma personal, para que el crea su propio aprendizaje, para que el aprendizaje que él tenga sea un aprendizaje autónomo ese es el discurso de la sede

E. (53:30): Oficial

P. (52:30): Oficial, entonces que hice yo, me metí a la plataforma y bajé un control completo de funciones

E. (53:39): Claro, pero antes de eso, porque me interesa el argumento, porque me aparece bien interesante que tú en un momento utilizas la plataforma dentro de la sala de clase ¿pensabas que era en contra de ese discurso?

P. (53:58): Claro, porque en todo momento o sea el sistema es, es un sistema de adulación en línea nosotros estamos en la sala de clase y hacer eso en la sala de clase tendríamos que estar en un laboratorio de computación y esa digamos esas tres horas digamos no están como consideradas en la asignatura en la programación.

E. (54:23): Pero, por ejemplo: para ti el tema de la plataforma, ¿es un sistema de estudio? ¿un sistema de evaluación? ¿que representa?

P. (54:31): O sea en estos momentos debiera ser y yo creo y me gusta la idea de que sea, una forma de estudio o sea más que un sistema de evaluación o sea tengo un trabajo de estudio, ahora si ello yo lo puedo usar en la sala, así como que sea más estandarizado que todos los profes lo pudieran usar en la sala y que no hubiera problemas después...

E. (54:56): Tú sientes por ejemplo que debería haber un problema.

P. (55:00): Porque, porque el discurso que es para un trabajo personalizado.

E. (55:05): Ah ya, el hecho que utilizas la plataforma. ¿Podría generar ruido tú dices?

P. (55:09): Sí, en la sala.

E. (55:14): ¿Puedes ser mas explicita? o sea que de verdad me interesa porque ese tipo de argumento son súper interesante para comprender ciertas cosas que ocurren en la sede

P. (55:20): Porque es expresamente lo que yo te digo, o sea el sistema SEDOL. El discurso es que es, un aprendizaje fuera de la sala de clase, eso es y que dentro de nuestra programación de aplicación del SEDOL, íbamos a tener uno sola clase donde pudiéramos llevar a los alumnos a la sala de computación y le enseñarles a trabajar con el sistema, es por eso, o sea fue como general fue como, fue una norma sin informar dentro de la sede entre nosotros, el cuerpo de profes de mate uno.

E. (56:15): O sea tu sientes que, ¿hay una libertad para utilizar la plataforma dentro de la sala de clase?

P. (56:19): Yo creo que, si hay cierta libertad, pero nosotros tenemos que estandarizar los conceptos, estandarizar, alinearnos, alinearnos en cuanto al trabajo.

E. (56:28): Ya perfecto.

P. (56:28): A mí me gusta mucho el tema de esto del SEDOL y me gusta los chiquillos que se motivan ¿ya? Incluso ellos mismos de repente dicen: "no lo escribiste mal, sipo si "teny"que presionar la raíz", ah se me olvido", ellos mismos empiezan a ayudarse, si lo hacemos dentro de la sala de clase, fabuloso están motivados y les gusta, pero no es no sería conveniente que yo hiciera otro profe no lo hicieran, porque se generan, se podría generar una fuerte de comparaciones, que no son buenas para nadie. "Como la profe tanto lo trabaja con los alumnos en la sala y nosotros no po profe", "no es que me dijeron otro, otro trabajo para ustedes". Es que bueno, pero profe, ese es lo fuerte de la comparación, no son buenas para nadie, ni para el alumno, ni para los profes, entonces ¿que es bueno?, que los profes se junten, que lleguen a acuerdos, ahora acuerdos comunes donde, donde queda establecido donde los señores puedan usar no se "poüna vez al mes ya...

E. (57:38): Y por ejemplo y bueno, te iba a hacer dos preguntas. Una ¿ese acuerdo podría ser que cada uno quede en libertad de utilizarlo como mejor?

P. (57:47): Yo creo que es lo mejor que…

E. (57:51): Que haya un cierto alineamiento básico pero que tenga libertad de ..

P. (57:54): Que tenga libertad de que el profe pueda usar, cuánto pueda usar, si es necesario o no, porque a lo mejor te toca un curso no se en informática donde los chiquillos puedan usar bien con la plataforma, donde a lo mejor si van a escribir la respuesta no lo hacen con la raíz, la respuesta no se le recibe y lo toman bien, pero si la escriben sin la raíz no cierto por la raíz por el Wiris, si lo pillan sin Wiris a lo mejor lo toman bien y esta óptimo y si lo escriben con Wiris también lo toman bien pero a ellos no les va a crear a ellos ningún mal entendido, en cambio a los mismos alumnos de matemática uno del área de mecánica, çhutaüno le dice: "trabaja con Wiris".. "profe ¿qué es Wiris? .. eso y se despliega las ventanas y empiezan a vigilar listo, "macanudo".

Si primero lo hacen con Wiris y si lo encuentran bien y después lo hacen con cinco y lo encuentran bien ahí, si al alumno de mecánica le creas no se cierta disconformidad. ¿cierto? ¿te fijas?, porque no tiene el mismo conocimiento de interés que el de informática

E. (59:05): Y por ejemplo: tu me acuerdo que el otro día en una clase trabajaste precisamente con una guía, eso genero un conflicto interno y primero ¿por qué razón lo hiciste? pensando en que cuando los estudiantes te lo preguntaron estabas un poco reacia de comentar y entonces después lo hiciste ¿hubo algún conflicto interno ahí? o fue.

P. (59:25): No, yo converso con los chiquillos, ese día no se fue un día x y al otro día me encontré con ellos y entonces me manifestaron que estaban complicados con el tema de los controles de SEDOL y que ellos querían que nosotros se lo tomáramos en clases, entonces yo le presente eso que te estoy diciendo, sabes que dije: "o así como que la verdad la verdad yo no debo hacer estos ejercicios en la clase", por el discurso que hay!, "pero profe necesitamos que nos ayude que nos oriente"que se yo, ya yo voy a pensar de aquí a mañana y algo voy hacer para que trabajemos ejercicios muy parecidos a los del SEDOL. Pero la idea mía era çhuta"lo mas fácil era proyectar un control con uno de los chiquillos y vamos haciéndolo, pero me creaba el conflicto de que se pudieran mal interpretar que yo estaba trabajando con SEDOL en la clase, entonces estaba viendo ejercicios de ecuación lineal empecé a elegir ejercicios que estuvieran en los controles y baje y baje nomas baje una prueba baje un control en algunos le puse las respuesta, en otros trate que saliera un gráfico, no sé, algo parecido y tirar para allá y eso fue lo que hicimos y quedaron tranquilos y quedaron conformes y estaban trabajando.

E. (01:01:09): Y tú te sentiste como que traicionaste algo o de alguna manera oh...

P. (01:01:12): Si, si yo sentí de que estaba cumpliendo con los chiquillos porque era necesario que lo hicieran, porque era petición de ellos y ellos, hay te tengo que contar otra cosa más y ellos de alguna forma han sido súper "partnerçon esto de la grabaciones, entonces de alguna manera los ayudaba, pero de otra forma como esto SEDOL, el discurso que es un trabajo fuera de la sala entonces çhuta"¿qué hago?. Ya pero filo o sea si bajo una guía y la hago en clase no le estoy haciendo el ejercicio, lo estoy ayudando, o sea.

T16: sobre las diferencias entre la plataforma y las tareas habituales

E. (01:01:54): Y aparte de seguir lo que tú hiciste, porque esa guía está basada en SEDOL esa guía o de ese ejercicio ¿tú crees que las preguntas de la plataforma y las preguntas de tu clase se parecen o son diferentes?

P. (01:02:09): Si, se parecen, se parecen claramente, o sea con otro contexto, si pero si se parecen mucho o sea incluso yo le subo un material de apoyo donde también hay preguntas contextualizadas y aparecen gráficos si, si se parecen bastante o sea pero si lo sacamos de ahí eso con la misma contextualización o muy parecida ahí yo les iba a generar más confianza y eso es lo que yo buscaba.

E. (01:02:42): Ya perfecto.

T17: sobre el trabajo con ARPA

P. (01:02:43): Ya ahora, porque ese curso ese era el único curso que tengo cuando empezó el tema de arpad tenia treinta cinco alumnos o veinticuatro y cuando le hable de que íbamos a grabar las clases en arpad, viste que ARPA se graba una clase y tanto. Clase normal

E. (01:03:08): Habla más fuerte.

P. (01:03:08): En el ARPA se graba una clase cada tres clases más o menos, o la aplicación del proyecto los alumnos vieron tres alumnos o cuatro alumnos entre ellos me vine, que no estaban dispuestos a ser grabados, que yo tenía la clase la pedían para estudiar. Esto fue antes cuando yo le mostré el proyecto a alguien y se lo presente que se yo, no se había hecho otra aplicación de algo que yo, porque son todos adultos la relaciones distintas que con la gente del día, entonces terminó esa clase y después hablaron en la salida conmigo, uno que se sienta siempre adelante me dice: "no profe, yo no quiero salir en la grabación, pánico escénico"llámalo como queray lo mismo me paso a mí y el otro chico que habla siempre uno crespito . No profe no, no porque o sea si usted me pregunta que quiere participar no así nomas, no y no de plano y había en ese curso una niña gordita muy gordita, a todo esto te tengo que decir que estas más delgado, muy gordita y ella no quería ser grabada porque ya, por su físico. Bueno, después al comienzo empecé a hablar por separado y les dije que estoy que se yo que no porque no vas y que después esto va a ser grabado normal que fuera nomas a la clase y yo me las iba a arreglar de instalarla a ella en lugar donde no apareciera

E. (01:04:56): Claro para que no apareciera dentro de la grabación

P. (01:05:00): Y no y no y fue a clase igual no y no nunca viene llega la primera aplicación de arpad y esta niña no viene, no aparece, no apareció que iba a ser grabada no se apareció mas y a los demás a todos me los gane.

E. (01:05:27): ¿Se perdió una por la grabación?

P. (01:05:29): No lo sé, después yo expuse esta situación y me dijeron: no que fue coincidencia, puede ser, puede ser pero yo no puedo decir claro.

E. (01:05:41): A propósito del ARPA, nosotros conversamos el otro día, pero no quedo grabado y esto se podría decir si queda grabado, ¿Tú hiciste una actividad con el ARPA en función lineal? ¿cierto?

P. (01:05:55): Si, si

E. (01:05:55): La primera clase. ¿Qué te pareció? te gusto o no

P. (01:06:09): Me gusto la motivación de los chiquillos, los chiquillos se motivaron lo encontraron simpático, entendieron el ejercicio, pero paso lo que yo te dije que iba a pasar, yo dije que iba a pasar el tema de la grafica de los últimos dos minutos. Hay perdón, perdón

E. (01:06:39): Si no hay problema.

P. (01:06:45): Yo dije que haber me acuerdo que era así, así.

E. (01:06:50): Para arriba y así.

P. (01:06:50): Así, así hasta ahí.

E. (01:06:52): El último era así plano, este era los catorce me lo aprendí de memoria.

P. (01:07:00): Ya ahora, lo que pasa es que la letra M que se yo, llenar las dos barritas y después ya el tema es que aquí venia una pendiente después venia otra eran dos pendientes aquí y después venia una constante entonces yo conozco a mi alumnos ¿ya? y yo decía no "po"si yo le enseño gráfico a los chiquillos yo le enseño yo necesito que ellos interpreten el gráfico y si bien es cierto la respuesta era la letra M ¿ya? la letra M se llena aquí ahí nomas entonces este segmentó decía yo cuando yo argumente, el porqué no quería ocupar ese gráfico le va a producir cierto confusión a los chiquillos, porque para a donde se van esos dos minutos de agua que está corriendo, si dice en el enunciado dice llenado y sigue corriendo el agua a ¿donde se va? entonces yo presente esa situación me dijeron no que no, que incluso los mismos colegas de física me argumentaron de que no importaba y no es que si importa! porque yo aquí el gráfico que leen mis alumnos, leen que todo este gráfico es el tiempo de llenado para esa letra y no es verdad también me leí el alumno que durante que necesito catorce minutos para llenarse el vaso. Si, estos dos minutos no cierto le va a producir cierto descontento, entonces que hice: como la letra M tenía dos orificios lleve este gráfico y lleve el otro gráfico sin lugar entonces si se me complicaba mucho

E. (01:08:50): Entonces le pusiste una modificación ¿Y se acepto? o ¿no?

P. (01:08:52): No se al principio no estaba y después estaba el gráfico, no se qué va a significar no sé si era para dejarme callada o que!, el tema es que yo cuando lo aplique saque este gráfico y imprimí el nuevo también sin el segmento y después el cuadriculado y pasó de que necesite que cambie a dos grupos el gráfico no le, primero le pase este y les hizo ruido ese segmento, entonces después le dije yo olvídate de este gráfico te voy a pasar este otro y le pase el otro si en esa barra ...ªh profe ahí si !con la M ahí si po en la M si po"¿te fijas? ʒa entonces yo le decía ya volvamos al anterior": si M tiene este orificio y el otro ¿qué significa? ah que se está saliendo por acá ! o sea recién ahí pusieron atención a los dos minutos de vaciado de agua. ¿Te fijas?, pero claramente si el enunciado decía que en ese tiempo que si se hablaba de un llenado ahí estaba lleno

E. (01:10:09): Y lo otro que te quería preguntar: ¿cómo tu clase se dividió como en tres momentos tu al principio comenzaste con alguna definiciones? ¿paraste?

P. (01:10:21): Fue caótica esa clase

E. (01:10:21): Si, aplicaste Arpad y después continuaste con lo otro

P. (01:10:50): Si porque, yo te voy a explicar, esa clase siempre fue para aplicar Arpad algo de la ..déjame recibir un trabajo chico ."¿Mañana vienes pino ? si, ¿si ? ya yo te voy a firmar este cuaderno ¿ya? y tu mañana me, mañana vamos a subir la nota tuya ¿te parece ? ya! colocaste ¿todo? si. falta las rectas la tangente y la normal no la dibujaste ¿ya? son parábolas ya me va a cambiar eso para mañana ya! y mañana esto lo vemos con la prueba te parece?ƨa así que tranquilo váyase y termine bien los ejercicios. A las 5 tenemos la reunión,

E. (01:11:43): Si, iban a ir los doctores..

P. (01:11:4): Ese día como estabas tú yo tenía que ver funciones, empecé a ver funciones histérica, porque sabía que al otro rato iba a llegar la otra persona con la cámara, por eso te dije ahhh.....

E. (01:11:58): ¿Ellos producen en esa hora de llegada o ustedes lo coordinaron?

P. (01:12:02): Nosotros lo coordinamos.

E. (01:12:04): O sea ¿podría haber llegado antes?

P. (01:12:06): Sí.

E. (01:12:06): O después?

P. (01:12:07): Con mis alumnos, no iban a llegar todos antes.

E. (01:12:10): E era por. Ya.

P. (01:12:12): Mi alumnos no, o sea la mayoría del curso los tengo como siempre a las siete, siete y cuarto porque todo vienen así del trabajo, me sé la historias de varios. Varios muchos trabajan por aquí cerca y salen a las seis y media, entre que se duchen y que se vienen algunos llegan aquí después de la seis y media, entonces yo sabía que mi curso tenía que empezar el arpad a la siete y la coordinamos para que empezara a la siete y no empezó a la siete ya igual cuando llego que se yo vi que llego la niña que se yo encendió el arpad y después de terminar el arpad, como se demoro como una hora diez me quedo tiempo y seguí con funciones y ¿por qué?, por el mismo tema o sea como tú estabas grabando la clase de funciones y yo además de esa misma clase hay que hacer el arpad, tenía que hacerlo nomas, además estoy atrasada con ese curso por todo lo que no ha tocado hacer o sea con ese curso me ha tocado, el arpad que llevaba tres sesiones y me quedan dos mas entonces se me atrasa a mí con mi materia

E. (01:13:26): Si, pero, ¿hicieron las actividades con las unidades que se está trabajando?

P. (01:13:29): No, no primera vez que coincidía y como coincidía me ayudo el tema me sirvió no, además que antes algo de gráfico habíamos visto con los chiquillos y por eso no podían interpretar un poco más y después en ese mismo horario, ese mismo día nos pasamos en el horario y llega Luis Muñoz que es el profe de especialidad. Entonces de alguna forma fue la primera clase fue una clase súper exigida súper... Los chiquillos lo resintieron y yo le resentí y todos los resintieron ¿te fijas?, una clase muy sobre exigida

E. (01:14:12): Y, por ejemplo: alguna vez pensaste en articular. Por ejemplo: porque termino el arpad la niña se fue de grabar y tu continuaste con lo de funciones una vez, ¿pensaste en retomar el problema? o sea seguir con el problema e ir definiendo los conceptos en función del programa

P. (01:14:35): He, si lo pensé, pero ya había expuesto un orden no quería así que perder el orden mas no había entrado bien en la definición de la función lineal, en ese momento había estado yo solo en la definición me parece, no habíamos graficado, no habíamos tabulado

E. (01:14:54): Y para ti el orden natural seria, ¿definir? ¿y después hacer un problema? o ..

P. (01:14:58): No, no en realidad, pasando la materia a medida que se vayan dando la situación, pero no era , yo no vi no vi un orden, no, vi como eran tres instantes como tú lo apreciaste, un capitulo viene arpad y otro capítulo y trate de explotar los tres capítulos y trate de cumplir con los tres ..

E. (01:15:34): Exigencias...

P. (01:15:35): Minie sesiones y pienso de que no fue tan bueno

E. (01:15:46): ¿Lo sientes como una imposición al final?

P. (01:15:47): No, no ¡ah sí!, de repente hay cosas que no deben ser ponte viene un ARPA que no se dé que se trata ese taller que me gustaría tener la facilidad de decir que si no quiero aplicarlo o no quiero aplicarlo.

E. (01:16:07): ¿Usted si tuviera la oportunidad lo aplicaría?

P. (01:16:10): Si, si el ejercicio me sirviera para seguir avanzando con mi materia lo aplico claramente, pero si fuera algo descontextualizado como paso con los ejercicios no lo aplicaría definitivamente

E. (01:16:27): Pero tú a que ..

P. (01:16:28): A no te digo que, que no lo aplicaría no si estuviera descontextualizado, o sea si me sirviera te creo seguiría avanzando. Si porque piensa, yo tenía fijado la prueba de funciones antes, antes no se para un fecha X, después la cambie para el diecinueve y ahora me vi que puedo sacar provecho y avance la adelante un poco al quince ya y los chiquillos no me han reclamado, cuando se den cuenta si me reclaman ya la vuelvo al diecinueve y si no me reclaman la voy a aplicar el quince. ¿por qué?, porque en esta prueba...

E. (01:17:06): ¿El jueves 15?

P. (01:17:09): Porque, porque ya vi la materia, estamos por la materia veo que los chiquillos hicieron los controles, hoy día entramos en cuadrática vamos a tener otra clase de cuadrática los voy a presionar un poco con los controles cosa de que sigan estudiando y puedan dar una prueba de funciones, porque después me quedan las funciones exponenciales las logarítmicas trigonometría y números complejos y este curso termina el siete de julio entonces üps"

E. (01:17:42): Esta complicada la cosa.

P. (01:17:42): Claro.

T18: sobre las mejoraras del trabajo con la plataforma

E. (01:17:45): Yo creo que ya terminemos. La última pregunta ¿Si tu pudieses proponer algo para que el trabajo de la plataforma fuese mejor? ¿qué propondrías?

P. (01:17:58): Ah fácil pues esa, es a ver, con que.

E. (01:18:03): Por ejemplo tú has seguido a los profesores a acompañar a los profesores en la implementación de SEDOL, si tu tuvieses que proponer algo para que los profesores lo integren mejor ¿cuál sería el consejo ? ¿qué harías.

P. (01:18:15): Mira yo no sé, no me he metido más, más profundo en la plataforma pero de la misma forma que los chiquillos hacen los controles y claro y aparecen en el calificador con porcentaje a lo mejor a ese mismo porcentaje que apareciera asignado no eliminar porcentaje si no que se le apareciera asignada un promedio en notas.

E. (01:18:42): Ya

P. (01:18:42): Primera cosa, después que o sea nosotros tenemos estipulado como diez controles ¿no cierto? ¿ya? que al final de los diez controles aparezcan el promedio de todos los anteriores y que internamente eso si fuera el ultimo 20 % que el profe en la fecha que el profe los suba.

E. (01:19:05): Automático

P. (01:19:05): Un poco si!, automático y ahí dejamos de manejar y dejamos de crear ese conflicto que podría existir, "no que yo no quiero sacar el promedio con los ocho mejoresno es que yo quiero sacar el promedio con los seis.º "no yo quiero sacar los diez", porque en estos momentos estamos en esa y hay motivos para pensar de que los profesores podrían pedir, tienen argumento para pedir un profe A y B es decir no es que yo, yo quiero subir el ultimo 20 % con el promedio de ocho controles nomas, "que porque el primer control no estaba en el aula", "que estaba cargada a una asistencia que no era"porque era otra, entonces los alumnos no se podían meter, "que yo no estaba informada", porque tengo un solo turno me estoy acordando de todos los momentos cuando estaba en el día, que yo no estoy informada porque tengo un solo curso y llego aquí al día lunes y el día miércoles a la ocho y media no veo a nadie que me pueda ayudar o aunque, aunque ponte tu me llaman o sea me envían correo o yo les digo por "whatsapp", más menos como se tiene que comportar en la plataforma.. "profe me dice", "que el alumno digito tanto que no le da".. .ª pero mira que presione Wiris", "Wiris es la raíz en amarillo que esta ahí, que presione ahí".. ah! ¿es una atención personalizada el whatsapp?. ¿Te fijas? y se puede, si eso se hace, nosotros lo hacemos pero yo lo hago con los chiquillos incluso la Claudia me dice: .^{es}o no tiene nada que ver que cuando hay reunión".

E. (01:20:47): Y te hago otra pregunta, esta sí que es la ultima. Por ejemplo tú sientes ¿Que tú predisposición al proyecto sería distinto si no hubieses trabajado en el diseño?

P. (01:21:04): No, no.

E. (01:21:08): No, o sea por ejemplo, es un impacto a ti como profesora el hecho de haber participado como diseñadora

P. (01:21:14): Claramente sí, porque cuando, cuando yo cree, cuando yo diseñe los ejercicios los diseñe pensando en lo que podían hacer y lo que no podían hacer mis alumnos,

¿en que les podía crear o no?, dificultades por ese motivo cuando tomemos la reunión allá en donde Mario a allá en la casa central.

E. (01:21:46): Sí.

P. (01:21:46): Habían una polémica importante que decía que, para que definir tal y tal concepto y después ahí se acordó que mejor hay que definirlo ya y después volvíamos a hacer otro ejercicio pero no definamos esto porque es muy básico bueno en qué quedamos, ¿lo definimos o no definimos? o sea hay una contradicción en lo que están diciendo me acuerdo que esa era la gran polémica, entonces el hecho de participar en el diseño me dio la oportunidad de definir conceptos que yo se que el alumno va a necesitar para desarrollar tal o cual ejercicio.

E. (01:22:29): Ya.

P. (01:22:30): Porque por experiencia se que no sabe o sea costo total, no se utilidad entonces te fijas enseñar aplicar algunos conceptos, distancia "pero profe.en el sistema kps, pero y ¿cuál es? ya la distancia en el sistema kps sistema en metros o kilómetros. Ya voy ya voy. tengo clase con ella, entonces...

E. (01:23:00): Y vas a la reunión?

P. (01:23:02) A la cinco la reunión, tengo clase con ellos los dejare con un trabajo, entonces el haber trabajado como diseñadora si me dio la oportunidad de crear ejercicios como a mí me gustan con información que yo quiero que no se si será la misma información que los otros profes tienen. pero mis alumnos la necesitaban según yo.

E. (01:23:24): Perfecto, ya muchas gracias por tu tiempo.

P. (01:23:29): Ya, nos vemos entonces.

C.4. Profesora C

E. (00:00):Ya mira esta entrevista consta de tres partes: primero una parte que está relacionado con las preguntas que tú desarrollaste en la plataforma específicamente tú. Otra parte como una visión global de todas las preguntas de las plataformas de funciones polinómicas. Y la tercera sobre la utilización de la plataforma en este caso en tus clases, pero también en… solo funciones polinómicas para centrarnos en la discusión como en los objetos.

E. (00:38): Tú en la plataforma trabajaste con tres preguntas que son de costos en función del tiempo ¿cierto? te acuerdas.

P. (00:47): Si.

C.4.1. Parte 1: sobre las preguntas programadas por el entrevistador

T1: sobre el contexto elegido

E. (00:50): T1: Sobre el contexto ¿te acuerdas?

P. (00:54): Principalmente pensé en el objeto matemático que quería mostrar, porque una modelación de ese tipo me permitía mostrar el gráfico de intersección de gráficos, analizar ciertos dominios dependiendo de la contextualización y el contexto surgió después del objeto.

E. (01:14): Entonces tú elegiste primero el objeto.

P. (01:15): Si.

E. (01:16): Y después…

P. (01:18): Claro, porque ahí podía ver muchas propiedades de las funciones, entonces por eso elegí esas situaciones.

T2: sobre la función

E. (01:25): T2: Ya, bueno. La segunda pregunta, esta como que ya la respondiste, pero la segunda pregunta es sobre la función entonces…

P. (01:37): Funciones lineales, si.

E. (01:39): Pero tú elegiste entonces primero las funciones lineales, después el contexto, no fue al revés.

P. (01:46): O sea es que va como de la mano, porque quería hacer una especie como de modelamiento sencillo, simple y una traducción que podía servir desde el lenguaje natural al lenguaje algebraico o al gráfico. Entonces como que era una situación que acomodaba, de ahí daba lo mismo si le ponían que eran las horas de arriendo o compras o lo que fuese.

T3: sobre los parámetros aleatorizados

E. (02:09): Ya perfecto, y sobre los parámetros aleatorizados o sea por ejemplo aquí está el algoritmo que tu desarrollaste ¿cómo elegiste por ejemplo los intervalos los que aparecían los números? ¿te acuerdas?

P. (02:28): Si, lo hice pensando en que al ser ese de dos restas que siempre se intersectaban, lo hice pensando en que las pendientes permitiesen a las características del gráfico que al observar simplemente se pudieran mirar bien el punto.

E. (02:47): Ya.

P. (02:49): Ya, y también lo hice pensando en factores enteros no en valores estimativos.

E. (02:56): Ya.

P. (02:57): Okey, entonces de manera que resultara para algunos como que se cumplieran los objetivos, pero más allá de como las limitaciones técnicas que podría tener el suma de gráficos, que se yo o la escala, entonces pensé en la escala también que le estaba dando al gráfico y eso como que estaba un poco acotado a ciertas restricciones pensando, o sea modelado matemáticamente más allá que desde la programación, porque uno puede encontrar variables desde la matemática del problema o desde el Wiris desde software si es que te manejas bien en la programación.

T4: sobre el alto, ancho y centro del gráfico

E. (03:37): Ya, y por ejemplo con respecto a los mismos gráficos aquí está la programación de tu gráfico, tu elegiste un cierto punto, un cierto ancho y un cierto alto.

P. (03:55): Claro.

E. (03:56): ¿Cómo lo elegiste?

P. (03:57): Lo elegí porque en ese minuto era uno de los primeros ejercicios, entonces era para mí más fácil como dejar fija la ventana más menos y acotar desde la matemática la función, para que siempre se moviera o se pudiera ver lo que yo preguntaba en esos rangos.

E. (04:12): Ya.

P. (04:13): O sea después aprendí que uno puede variar todo en el fondo.

E. (04:16): Ah ya, entonces en este caso sería por un tema de un principio de aprendizaje de programación, dijiste ya yo voy a fijar este y a partir de eso voy a trabajar.

P. (04:28): Claro, bueno pensando en el objetivo de la pregunta, o sea yo lo vi en dos caminos o sea yo puedo dejar aquí todas las variables así muy aleatorias, pero tengo que meterle un montón de variables a la programación para que el gráfico sea funcional para que cumpla el objetivo o simplemente como que me acomodo un poco los valores en que varían las constantes para que todo esté dentro de ese gráfico. Yo en ese igual me ha dado un numero bastante bueno de combinaciones.

E. (05:04): Ya entonces por ejemplo acá en la condición que tú pusiste de la función tú pediste que claro que este número y este número fuesen distintos.

P. (05:16): Sí.

E. (05:19): Y tú por ejemplo antes me dijiste que la idea era que se pudiese visualizar el punto, y por ejemplo supongamos que el A y B tengan diferencias de 1 y el C y el D tengan diferencia de 1 entonces que estén como.

P. (05:35): Muy juntitos.

E. (05:36): Muy juntitos eso se podría ver, o sea en ese momento lo pensaste de esa manera o ¿no?

P. (05:44): Si, si, si, lo pensé, pero siempre son distintos, claro, pero se daba en todos los casos porque la probé varias veces, entonces en algunos podían verse juntos, pero siempre se notaba el punto.

E. (06:07): Ya perfecto.

P. (06:11): Si, de hecho, probé con varios rangos para evitar también situaciones como las que tú me estay diciendo.

T5: sobre las dificultades al programar

E. (06:19): Y en la programación, ¿cuáles son las principales dificultades que tu tuviste, recuerdas cuales fueron las principales dificultades que tu tuviste para programar la pregunta? O sea, cuando enfrentabas problemas de hacer la pregunta que tu querías hacer algo al final lo cambiaste o cualquier cosa por el estilo.

P. (06:46): No, es que es sencillo, lo que más me costó fue ajustar como centrar el gráfico al principio, ahí como que tuve que probar varias veces, pero si te fijas en la programación es sencilla y en general las programaciones que yo hago son sencillas, porque están pensadas así.

T6: sobre las unidades de medida

E. (07:01): Ya, y lo otro que te quería preguntar por las unidades de medida, tú por ejemplo trabajaste con... en el gráfico, en el gráfico trabajaste las respuestas bueno en no en el intervalo por ejemplo acá, pedí como observación que la respuesta no se debe indicar las unidades de tiempo, la no utilización de las unidades por una razón particular.

P. (07:37): Era el acuerdo que habíamos tomamos en La Serena, de no ingresar las unidades de medida. E. (07:44): Eso pensando en las posibles dificultades para estudiantes o las dificultades de programación te acuerdas?

P. (07:53): No recuerdo bien, parece que eran ambas.

E. (07:58): Ya.

P. (08:01): Parece que eran ambas.

E. (08:02): Y lo otro que es un detalle, que tú en este caso utilizaste por ejemplo para las unidades de tiempo, no utilizaste la variación sino utilizaste horas nomas, eso tú crees, es que por ejemplo podría generar alguna dificultad cuando los estudiantes trabajan con unidades no sé con sistema internacional, por ejemplo.

P. (08:27): No, no creo porque es como en el fondo que se vea que, a mí me gusta que los estudiantes entiendan que el lenguaje natural o el lenguaje algebraico gráfico me dice lo mismo, entonces no lo veo relevante.

C.4.2. Parte 2: sobre el conjunto de preguntas

T7: sobre el rol de los contextos

E. (08:45): Ya perfecto, ya mira esas preguntas eran con respecto a tus a las preguntas que tu creaste en funciones, pero ahora mirando más el conjunto de problemas de funciones polinómicas ¿cuáles para ti el rol de los contextos de los problemas matemáticos? ¿es importante? ¿no importante?

P. (09:12): Hoy en día es importante.

E. (09:18): Pero, o sea por ejemplo importante ¿por qué? ¿cuáles es la importancia que tú le ves a eso?

P. (09:27): Se supone que una matemática está más contextualizada, es más cercana a los estudiantes y que podría elaborar el aprendizaje que perdure en el tiempo, dependiendo obviamente de la metodología que yo utilizo para lograr eso aprendizajes, entonces el contexto yo creo que ayuda.

T8: sobre la justificación de los contextos

E (09:57): Mira por ejemplo en el conjunto de preguntas de la plataforma, a bueno, por ejemplo, tú crees que es importante que los contextos sean justificables, me explico, tu presentas un fenómeno que se modela matemáticamente y hay fenómenos que, por ejemplo, acá donde tú puedes decir: el costo variable es un valor, el costo fijo es otro valor entonces la manera de calcular el costo total mediante la función afín ¿cierto? porque el costo variable multiplicado por la cantidad de tiempo en este caso más el costo fijo, entonces tu puedes tu construir el modelo matemático basado en eso, ¿es importante tener ese tipo de justificaciones? O por ejemplo da lo mismo y tu podrías presentar un modelo matemático de un fenómeno que no necesariamente sea justificable. No sé si entiende la pregunta.

P. (11:06): ¿Qué no tenga el contexto?

E (11:07): No, que tenga contexto, siempre con contexto, pero por ejemplo tú dices ya tal fenómeno modela por esta función y no hay manera de justificar eso, da lo mismo ¿o no?

P. (11:21): Tiene que haber una manera de justificarlo si no ¿cómo?

E. (11:24): Que por ejemplo en la plataforma hay varios problemas que no se, por ejemplo, la ganancia de una empresa que se está dando la función cuadrática y si uno se pregunta si eso se puede justificar o sea de donde aparece ese modelo.

P. (11:42): Si, yo creo que sí, se puede, pero hay que tener cuidado ya porque a veces surgen problemas de ese tipo que no puedes, que la función que tú propones que modela un costo, un ingreso no tiene nada que ver con la realidad y eso podría ser confuso.

E. (12:04): Ya y de hecho tú recuerdas en la plataforma que hay algún problema de ese tipo.

P. (12:10): Si, hay un problema por ejemplo que matemáticamente funciona bien, porque son pasos algebraicos simple que te piden, te da un modelo en donde creo que los costos de las galletas están en función de una variable que es cuadrática y después aparece otra función, en donde habla de un $p(x)$ o un $p(h)$ y después te dice que el ingreso está sujeta a esa función por el producto de x, entonces ahí como que ahí no entiendo bien, no sé si te ubicas en la pregunta que estoy pensando, no entiendo porque en el fondo como que la variable x en este caso tenía entendido que podría ser como estar asociado a una unidad y después lo mezclas con la cantidad, que es la misma entonces, como no sé porque el producto por x, no le encuentro contexto a eso y ,eso va a confundir a los alumnos, entonces por eso yo dije mira si tú lo haces funciona y ya , pero no le he encontrado la explicación a porque reutiliza la misma variables como definiéndola de dos maneras distintas no sé si eso está bien.

T9: sobre la concentración de tareas

E. (13:32): Ya perfecto, en el conjunto de problemas de plataforma sobre funciones polinómicas en tanto función lineal o sea función afín como función cuadrática, cerca del 60 % del total de todas las preguntas es de imagen y pre-imagen y el resto por ejemplo no se el vértice, la pendiente hay una o por ejemplo calcular la intersección entre dos funciones hay dos por ahí, entonces todas las demás muy pocas en relación a esa. Primero ¿qué opinas de eso? ¿Está bien? ¿da lo mismo?

P. (14:24): No, se podría haber equilibrado un poco mejor creo yo, ahora cuando tu estas contextualizando generalmente quieres como un resultado que sea probable o medible, entonces vez que surge una cantidad gigante de preguntas que van a imagen y pre imagen a buscar un punto o un valor específico.

E. (14:50): Es como tú dices, la pregunta más natural.

P. (14:52): Puede ser, si, puede ser.

T10: Sobre los números utilizados

E. (14:58): Y, por ejemplo, en el caso de ¡ahora ya!, está el contexto esta la función que aparece en cada una de estas preguntas y están los números que componen las funciones o las preguntas o las respuestas, tú crees que el tipo de número utilizado influye en el trabajo de los estudiantes, por ejemplo, enteros, decimales, fracciones...

P. (15:28) Si.

E. (15:30) Y pensando en el caso del diseño deberían aparecer todos o deberían concentrarse en alguno en particular.

P. (15:43): No, faltan ejercicios con fracciones creo yo, con pendientes fraccionarias.

E. (15:50): Claro, porque de hecho precisamente en el conjunto de los problemas de la plataforma, de las seis situaciones analizadas, cinco son con números enteros y solo uno con decimales entonces tú crees eso de alguna manera...

P. (16:10): Yo creo que eso está condicionado a la manera en cómo se proponen en que se levanten las situaciones, porque si tú me dices hace una situación específica para modelar, por ejemplo, un problema como determinado, es decir, le voy a sacar solamente una pregunta encuentre la relación lineal, por ejemplo, no se te pongo un caso que nos llegó de diseño instruccional que era un modelo parecido a los problemas que nosotros hacemos, pero era de encontrar la relación de Celsius a Fahrenheit por ejemplo.

E. (16:41): Ah sí, si conozco ese problema.

P. (16:42): Entonces la pendiente es 5/9 y de verdad que a los alumnos les costó un mundo porque como que se mal acostumbraron a que las pendientes iban a ser números enteros y esas cosas. Entonces claro a lo mejor con un modelo de ese tipo uno puede encontrar la relación lineal y también se podría hacer una pregunta de imagen y pre imagen, pero ya de ahí una intersección o habría que entrar a estimar y esas cosas.

E. (17:11): De hecho, eso te iba a preguntar precisamente con respecto a la estimación, tú me dijiste en tus problemas tú habías elegido para que fuesen números enteros ¿cierto?

P. (17:19): Al principio si, ya después logaritmos y exponenciales no podrían hacerlo.

E. (17:21): Ya entonces, por ejemplo, bueno en los exponenciales y logaritmos no se pueden por la naturaleza de las funciones y después sabiendo que pudiste hacer eso en las otras funciones repensarías el problema inicial o lo seguirás dejando como un número entero, las soluciones.

P. (17:48): No, no, lo dejaría así nomás.

T11: sobre las preguntas de estimación

E. (17:51): Como están, tú prefieres que sean como una lectura exacta sobre el gráfico más que una lectura estimada.

P. (17:58): Si, siempre, siempre es preferible de hecho es como una discusión que siempre sale con los alumnos porque estimé bien, estimé mal, que es una buena estimación más menos cinco, más menos 100 más menos 500, no sé, supongamos un ingeniero de sonido por ejemplo pero profe yo trabajo con valores precisos yo no puedo estimar porque si estimo una nota musical me puede hacer un armónico, no sé, ese es su argumento entonces no sé, si pero también hay valores que se estiman en ciertos contextos entonces hay que aprender a leer los gráficos que es lo que yo le dije, pero sí creo que las preguntas de estimación tienen que funcionar muy bien y hay que poner mucha atención y tiene que estar muy probada y por ultimo colocar en la en la observación los rangos que van a hacer de más menos tantos, no sé porque si no andamos un poco perdido.

E. (18:57): Pero, por ejemplo, tú crees que con la observación agregar la observación ya se haría la diferencia o es necesario que haya una lectura exacta de los gráficos.

P. (19:09): O sea siempre prefiero una lectura exacta siempre, siempre, sobre todo acá en este porque estos alumnos están como reaprendiendo la matemática pasando por un proceso escolar al menos en la realidad de renca de INACAP de renca, es casi como que si nunca hubiesen tenido matemática y eso es lo que dicen todos los indicadores de diagnóstico y esa es nuestra realidad de algunos. Entonces ellos están aprendiendo, entonces, por lo tanto, que mientras el problema más ordenadito es, es mejor y la estimación los tienden a confundir bastante.

E. (19:47): Ya entonces por ejemplo si lo pensamos de una manera global la incorporación de fracciones o decimales, la incorporación de estimación generaría más dificultades que ayuda, por ejemplo, o sea o que...

P. (20:07): Sí, el gráfico genera dificultades.

T12: sobre los tipos de números

E (20:09): Pero esa dificultad nos podría ser una fuente de por ejemplo de aprendizaje en el sentido de desafiar por lo mismo que tú me explicas del problema de Fahrenheit y de Celsius, ¿podría ser? ¿O no?

P. (20:28): Si y no, porque la plataforma tiene un grado de como complemento a las clases entonces estamos también frente a varios temas de que los chicos principalmente como el tiempo que disponen para estudiar sobre todo los alumnos vespertinos ellos trabajan todo el día y en la noche entonces finalmente es un factor de frustración cuando algo no les resulta, cuando lo intentan varias veces y cuando siente que estuvieron cerca pero que anotaron mal es tiempo perdido y tiempo gastado les duele mucho o sea les afecta bastante entonces. . .

E. (21:19): Termino emocional.

P. (21:19): Por eso te digo yo o sea mientras más claro, y especifico y simple son las cosas yo creo que funciona mejor.

E. (21:28): Ya, pero tú ya estás pensando básicamente en el tipo de estudiante o que otro contexto podría funcionar.

P. (21:35): Pero no tiene que ser para los estudiantes, yo no lo hago por mí siempre tengo pensar en mis estudiantes, incluso de hecho hicimos un reporte con Waldo y específicamente yo entreviste a los alumnos que no entraban a la plataforma y claro factores de tiempo algunos no tienen computador, otros no tienen internet, por ejemplo, yo atribuyo voy principalmente, dije a estos cabros son flojos pensé en un principio pero resulta que después empiezo a preguntar uno por uno los que te dicen que son flojos por lo menos dos de diez, no profe fue por flojo, otro fue porque trabajo todo el día de lunes a sábado de lunes a domingo no sé, y les complica les complica el acceso a la tecnología para poder responder eso, no la tienen, entonces muchos terminan utilizando el celular, la versión que tenemos para el celular también es muy poco amigable, cuesta bastante, entonces si además le ponemos otros factores que complican más las cosas, como por ejemplo: Estima bien casi como en el fondo como que son muy pocos los que le achuntan a la primera que como al segundo o al tercer intento tal vez logran entender te fijas, pero cuando tienes alumnos que tienen tiempo acotado de estudio eso a ellos les duele harto y les afecta.

C.4.3. Parte 3: sobre la utilización de la plataforma

T13: sobre roles del entrevistado en el proyecto

E. (23:09): Mmm ya. Ya, ahora con respecto al tema de la utilización de la plataforma sobre roles del entrevistado en el proyecto

P. (23:19): Roles, roles bueno programamos, revisamos, aprendimos o entender hemos hecho un poco de todo.

E. (23:29): ¿Y ahora este semestre?

P. (23:31): Este semestre estamos en la fase como de expansión, de invitar a más profesores a que resuelvan los problemas, y eso como una etapa como evangelizadora diría yo de que realmente es efectivo o sea tienen buenos resultados, y eso hay que hacerlo saber cachai hay que ayudar, apoyar, a resolver problemas chicos de repente. Muchas veces uno actúa como barrera de contención diga a los alumnos oye mira esto esta malo y levanta el reglamento al profesor, a ver para, para un poco oye, pero si les pusiste una O y era un cero, a si profe, tiene razón.

E. (24:18): Te ha tocado ese tipo de problemas.

P. (24:20): Si, si, ahí estamos siempre y apoyando igual apoyando a todos creo son muchas secciones de matemática uno que están utilizando esto al menos en renca, entonces de repente bueno nosotros tenemos grupo de profesores que trabajan, que somos como sus tutores, pero aun así respondemos si yo en la noche veo a un profesor y me pregunta no hay problema.

E. (24:44): Eso te iba a preguntar tú entonces estas a cargo como de tutor o acompañante de un grupo de profesores.

P. (24:52): Claro.

T14: sobre el rol de acompañante de tutores y profesores

E. (24:53): Y que significa eso específicamente que ¿cuáles ha sido tu tarea específica con ello durante el semestre?

P. (25:02): Eh bueno, eso de ir apoyando en el proceso de las fechas, por ejemplo, recordarles que deben abrir y cerrar los cuestionarios en el periodo acordado entre todo que fue dejar los cuestionarios abiertos entre cada prueba.

E. (25:16): Y ellos lo hacen.

P. (25:17): Sipo, les enseñamos a usar temporizador y todas esas cosas, por ejemplo. Ver también en un principio nos costó un mucho empezar, porque tuvimos problemas técnicos con el ingreso a la ventana, entonces eso nos hizo partir bien mal diría yo, entonces hubo harto trabajo para tratar estandarizar esto a partir ya de la tercera o cuarta evaluación que fue como claro más una ecuación como que la expresión algebraica se nos desfaso un poquito, te fijas, entonces ahí hubo harto trabajo, y estamos mirando reportes también y esas cosas viendo monitoreando un poco (E: Podi hablar un poquito más fuerte) los ingresos que están haciendo los chiquillos y esas cosas.

T15: sobre la cantidad de profesores que se acompañan

E. (26:06): ¿Cuántos profesores estas siguiendo tú?

P. (26:10): La Carolina, el Sergio Troncoso, el Pablo Matucci y la Graciela, son cuatro.

E. (26:17): Son cuatro profesores y ¿cuántas secciones más o menos?

P. (26:22): Son varias, siete, eh 10, son como 20.

E. (26:25): 20 cursos, para eso cuatro profesores.

P. (26:27): Si, entre todos, incluido yo.

E. (26:29): Y, por ejemplo, primero, tú en particular, tú como profe, ¿de qué manera tu utilizas la plataforma?, o sea, utilizas la plataforma en la clase de alguna manera, ya sea nombrándola o trabajando problemas específicos en la plataforma en la clase.

P. (26:56): Si, ambas, la plataforma también o sea de una u otra manera igual condicionan los. . . tanto los énfasis a ciertos contenidos que tú le podrías dar a una determinada, a una determinada unidad de aprendizaje y por lo tanto tienes que prestar atención a los problemas que están ahí o sea en primer lugar la primera tarea como profe implementar de como son los problemas saber lo que está trabajando y a partir de ahí también, los ejemplos son buenos entonces de repente uno toma uno acá o un enunciado o uno similar y tampoco es tan nuevo está escrito acá no es nuevo, pero la matemática o estas contextualización se han usado siempre, entonces claro si tú me preguntas tu punto de vista de cómo mirando las dos cosas. También ahí se ha dado el caso que los chiquillos "pero profe esta pregunta" el cable al proyector y analicemos la pregunta.

T16: sobre las diferencias entre la plataforma y las tareas habituales

E. (28:16): Y, por ejemplo, si tú compararas los problemas que aparecen en la plataforma versus los problemas que tú trabajas en clases hay mucha diferencia.

P. (28:22): No.

E. (28:22): Y, por ejemplo, tú trabajas harto con problemas no contextualizados o no tanto.

P. (28:31): Matemática aplicada, debemos trabajar en esta, en esta línea.

E. (28:41): Pero, por ejemplo, tú, en tu caso particular tu más que ¿trabajas con problemas no contextualizados en la clase?

P. (28:54): Muy poco, hoy en día muy poco.

E. (29:02): Pero ¿a que te refieres con hoy en día? ¿cuál sería la razón?

P. (29:04): Los cambios que hemos tenido en el programa específicamente, o sea antes había una red de contenidos por debajo que decía trabaja dominio, trabaja recorrido y eso nos lleva a un concepto más abstracto de lo que es función y como lo definimos los matemáticos, como definen a la función desde una relación y viendo qué tipo de función es, inyectividad, sobreyectivilidad y esas cosas que hoy en día están como un poco de lado o al menos en nuestro descriptor.

T17: sobre el trabajo con ARPA

E. (29:42): Ya y tú has trabajado en ARPA en funciones.

P. (29:46): Si.

E. (29:47): En funciones ¿qué problemas te toco?

P. (29:48): En ARPA trabajamos un problema que había que llenar vasos con agua.

E. (29:55): Ah ya, si, si lo conozco.

P. (29:55): En metros cúbicos.

E. (29:57): Y ¿qué te pareció el problema?

P. (29:59): Entretenido.

E. (29:59): Y, por ejemplo, ¿cómo tu aplicaste la actividad? porque en fue entre medio de la clase o fue al principio o al final ¿te acuerdas?

P. (30:11): El ARPA lo hicimos al final, si ya habíamos visto todas las unidades de función lineal, ya habíamos trabajado.

E. (30:16): Y después. Y por ejemplo si tuvieses que elegir un orden ¿tú preferirías partir con el problema y después ver la definición o ver las definiciones de funciones y después ver el problema?

P. (30:28): No porque siempre partimos con el problema o sea si lo hago con metodología o no eso requiere mucho más tiempo, entonces no sé, me pareció así.

E. (30:41): Y si tu tuvieses que elegir entre las dos ¿la mantendrías o la cambiarias?

P. (30:49): La mantendría, la mantendría no es que yo veo la definición de función y le digo esto es una relación y le escribo todos los símbolos que para los chicos parecen de repente árabe antiguo, si no que siempre vamos tratando de hacer un modelo y después vamos como al contexto, ahora ese problema los problemas de ARPA en general son más elaborados al principio los chicos tienen que pensar harto las situaciones y de ahí recién van levantando las respuestas van contando y van armando sus soluciones.

T18: sobre el conocimiento de los recursos por parte de los profesores

E. (31:25): Lo otro, por ejemplo, con respecto a los profesores que tú has seguido, ¿cuáles son los usos que tú has visto de los profesores? por ejemplo, de partida, ¿ellos conocen los recursos o no mucho?

P. (31:38): No mucho.

E. (31:41): Y entonces de lo que tú has visto, ¿qué es lo que han, como ha sido el tema de la recepción de la plataforma?

P. (31:47): En el discurso, ha sido bueno.

E. (31:50): ¿Y en la práctica?

P. (31:50): En el discurso, "Oye proyecto ha sido genial súper bueno" Y si, las profesoras son muy estructuradas, y con todo y los chicos participan y los profes como que les costó más empezar, pero después ya se sumaron y todo y a pesar que el discurso de los profes eran como muy pro-proyectos o sea estos nos gusta más esto servirá para los alumnos, y si lo comparamos con ARPA esto sirve, la resolución del problema no sirve esto. también lo escuche por ahí también, casi en esa etapa. Pero si, van bien.

T19: sobre las mejoraras del trabajo con la plataforma

E. (32:26): Ya y por ejemplo si tú propusieras algo que ayudara a los profes a trabajar mejor la plataforma primero para ti. ¿Qué significaría trabajar mejor la plataforma? y ¿qué acciones harías para que ese mejor trabajo se produjera?

P. (32:43): Trabajar mejor la plataforma, implicaría darle más, darle un papel protagónico en la asignatura, o sea más, no tanto como de afuera y complementario, porque eso es lo que se declara en el discurso a veces uno si no que sirve bastante para que sea un elemento de la clase y fuera de la clase puede cumplir las dos cosas, creo que puede cumplir las dos cosas entonces de ahí la importancia de repente, no te digo que contestemos los cuestionarios en la sala, si no que de repente toma un ejemplo y eso tiene que haber una relación directa entre el trabajo de la clase del profesor con los problemas de los alumnos en clases para que los alumnos puedan continuar en casa si no, porque si no, si esto se ve disociado está condenado se va a convertir en un cacho para los chiquillos y no van a querer trabajar, estamos llenos de plataforma tenemos las plataforma de matemática, están las nivelaciones por otro lado, entonces ahí de repente causa más confusiones, entonces trabajos del profe tiene que ser también considerado en su planificación de clase.

E. (34:00): Y para que eso se produzca, ¿qué debería ocurrir?

P. (34:05): Yo creo que los profesores tienen conocer más el recurso, tienen que conocerlo más, no basta con decirle: mira están dos semanas van entregar un cuestionario y lo van a responder, porque como que queda como al criterio de ellos mismos entonces, de haber algún jornada en donde se discuta esto o se capacite o no sé cómo lo queramos llamar, donde los profes lo hagan entre todos ahí mismo y eso a lo mejor puede ser más efectivo no se estoy pensando en una idea que se me ocurrió en el minuto, pero mientras ello conozcan bien la plataforma lo que todo ayuda, todo lo que apoya y lo que brinda, yo creo que lo van ir tomando mejor por eso deberían encaminarse.

T20: sobre las mejoraras de la plataforma

E. (34:59): Si hubiese que hacer una mejora en las preguntas de la plataforma funciones polinómicas, bueno primero, ¿tú crees que sea necesario una mejora? y si es no bueno, no nomas y si es sí, ¿qué mejorarías? en termino de los problemas que aparecen.

P. (35:18): Si, yo creo que la mayoría hoy en día la mayoría de las preguntas funcionan bastante bien, siempre todo se puede mejorar eso no es discutible o sea, mientras llegue otra persona le de otra vuelta va a eliminar cosas, temas por ahí de redacción todavía que están dando vuelta, hay hartas cosas que se puede mejorar podríamos buscar cargar mejor los cuestionarios como tu decías que tienes todos porcentajes y eso también habría que darle, se podría dar otra mirada.

E. (35:51): Y con respecto a los problemas no contextualizados. ¿tú agregarías problemas contextualizados?, ¿o no?

P. (36:01): Siempre que vayan en la línea curricular del descriptor si, si, contribuyen o sea no...

T21: sobre las dificultades en la implementación

E. (36:22): Bueno y por ejemplo los profesores que han implementado, ¿cuál tú crees que han sido principalmente para las dificultades que han tenido?

P. (36:29): La principal dificultad fue al principio cuando no teníamos acceso a la área virtual, eso fue complicado y yo creo que también se dio un poquito que como los profesores no éramos como muy conocedores de la plataforma en sí, entonces que además que lo transmitieran a sus alumnos como que costaba un poco, entonces ahí buscamos estrategias un profesor que consiguió los laboratorios de informática por ejemplo para ahí responder los cuestionarios o los primeros cuestionarios, y ahí ir trabajando todos juntos y ahí y apoyar como, como seguir el proceso normal.

Muchas gracias por tu tiempo.

C.5. Profesora D

E. (00:00): Bueno Pilar, gracias por darte el tiempo de responder esta entrevista. La entrevista consta de tres partes, una parte que está orientada hacia las preguntas que tu desarrollaste en la plataforma, en las unidades de función polinómicas.

P. (00:15): Ya

E. (00:16): Una segunda parte que está orientada al conjunto de preguntas de las funciones polinómicas.

P. (00:22): Ya

E. (00:23): Y la tercera parte del uso de la plataforma, en este caso aquí en la sede de Santiago sur. ¿Ya?. La primera parte, la primera pregunta está relacionada con la que tú hiciste...

P. (00:35): Ya

C.5.1. Parte 1: sobre las preguntas programadas por el entrevistador

T1: sobre el contexto elegido

E. (00:36): Que están ... acá en la veintidós, la primera pregunta, Sobre el contexto. Te acuerdas el momento que había que elegir un contexto. ¿Cómo lo hiciste?

P. (00:55): Bueno, en las guías que utilizamos para la asignatura. ¿Ya? Entonces al elegir las preguntas, el equipo, entonces como Luis ya había elegido su pregunta que era de la fotocopiadora y esta tenia para hacer la composición de funciones y después nos dimos cuenta bueno, que no estaba especificado en el programa lo de componer pero igual nos arreglamos, porque después esto lo utilizan en cálculo, entonces necesitamos agregar este tipo de preguntas y esa pregunta siempre uno la aplicaba en una prueba y la veía en clase, por eso que elegí esta pregunta en particular, ya que era cuadrática y se podía ver tanto lineal y como cuadrática., entonces tenía las dos funciones.

T2: sobre la función

E. (01:44): Ya, perfecto. Y bueno ¿Cómo elegiste las funciones que aparecen en el, en tus preguntas, los coeficientes, las formulas que tienen?

P. (01:58): Bueno, las pregunta que elegí estaba así en la guía , entonces solamente fui cambiando el rango. ¿Ya?, y al programar la pregunta fue fácil, ¿ya?. Después la retroalimentación fue la que ocupaba cinco veces el tiempo en el que lo que uno ocupa en programar, porque era hacer un despeje y bueno, fui viendo el rango de valores. ¿Ya?, aquí quedaba incompleta la ecuación de segundo grado así que al final sacar un error ahí mas menos y elegir el positivo.

T3: sobre los parámetros aleatorizados

E. (02:39): Y bueno, con respecto a los mismos valores que tu elegiste, ¿Cómo elegiste estos rangos de valores?, te acuerdas cuando elegiste, bueno yo lo voy a elegir de esta manera, ¿Cómo lo hiciste?.

P. (02:51): Bueno, con uno de los valores iba a ser decimal, entonces ahí fui eligiendo que fuera hasta del cero a uno, hasta el entero.

E. (03:01): ¿Eso venia también en la guía?

P. (03:03): No, no en la guía venia solamente un valor particular.

E. (03:05): No, pero me refiero si era decimal o entero. ¿Te acuerdas?

P. (03:07): No, era decimal.

E. (03:08): Era decimal.

P. (03:11): Entonces de acuerdo a la respuesta que iban saliendo, entonces por eso los rangos eran decimal y el otro valor lo fui dejando entero y ahí recién estábamos aprendiendo a usar el aleatorio, entonces de ahí vimos que podía ser si te fijas lo puse dividido por diez,, después vimos que para que quedara decimal pusimos diez puntos y había otra forma también de colocar decimal, pero era lo mas fácil colocar un punto y te da decimal entonces al dividir por diez del uno al nueve cero uno hasta el cero nueve.

E. (03:41): Perfecto, entonces, bueno con respecto al... tú hiciste varias preguntas con gráfico ¿cierto?

P. (03:49): Sí.

T4: sobre el alto, ancho y centro del gráfico

E. (03:52): También, como elegiste por ejemplo, los elementos que componen el gráfico, no sé el centro el largo y el ancho por ejemplo.

P. (03:52): Bueno, lo que pasa que primero la pregunta inicialmente yo pensaba que iban a ser más preguntas, entonces cuando dijeron el tema: .elijan un enunciado", ya cada uno eligió un enunciado y después teníamos que seguir con ese mismo enunciado, entonces como ya habíamos visto, primero vi la parte algebraica tal como estaba y después dijimos: "bueno que cambios le hacemosz bueno después vimos la grafica, ejemplo de grafica, no era tan simple lo de la grafica, hasta que al final logre entender la grafica, entonces como ya habíamos terminado la parte algebraica dije: za voy a hacer, voy a intentar partir por la graficaz primero que no entendía muy bien eso del centro, porque había un ejemplo que salía una grabación en lo que nos habías enviado para que uno aprendiera y ahí salía con variables lo del centro. Bueno yo aquí lo hice con un valor así fijo y cuando ya logre entender como era lo del centro, entonces ya ahí empecé a hacer lo de la grafica. ¿Ya? y primero buscando una imagen, buscando después buscando la pre-imagen y ya después buscando un valor inicial y ahí empecé a poner distintas preguntas.

E. (05:24): Bueno, de hecho, de todas las personas que hicieron preguntas de funciones, tú fuiste la que mas hizo preguntas, porque hiciste, creo que hiciste nueve preguntas de .. aquí la tengo.

P. (05:33): Claro, lo que pasa que primero ya vi que habían tres preguntas, porque imagen, pre-imagen y otro valor y después de esas mismas tres como ya estaban algebraica e "dijimos ya"que sean en tablas, que sean en gráfico entonces, un día dije: ²a vamos a hacer A,B,C un gráfico", me resulto lo hice y después le agregue esas mismas tres pero con otra modificación y así, iba haciendo de a tres.

E. (06:02): Claro de ahí salieron, para que salieran.

P. (06:04): Ya ahí, cuando quedaba tiempo y bueno después empezamos a revisar una por una y la hicimos entre las tres las correcciones, entonces como ya teníamos hartas gráficas, después de otra pregunta no hicimos mas gráficas, pero tratamos de hacer tablas. ¿ya?, porque después nos dimos cuenta que había que hacer distintas resoluciones, entonces por eso agregamos la gráfica, porque tuvimos el tiempo de hacerlo.

E. (06:27): Ya, perfecto.

P. (06:28): Y después ya este mismo el gráfica y ahí a todo le agregamos gráfica.

T5: sobre las preguntas de estimación

E. (06:33): Por ejemplo, tú hiciste varias preguntas de lectura de gráfica. ¿Cierto?

P. (06:36): Si, de estimación.

E. (06:36): De estimación.

P. (06:40): Y después una tolerancia y bueno no sé, yo veía la pregunta y a mí siempre me daba verdadero ¿ya?, entonces en tolerancia, si los valores daban muy pequeños yo deje tolerancia cero dos, porque era cero dos hacia arriba, cero dos hacia abajo ya era cero cuatro o sea si la pregunta teníamos uno, o sea si era cero cinco uno tiene que darse cuenta que estaba en la mitad o un poco más arriba de la mitad o un poco más abajo de la mitad o sea era muy difícil no acertar, sin embargo en el mismo equipo no a todos les pasaba lo mismo o sea decían: üna de tres acertabaz después a los alumnos también les costaba que y algunos alumnos me decían: ²o tuve que poner una regla y empezar a contarz yo decía pero si está muy cerca de... bueno pero. . .

E. (07:33): Y eso hizo que agrandaras el rango o se mantuvo?

P. (07:37): No, porque en esta pregunta en particular, ¿te fijas?, que era cero uno a cero nueve entonces en el eje, en uno de los ejes y en el otro eje los valores era muy pequeños por ejemplo: .en el eje X era no sé diez, dieciséis, o sea que la tolerancia en el eje X creo que era de cero tres, entonces con cero seis tenias pero el 95 % de acertar". Pero el resultado no fueron así ¿te fijas? o no lo entendieron al principio.

E. (08:11): Claro, o puede ser un problema de lectura gráfica o sea que. . .

P. (08:14): Claro, porque en otras gráficas que hicimos más adelante en otros temas como los valores eran exponenciales, eran logarítmicas, claro podía haber un rango que fuera de cero a mil y uno tenía que dar, una tolerancia de acuerdo al resultado, ¿ya? y aquí no la tolerancia era cero dos y era cero dos nomas.

E. (08:34): Y con eso era suficiente

P. (08:35): Claro era suficiente, porque los valores nunca eran muy grandes entonces si se alcanzaba a ver si era la mitad hacia arriba hacia abajo.

E. (08:43): ¿Pero los estudiantes igual tuvieron problemas?

P. (08:44): Algunos me dijeron que como no lo habían yo creo que a lo mejor no se dan cuenta que podían ampliar hacer un zoom en la pantalla porque uno con Control Mas, uno va ampliando el gráfico a lo mejor lo veía pero era muy chiquitito entonces uno no contaba las rayitas.

E. (09:00): Ya

P. (09:01): Porque, el otro día un alumno yo le dije: "pero mira usted puede ampliar el tamaño del gráfico" no lo sabía hacer.

E. (09:06): ¿Y como elegiste el dominio sobre cual graficar?, porque tu elegiste un rango particular que estaba definido acá (no lo puse acá)

P. (09:17): Si, elegí el centro cuando se hizo la grafica, entonces el centro daba.

E. (09:24): ¡Acá esta!,

P. (09:24): El centro, todo esta acá. ¿Cierto? el C1, no está parece.

E. (09:33): C1, a claro.

P. (09:34): No alcanza a salir.

E. (09:37): No, no aparece.

P. (09:41): Pero eso tuvo que ver con la elección del centro, que quedaba siempre en la mitad y el valor que uno pedía, siempre quedaba como en la parte central del gráfico, entonces uno al tener el valor, con ese valor yo sacaba el centro, entonces yo dejaba siempre el eje Y al borde, entonces el valor siempre estaba como aquí en el medio. entonces siempre el rango que se veía en el eje X era el doble del valor .

E. (10:15): Perfecto

P. (10:17): Era dos punto dos. Claro porque yo lo dejaba con cero uno acá y cero uno acá, era para que se alcanzara a ver los números aquí

E. (10:26): La línea que...

P. (10:27): La línea del eje, claro y por eso dos punto dos, entonces si le adquiero el valor a cuatro, te fijas que llega hasta el ocho, porque yo decía si no puede salir el valor fuera y no verse, entonces por eso yo dije el valor del centro, entonces ahí fui cuando empecé e trabajar con el centro, porque yo decía si el valor me queda fuera, entonces el valor lo dejaba yo justo en el centro.

E. (10:51): Y a partir de ese centro.

P. (10:52): Exactamente, este era el centro entonces era tanto para allá y para acá para arriba para abajo.

E. (10:58): Ya perfecto.

P. (10:58): Por eso que aquí es el doble y allí dejaba el doble

T6: sobre las dificultades al programar

E. (11:00): Y con eso ya te quedan todos los elementos que tu querías en la graficas. Y por ejemplo en estas preguntas, ¿cuáles fueron las principales dificultades que tu viste en el proceso de programación?

P. (11:16): Bueno, en el comienzo no sabíamos nada, bueno yo sé algunos lenguajes de programación entonces, por intuición y como eran en español, entramos a la página de Wiris que había uno que daban ejemplos, pero eran súper puntuales, el ejemplo y empezamos a buscar videos, encontramos hartos videos que habías subido tu a la plataforma y otros videos pero no era mucha la información en la web, entonces con esas ideas uno empezó a intuir los demás y empezaron a salir algunos, también nos ayudo Juan ¿ya?, porque inicialmente sabíamos lo básico. Por eso te digo al programar la parte de despeje escribir una función era fácil, ¿ya? y en la de las graficas vi un video, me costó como tres veces ver el video hasta que logre entender y ahí va después uno va aprendiendo en forma exponencial, después ya y hartas indicaciones que nos dio Juan cuando empezó a trabajar con nosotros, en la mitad del proceso y con esos tips que nos dieron empezamos a programar.

E. (12:29): Y bueno por ejemplo: aquí las preguntas que te quería hacer con respecto a las preguntas que habías hecho es; por ejemplo: ¿te acuerdas como pensaste la retroalimentación?, bueno voy a tomar otra que (esta perdón)

P. (12:50): Bueno, la retroalimentación, bueno como yo hice la grafica entonces yo vi, se me ocurrió marcar el punto, hacer estas rectas y marcar los puntos que están acá entonces, mostraba el gráfico y decía el punto es: que está en tal color con un punto mucho más grande y marcaba el punto de los ejes y hacia esas rectas eso fue lo que se me ocurrió y después vimos un video que tu habías subido, que era con vector flechitas y los demás lo empezaron después a hacer con esas flechas este como no lo había echo así, después los que hice al final lo hice de nuevo con la flecha ahí como lo habías dejado tú.

E. (13:33): Y por ejemplo.

P. (13:34): Y el valor como imprimirlo, eso también me costó harto, que era con el escribir y después me di cuenta mucho después que uno tenía que ir como concatenando con la barra, con ese concatenaba después, me di cuenta y ya lo demás empezamos concatenar entonces, inicialmente por ensayo y errores, por ensayo y errores y uno se fue demorando harto ¿ya?, entonces pero al final lo asimila mas, cuando uno lo va haciendo con ensayo y error, porque si a uno le dicen mira entonces, se hace así uno queda en eso y no se le ocurre tratar de hacer cosas nuevas.

E. (14:15): Y bueno y ahora, porque estas fueron las primeras preguntas que tú hiciste.

P. (14:20): Claro estábamos en cero.

E. (14:21): Ya, ¿Y tu sentías que había harta diferencia?, ese con respecto a las preguntas que ahora hiciste, después o que podías hacer ahora.

P. (14:28): Claro, por ejemplo: bueno uno deja de programar y se le empieza como a olvidar un poco, pero rápidamente uno lo retoma de hecho, yo fui tomando apunte de lo que me iban resultando como era entonces siempre haciendo mis clases y siempre tomando apunte y después cuando ya había que hacer las graficas explicando lo que yo había aprendido y cada vez que uno encontraba algo nuevo se lo explicaba al grupo y lo íbamos incorporando al grupo, entonces, igual yo tengo algunos apuntes de ejercicios que fui mirando como lo hacían, de esos videos o también estuve buscando stemcollection, ahí busque unos ejercicios y di la programación unos que eran bien avanzados de otra universidad y también saque ideas de ahí.

E. (15:16): Ah ya.

P. (15:16): Cuando hice los de números complejos, saque uno que había con una grafica y que viene con un ciclo y de ahí saque unas ideas hice cosas que eran diferentes a esa ,pero con esa idea de como hacían los ciclos hice como el ciclo para, entonces se hacia la programación.

E. (15:35): Y con eso.

P. (15:36): Claro y por eso hice el de los círculos, se me ocurrió hacer una circunferencia la deje mas clarita y de ahí se me ocurrió esa.

E. (15:44): El plano polar.

P. (15:46): Claro.

C.5.2. Parte 2: sobre el conjunto de preguntas

T7: sobre el rol de los contextos

E. (15:46): Ya, ahora tomando en cuenta, el conjunto de problemas de la plataforma funciones polinómicas, desde tu puntos de vista; ¿Cual es para ti los roles los contextos del problema de matemática ?

P. (16:05): bueno, lo que pasa en estos últimos semestres.

E. (16:12): Tiene clases, la pausamos y la continuamos.

Segundo audio Pilar

E. (00:06): Ya, entonces, repito la pregunta. Ahora tomando en cuenta lo general, no solo lo de la plataforma, si no que, en relación con los cursos de matemática a lo que se hace aquí en el INACAP. ¿Cuáles para ti, el rol de los contextos de los problemas de matemática?.

P. (00:22): Bueno, como estaba diciendo hace cuatro semestres, cuando empezaron, darle mayor importancia a la resolución de problemas, entonces, era más relevante que todos los problemas tuvieran contextualizados, por eso que en todas las guías nuevas que se han estado entregando, hay más problemas contextualizados, además en la parte de funciones, lineal, cuadrática, todas las funciones, cuando esta contextualizados la luz no los comprende más, si uno le entregan la parte algebraica no le da un sentido.

E. (00:57): Tú...

P. (00:58): Si, le da más sentido

T8: sobre la justificación de los contextos

E. (01:00): Y por ejemplo: si uno, tomando en cuenta que un contexto, una situación. ¿Es necesario que el modelo matemático, asociado a esa situación, sea justificable?.. No sé si me entiendes la idea.

P. (01:22): Para decir, ¿Cuál es el dominio y el recorrido de ese problema?

E. (01:27): No incluso, por ejemplo: supongamos que tenemos un lanzamiento de un proyectil, ¿Ya?. Nosotros por física sabemos que eso esta modelado en una función cuadrática. ¿Cierto?, claro uno en un curso de matemática uno, no explica porque aparece esa función cuadrática eso se hace en física.

P. (01:53): Claro.

E. (01:53): Pero, ¿Es justificable?

P. (01:54): Sí.

E. (01:57): Pero, por ejemplo: ¿Tú crees que daría lo mismo colocar una función cuadrática? y no sé, yo lo quiero hacerlo con una función lineal o con una función exponencial o con otra función. ¿Debería estar relacionado? o da lo mismo, uno podía poner cualquier función.

P. (02:12): O sea, anotar cualquier función a cualquier problema, no, tiene que ser de acuerdo al contexto. ¿Ya?, y de hecho por eso el mismo alumno saca los modelos, cuando era lineal y también cuando es cuadrática, también puede sacar el modelo, dependiendo del tiempo que uno tiene a veces y dependiendo de la dificultad que tenga el curso, si uno ve que el curso es mas rápido mas avanzado entonces uno también lo hace hacer el modelo.

E. (02:41): Mira, por ejemplo.

P. (02:42): Entonces uno le da la situación y con la situación llegan al modelo. Por ejemplo: en el caso lineal, uno ya hay en la tres clases que uno tiene alcanza a que vean el modelo lineal.

E. (02:57): Eso te lo preguntaba, porque precisamente en el conjunto de problema de la plataforma o incluso en las preguntas que me han tocado ver en clases, por ejemplo hay una situación y se coloca un modelo pero que no necesariamente es posible justificar, me refiero como tú dices a la dificultad, tomando el ejemplo del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, ese uno no lo puede construir en la clase, porque es difícil con los conocimientos previos que tienen los estudiantes pero uno sabe que existe una justificación que quizá no lo van a ver hoy día, pero algún un día quizás lo van a ver, pero hay otros contextos donde uno dice: "¿y porque aparece esta función que modela esto? y no es posible hacer eso, eso ¿Qué opinas de eso, da lo mismo? o es importante, no importante.

P. (03:52): Es que como esta recién en el primer semestre, entonces algunas funciones las estregan ellos al ver la grafica o al ver las preguntas que uno van haciendo van viendo que el contexto está bien.

E. (04:05): O sea debería estar bien relacionado.

P. (04:06): Sí.

E. (04:06): Ya.

P. (04:10): Y de hecho uno, aunque uno llegue y les dé el modelo cuadrático. ¿Cierto? y la pregunta, por ejemplo: ¿a esa que vimos el lanzamiento del proyectil la altura¿ si uno llega y les pregunta: "¿Cuanto tiempo para llegar a tal altura? y les da error, entonces ellos tienen que sacar la conclusión de que no puede llegar a esa altura, por eso cuando resuelven la ecuación de segundo grado les dio el error, ya que no exista la parábola, que no exista esa función, si no que a ese valor no va a alcanzar a llegar a esa altura y entonces ahí se puede sacar la altura máxima y va comprendiendo, y dándole el modelo. Y otros alumnos en otras carreras se ve cuadrática en el segundo semestre entonces, ya tienen más conocimiento y uno los hace hacer el modelo y también depende en que área y el contexto lo aplica a esa área si son de administración.

E. (05:08): Ya, perfecto.

P. (05:08): O depende de qué carrera sea.

E. (05:13): Mira en esta tabla de acá se muestra el conjunto de pregunta de la plataforma sobre función de cuadrática lineal. P. (05:24): Claro.

E. (05:26): Y bueno, aquí esta los tipos de tareas por función y por ejemplo este el total de preguntas de funciones cuadráticas, total de preguntas de función lineales, o sea están más o menos equilibrar, en realidad ese equilibrio se dio harto a las preguntas que tú hiciste de funciones cuadráticas.

P. (05:49): Porque casi todo era lineal. Sí.

E. (05:50): Si

P. (05:52): Si, lo que pasa que esa matriz que tu nos diste nosotros pesábamos que cuando íbamos eligiendo la pregunta ya eso estaba ocupado y que tenían que elegir del otro. ¿Ya? y parece que todo eligieron de lo mismo entonces, después como había un poco más de tiempo unos gráficos, porque no había gráfico. El lenguaje natural es lo que quedo menos. ¿cierto?, entonces por eso que fuimos viendo lo que faltaba y ir agregando de esos temas.

T9: sobre la concentración de tareas

E. (06:23): Y con respecto a las tareas, en tanto en la función cuadrática y como la función lineal aquí es casi 70 % y aquí casi el 60 % de las preguntas se concentran en exponencial, o sea en imagen y pre-imagen.

P. (06:40): Si, ,en general, es lo que uno siempre parte por eso imagen, pre-imagen

E. (06:48): Entonces, ¿tiene sentido esa concentración?

P. (06:51): Claro

E. (06:54): Ya perfecto

P. (06:56): Porque uno le da el contexto entonces, no sé; tiempo, distancia tiempo, le dice bueno: "tanto tiempo, ¿cuál es la distancia?, la distancia es tanto".. ¿cuánto fue el tiempo?, entonces al tiro uno parte al tiro con la imagen e pre-imagen.

E. (07:09): Ya

P. (07:09): Y ahora con respecto al dominio y el recorrido, claro uno puede ver el dominio y el recorrido en sin contexto, pero después de acuerdo con el problema; dicen "pero bueno y puede ser todos los reales o sea y los negativos", depende del contexto entonces de acuerdo al problema uno dice y bueno puede ser todos los reales o sea y los negativos pueden ser en contexto cual son los valores y ahí para que entiendan mas el contexto del dominio y recorrido que valor puede tomar cada una de las variables

E. (07:32): Perfecto, ahora con respecto a los números que componen los objetos matemáticos la pregunta y la respuesta, ¿tú crees que la utilización de distintos tipos de números influye en el trabajo matemático de los estudiantes? y tipos de número que me refiero es a: fracciones, decimales, raíces. ¿Tú crees que eso afecta en el trabajo matemático de los estudiantes?

P. (08:01): Bueno, el alumno siempre espera que sus números sean enteros, si no le da un numero entero dice: "profesora esta malo no me dio la raíz exacta", si está sacando una ecuación de segundo grado, entonces espera que siempre le dé un número exacto y en la parábola le de uno inicialmente, para que sea más fácil, uno hace unas funciones que claro intercepta en el dos, en el uno sale la raíz perfecta entonces, sacándolo un poquito de ese contexto uno le da un ejercicio en el que la raíz no es exacta, que no intercepta en ese punto exactamente, por qué bueno en la realidad tiene puros enteros, no "po"se trabaja con todo tipo de números. Ahora ya más complicado si le ponemos una raíz como valor inicial

E. (08:50): Entonces, ¿tú crees que debe ser perfecta?

P. (08:51): Si, entonces ahí le digo ya trabajemos con dos decimales

E. (08:55): Y por ejemplo

P. (08:55): Viéndola ya con dos decimales o un decimal podemos buscar el entero.. No ya con decimales

E. (09:03): Si nosotros miramos en conjunto, nuevamente con nuevas preguntas de la plataforma vemos que de los seis profesores que se analizaron, los tres de Renca y los tres de acá, cinco trabajaron todos con números enteros y de hecho tú fuiste la única con que trabajo con esos decimales

P. (09:20): Y también con esos decimales, con un decimal y después la respuesta siempre casi daba entera. ¿Cierto?

E. (09:25): Si

P. (09:26): Pero con un, dos decimales.

T10: sobre los números utilizados

E. (09:26): Si, veían, respuestas con decimal era igual entonces, si analizáramos el conjunto de preguntas de la plataforma en relación a los números; ¿tú crees que está bien así que sea con la mayoría de números enteros? o ¿debería ser un poco equilibrado?

P. (09:46): No, debería ser más equilibrado, agregar los decimales, a lo mejor en una pregunta inicial con entero pero, después con decimales, ahora mi pregunta es ¿por qué estaba con decimal? en uno de los puntos que teníamos que hacer que la pregunta sea mas real entonces, como era de contaminación, yo empecé a buscar en manuales, ¿cuál era el rango de contaminación? porque, también contaminación no se o sea en la sala una contaminación, tal que la persona debería estar fallecida. ¿Cierto?, entonces busque los rangos y los valores que fui agregando aleatoriedad que no me diera mayor que ese valor, ni menor que ese valor por eso en el eje y no llegaban más de cuarenta, porque yo había leído hasta ese valor era posible.

E. (10:37): A entonces

P. (10:37): De acuerdo a la norma

E. (10:39): Entonces tu elegiste los valores con..

P. (10:42): Claro

E. (10:42): Ya, de hecho

P. (10:43): Si y de hecho tengo por ahí la tabla, no sé si te la había enviado, la voy a buscar

E. (10:48): No, no me la habías enviado

P. (10:49): Por qué..ah?

E. (10:49): No que no me la habías enviado

P. (10:50): A ya porque, en ese punto íbamos a hablar de esos temas y tenía la tabla y de acuerdo a ese rango, porque si me decía: "me da trescientos, trescientos mil, o sea imposible, de acuerdo a la norma tiene que ser máximo hasta tal valor

E. (11:08): De hecho, interesante lo que planteas porque, en el caso de, cuando yo estuve clasificando las preguntas que se hicieron en la plataforma, en relación al contexto yo las clasifique por contextos que yo llame artificiales y contextos que llame reales, cuando era posible justificar, y tu pregunta ya las puse mezcladas, ¿en qué sentido?, que yo no, de mi, de lo poco que conozco de esa área, no sabría si es posible justificar el modelo cuadrático lineal en esa situación pero, la elección de los números por ejemplos o de la elección del tramo a graficar, a mi me parecía más real o sea como precisamente que no era siempre números enteros que pero, además que no tenía idea que tú habías agregado..

P. (12:10): Claro

E. (12:10): Un rango que era, que estaba estrictamente relacionado con la realidad de las posibilidades de contaminación.

P. (12:20): Claro, tampoco no sé, si la función en sí estaba escrita ahí, se puede con los datos reales llegar exactamente a la función pero, si me preocupe que no pasara los valores reales al reemplazar o sea al dominio y el recorrido que fuera de acuerdo a ese...

E. (12:38): Súper interesante esa elección que hiciste porque, es un , fue una elección súper justificada y consciente de cuáles eran los rangos que tú hiciste en los parámetros finalmente

P. (12:46): Claro.

C.5.3. Parte 3: sobre la utilización de la plataforma

T11: sobre roles del entrevistado en el proyecto

E. (12:51): Ahora, en relación al conjunto o sea, perdón a la utilización, ahora vamos en la tercera parte de la entrevista, en relación al conjunto de perdón al conjunto, a la utilización de la plataforma, la primera pregunta: ¿Cuáles han sido tus roles en el proyecto SEDOL?

P. (13:19): Bueno, coordinación acá en la sede y implementarlo en un curso y bueno después se implemento en todos los cursos que uno tenía.

E. (13:29): Y

P. (13:31): Diseñadora, claro diseños, implementación y coordinación

E. (13:37): Y coordinación y ahora en este proceso de implementación, es coordinación o tienes algún rol más, o...

P. (13:43): También implementación

E. (13:46): ¿Y eso rol de implementación que implica? ¿qué te ha tocado hacer específicamente?

P. (13:53): Bueno, en el curso que tengo matemática I implementando en los alumnos, en la parte de coordinación estamos trabajando con todos los docentes de la sede que ya, el semestre pasado se incorporo a unos seis u ocho docentes, y este semestre en matemática uno, somos casi treinta docentes, así de los cuales ya lo habían implementado el semestre pasado, eran como seis, así que ahora nuevos, deben ser unos quinces o veinte nuevos pero, ahí nos hemos repartido en el equipo entonces no solamente he estado yo viendo la parte implementaría, si no también Nelly y Luis también nos repartimos la cantidad de docentes porque, son muchos.

T12: sobre la cantidad de profesores acompañados

E. (14:44): ¿Cuantos docentes te toco a ti seguir?

P. (14:46): Nos repartimos casi diez cada uno, o sea ocho o diez más o menos

E. (14:53): ¿Y con cuántas secciones cada uno?

P. (14:54): En total son ochenta, así que nos repartimos que fuera equitativo, como veinti tantas secciones cada uno en las que, o sea en uno tenemos que ponerle fecha de las evaluaciones.

E. (15:06): Y ustedes colocan la fecha

P. (15:07): Sí.

E. (15:09): Eso es ¿por qué a los profesores les ha costado?

P. (15:11): No, este semestre en realidad no quisimos darle, en este semestre solamente dos profesores son lo que están ellos solos colocando las fechas y las horas yo se que los demás lo van a aprender fácil, ¿ya?, pero preferimos dejar que nosotros nos hiciéramos cargo de eso.

E. (15:27): Ya.

P. (15:27): Porque o si no podrían estar cambiando las fechas constantemente aplazando las.. ¿cierto?, entonces así nosotros podemos llevar un control mejor.

E. (15:37): Ya.

P. (15:40): Entonces, si es que un profesor ha tenido que faltar o se han cambiado alguna actividad por alguna charla, etc. Si nos dice: "tenemos que cambiar la fecha de termino", porque nosotros fijamos la fecha de inicio y de termino de acuerdo a la unidad, comenzaba la unidad, comenzábamos al tiro los controles y lo cerramos el día de la prueba , ya si el alumno quería comenzar de ir viendo la materia podía ingresar, algunos que son bien aplicados que parten al tiro y otros lo dejan para el ultimo día entonces, se supone que si están preparando la prueba tendría que ser para el día de la prueba. ¿ya?, entonces nosotros colocamos la fecha, las cambiamos si es que tenemos que cambiarla, por eso que son hartos profesores hartas secciones y además que estamos verificando si cuantos nunca hay, eso fue en la primera etapa, si veíamos que un curso habían treinta alumnos y había veinticinco nunca habían ingresado, le decimos al profesor: "diste bien las indicaciones, quieres que te ayudemos", nosotros vamos al curso, de hecho Nelly le mandaba comunicados al curso para explicar como tenían que ingresar, entonces cada uno fue viendo distintas estrategias para conversar con cada profesor

E. (16:58): Ya, perfecto y bueno...

P. (16:59): Así que eran hartas tareas.

T13: sobre las dificultades en la implementación

E. (17:03): Si un montón de tareas, y de los procesos de implementación; ¿cuáles han sido las dificultades que tus has visto, las mayores dificultad que han tenido los estudiantes?, ya sea en relación a la plataforma o a la parte de la matemática, matemática plataforma, bien mezclado eso

P. (17:17): Bueno, el semestre pasado tuvimos un problema, pero también la caracteriza que el semestre pasado eran todos repitentes ¿ya?, entonces no tenían una motivación aunque deberían estar más motivados para pasar la asignatura pero, de ahí la mitad estaba motivado y la otra mitad no tanto entonces, no muchos ingresaron a la primera dificultad que no les ingreso el Rut, reclamaba que estaba malo y era porque no lo sabían ingresar. Este semestre con respecto al ingreso de la clave, ha sido mucho menor, igual se ha notado pero, si estamos hablando de dos mil y tantos alumnos entonces, ha sido en realidad por porcentaje ¿ya? ¿cuántos alumnos no habrán podido ingresar? a lo mejor fue la misma cantidad del semestre pasado, pero el semestre pasado eran doscientos alumnos, ahora son dos mil ya lo que están ingresando a la plataforma. Eso sería uno que sería el ingreso, pero eso rápidamente se soluciono indicando que era el Rut y fueron muy pocos los que tuvieron que enviar un comunicado a Rodrigo. Lo otro con respecto a las preguntas, si han habido unos problemas ¿ya? nosotros que ya teníamos bastante validadas, no sé si salieron preguntas nuevas o si hizo algún cambio por mejorarlas y después salió el error, como uno sabe que son aleatorias, puede que mil intentos este todo perfecto y en mil uno algo pasa por el rango entonces, nosotros a los alumnos cuando encuentran algún problema, algunos profesores nos han contestado con el alumno a explicado, nosotros le decimos que para mejorar la plataforma a si es que hay mucho que lo toman súper bien, que ellos están cooperando para mejorar la plataforma, las preguntas. Yo le digo que como son aleatorias podrían salir fuera de rango, así que lo vamos a revisar y ahí vemos si está bien o no es el ingreso.

Nos dimos cuenta que había una pregunta, Lenny se dio cuenta, que hizo el control antes que partiera los alumnos, que había una pregunta que estaba dando, uno escribía la repuesta uno la daba siempre mala, que se arreglo al tiro, los alumnos no se alcanzaron a dar cuenta, eso fue bueno porque, si la pregunta uno la escribe bien y le dice que tal respuesta y le da mala, así que eso se soluciono inmediatamente, y ahora varios alumnos, bueno una alumna converso conmigo y me decía: ƨo escribo la respuesta y me la da malaƨ lo que había hecho que la había copiado en Word y lo había pegado porque, no sabía cómo escribir la raíz y ahí le explique que apareció el botón etc., etc. Entonces aunque uno le da todas las explicaciones se indica en la plataforma, como se ingresa, que hay un editor especifica al editor pero, igual hay unos detalles que se les escapa y el alumno no lo entiende entonces, ahí la profesora le explico a todo el curso que estaba el botón editor y que la raíz se tenía que escribir de tal forma, así que no se "po"había que escribir un manual pero, también el alumno lea ese manual, a veces cuando uno le da demasiada indicaciones, el alumno lee entre líneas y no lo va a leer y espera que uno le diga específicamente, tiene que fijarse en esto, tienes que hacer esto otro y lo hace. Si uno a lo mejor hace un manual, no puede tener más de tres páginas porque, el alumno no lo va a leer, ¿cierto?

E. (21:03): Si, es verdad

P. (21:03): Así que ha sido mínima en realidad, la dificultad en comparación con el semestre anterior, ahora la primera, la primera vez que lo implementamos, claro como el curso de uno.

E. (21:16): Eso era el semestre pasado.

P. (21:17): No hace dos semestres atrás.

E. (21:18): El primer semestre del dos mil dieciséis. P. (21:20): Como nosotros teníamos un solo curso y el curso era de uno entonces cuando el alumno encontraba un error que en ese momento lo estábamos validando, uno lo arreglaba y le decía pero, ahora claro son treinta profesores dos mil alumnos entonces.

E. (21:37): Cambia la cosa.

P. (21:37): Claro, no debería haber ningún error.

E. (21:41): Y por ejemplo después, tu en las preguntas de la plataforma ¿las has utilizado en la clase?

P. (21:51): Eh, si hay algunas preguntas que son las tips, en la fotocopiadora siempre igual la tengo en mi guía, igual que la de contaminación esa están en la guía entonces, las utilizo.

E. (22:07): Claro, de hecho.

P. (22:07): De hecho el otro día cuando hice la pregunta, hicimos un taller con preguntas y salió la de la fotocopiadora, dijeron: .Es esta en el control"dijeron al tiro, así que ya la conocían.

T14: sobre el trabajo con la plataforma en clases

E. (22:19): Y por ejemplo, porque tu fríamente tú llevas tres semestres trabajando con la plataforma y en los usos que tú has hecho de las preguntas de la plataforma ¿han cambiado? ¿ha sido mismo? ¿tú has visto algún cambio? o en la relación con la primera vez que lo utilizaste.

P. (22:39): Si, lo he ocupado en clases o…

E. (22:41): Claro con respecto a la clase.

P. (22:44): Bueno, lo que es funciones, lo que en la parte de ecuaciones si, se han ocupado varias preguntas de las mismas del control, uno las va desarrollando en clases y la idea es que también, vayamos agregándolos a los controles, o sea en los controles en las pruebas parciales. De hecho Nelly, siempre agrega una pregunta en las pruebas pero, ya dejarlo así para todos los profesores y agregar una pregunta específica pero, nosotros queríamos agregar al control porque, en el control como pusimos seis y tenemos como cincuenta, agregar una similar, pero que sea, otra de las que tenemos en el control, entonces, hacer una guía de preguntas, para que los profesores incorporen en las pruebas parciales.

E. (23:32): Ya perfecto.

P. (23:34): Entonces, lo bueno que uno hace otra iteración y te da la respuesta entonces, uno le dice al profesor, mira aquí tienes al tiro la pauta de corrección, ¿ya?, porque uno tiene que escribir la pauta hacer la prueba de nuevo, también cambiar el numero y aquí ya tienes listo la retroalimentación tienes la pauta de corrección.

E. (23:56): Eso como lo ven, lo han usado, tú ¿qué has visto ?

P. (24:00): Todavía así un 100 % no hemos ocupado las preguntas, pero vamos hacia allá y ir agregando de estas preguntas en las pruebas parciales.

E. (24:09): Bueno, de hecho con respecto a lo mismo con los profesores que tú has hecho seguimiento, en que por ejemplo en relación, no sé tú tienes a cargo a diez profesores ¿cuál es la interacción que tú tienes con ellos?, ¿es por correo? o ¿es en persona? ¿es una mezcla?

P. (24:28): Es una mezcla, a unos que lo veo siempre en la sala de profesores, así que constantemente me dicen ahora ya los controles o yo les pregunto ya los habilito, les quito la prueba o si tienen alguna dificultad, ella ya la profesora me dice al tiro, o también van a mi sala y la alumna me pregunta o a otros que por los horarios no nos vemos tan seguido y les mando correo.

E. (24:58): Ya.

P. (24:58): Ya, y otro detalle también súper importante, el alumno ve el porcentaje, nosotros tenemos claro que ve un 100 % es un siete ¿cierto?, pero no fue tan así porque, un alumno cuando después decidimos enviar las notas a los profesores, para que el profesor diga ya te sacaste un cuatro siete, usted tiene un cinco cuatro, usted un siete, por qué claro si tiene un cien es un siete pero, si tiene un ochenta no todos saben que es un cinco, cinco que se yo entonces, se enviaron las notas y un alumno reclamo, dijo: "no me están haciendo leso porque, yo tengo un seis coma cinco y dicen que tengo un cuatro coma siete", el había visto un 65 % y pensó que era un seis cinco y ahí nos dimos cuenta que era importante entregar las notas porque, como está el porcentaje, él asumió que un sesenta y cinco es un seis cinco porque, parece que nunca llego a un setenta y tanto porque habría sido un setenta coma cuatro pero el llego, al sesenta y cinco y llego hasta ahí y dijo yo me conforme, yo tenía un seis cinco y se le tuvo que explicar que era de cero a cien, que el sesenta y cinco era un cuatro coma cuatro y tenía menos nota, así que inicialmente pensó que tenía un seis cinco entonces, además otros alumnos a lo mejor tienen un veinti tanto porciento pero, no ven que tienen un dos y cuando se les entrego la nota dijeron tengo un dos y ahí como que le tomaron el peso y de ahí a sido mejor.

E. (26:42): Entonces ha sido importante.

P. (26:43): Sí, sí.

E. (26:46): Entonces.

P. (26:46): Ver las notas real, a ya esto porque si no ellos dicen: "no si después me van a borrar algún control", son tantos controles que como que no le dan el peso, esa es la nota, es la final.

E. (27:02): Ya.

P. (27:02): De ser mas responsable, hay otros que si son responsables pero, otros que no lo ven así, y cuando vieron la nota realmente se dieron cuenta del peso de la nota.

T15: sobre el rol de acompañante de tutores y profesores

E. (27:14): Y con respecto a los diez profesores que tu has hecho seguimiento ¿cómo podría describir brevemente por grupo la implementación que ya han llevado a cabo, algunos son más distantes otros más cercanos? ¿cómo los has visto?

P. (27:40): Bueno los que son más cercanos los que siempre están en la sala de profesores que nos conocemos mucho tiempo, bueno en general me ubican tantos años pero, cercana cuando encuentran alguna dificultad me comunican, le dicen al alumno vamos a mejorarlo así que no tratan de agrandar el problema, sino que minimizarlo y ver cómo solucionarlo

E. (28:11): ¿Y eso crees que está dado por una relación de confianza que hay o más que por la plataforma en sí? o ¿es una mezcla?

P. (28:20): Yo creo que puede ser una mezcla ya porque, también otros pueden encontrar un problema y no esto está mal!

E. (28:34): Si esto hay que echarlo a la basura.

P. (28:35): Claro, pero no ..

E. (28:36): ¿Pero te ha tocado con algunos caso así?

P. (28:40): Bueno, el otro día una profesora que justo encontramos una dificultad que te la comente el otro día, que salía un pregunta que no estaba esperada y tenía un problema, entonces me envió la pregunta y me dijo bueno yo se que estaba mal la respuesta como bueno el alumno la puede hacer de nuevo, después se encuentra con otra pregunta yo creo que con eso se subsano, pero habría dar una respuesta, todavía no le he dicho exactamente el problema que hubo, entonces ella considera que varias preguntas que está mal y bueno ahí justo encontramos que si tenia razón en un par de preguntas, entonces ahí le voy a informar el problema que hubo, si sale de nuevo le explique al alumno. Le damos el puntaje para que no allá problemas en ese caso pero, todos los demás profesores, no han tenido la mala suerte de llegar a eso a la pregunta en particular, ningún otro profesor me ha discutido ninguna de las preguntas de funciones, así que solamente a ella le salió esa y parece que una pura vez le salió porque no me ha vuelto a indicar.

E. (30:04): ¿Y cuáles han sido los distintos usos que tú has observado de la plataforma por parte de los profesores?, que por ejemplo tu me has dicho que has trabajado, en la guía de trabajo de la clase, has incluido preguntas ¿qué otro usos has observado? o ¿qué usos has observado en la plataforma a los profesores que tu les has hecho seguimiento?

P. (30:24): Bueno, de los profesores en general uno nunca tiene mucho tiempo, no creo que haya inicialmente ingresado a conocer para verlas pero, no creo que se hayan dado el tiempo de mientras uno no le diga es obligatorio lo que tiene que hacer tantas preguntas pero, que lo hayan contestado todas, así que yo creo que cuando el alumno le dice que hay un problema en la, ha mirado más detenidamente, por ejemplo las primeras las de, a lo mejor las que eran esos rectángulos etc., pero las preguntas que están ahora que son mas contextualizadas yo creo que esa es la mas que han ocupado en clases.

T16: sobre las mejoraras del trabajo con la plataforma

E. (31:21): Ya y por ejemplo si tú pudieses proponer algo para que los profesoras integraran mejor la plataforma en toda su actividad, o sea que finalmente visualice que es un recurso que ellos puedan utilizar ¿qué propondrías?

P. (31:47): Así como, ¿cómo podrá aplicarlo?

E. (31:50): O sea por ejemplo que finalmente, uno puede tener profesores que dicen bueno me están pidiendo que trabaje con esto y le digo a los estudiantes: çhiquillos métanse en la plataforma"porque hay que hacerlo.

P. (32:07): Unos se los han tomado que es una imposición y hay que hacerlo porque hay que hacerlo nomas.

E. (32:10): hay que hacerlo, pero en realidad no me interesa lo que hay allí entonces, hay una finalmente una barrera, es una imposición, me está pidiendo que lo haga así que lo hago pero, no me interesa lo que hay allí dentro y para lo único que puedo quizá puedo hablar del proyecto onda si ya hay problema (pregunta que tiene..).

P. (32:32): Claro yo creo que incorporarlo para que ello aporten o las modifiquen o las mejore, yo creo que ahí se van.

E. (32:43): Y por ejemplo y en la toma, quizás la toma de decisión, también con respecto s que se utilizan en la sede. ¿sería una posibilidad?

P. (32:55): De cambiar las preguntas o modificarlas.

E. (32:56): O.

P. (32:58): ¿O mejorarlas?, ¿las que ya están?

E. (32:59): No y también por ejemplo elegir por ejemplo el de aquellas unidades donde hayan más preguntas de que las que se puedan utilizar, que yo elija las que se aplique aquí en la sede.

P. (33:10): Yo creo que ahí cambiaria un poco lo que están un poco más recientes y que los están ocupando porque lo tomaron mas la imposición de hacerlo, si es que ellos pudieran opinar: "mira me gusta más esta pregunta que esta otra", o hacer una nueva, pero más que hacer preguntas nuevas porque, hay muchos temas si no que poder elegir unas nuevas preguntas que estuvieran en los controles, yo creo que ahí se podría incluir mas esto docentes que están un poco más recientes. Siempre hay alguno pero, si lo por lo que lo tomaron muy positivamente es que en muy poco tiempo en clases tenemos que pasar 6 unidades, tenemos seis pruebas entonces, todo el tiempo que uno tendría que ocupar en hacer controles en la clase entonces, eso nos ha servido de no ocupar esas horas que son valiosas cierto! para la clase para, hacer ejercicios en clases entonces, en ese sentido todos están contentos ya que no están ocupando en la clase los controles porque, máximo no podrían hacer, aunque tendrían que hacer un control por unidad no se alcanza a hacer más de cuatro controles porque, si no pasaríamos en puras pruebas y controles entonces, así el alumno lo hace en un horario fuera de clase. Ahora en la misma clase podría incorporarlo ya que tiene los celulares un data pero, claro como un ejemplo una clase o la clase que son de trabajo en grupo en equipo ahí se pueden ir incorporando.

E. (35:00): ¿Y tú has pensando en hacer eso? o ¿no crees que por el momento no ha sido necesario?

P. (35:06): En este minuto no se me había ocurrido que o sea, dependiendo también del perfil del curso, hay algunos que son mas tecnológicos, que todos tienen celulares bueno, de hecho todos tienen celular pero a veces lo ocupan para otras cosas pero a una profesora se le había ocurrido, me comento hace un par de semanas que lo había ocupado en la clase con los alumnos en el celular y le había resultado súper bien, así que se puede incorporar porque fue una buena idea y le resulto así que es preguntarle ¿cómo le fue? y como incorporarlo, así que sería una buena idea en la parte de cuando se hacen los talleres grupales.

E. (35:47): Ya bueno yo creo.

P. (35:48): Porque no todos van a traer computador pero, si por lo menos uno del equipo o del grupo que tenga un celular y lo puedan ir desarrollando.

E. (36:00): si "poz se puede incorporar como un recurso a la clase.

P. (36:04): Si, se puede incorporar.

E. (36:04): Bueno yo creo que esto eran todas las preguntas gracias por tu tiempo así que eso sería.

P. (36:15): Gracias.

C.6. Profesora E

C.6.1. Parte 1: sobre las preguntas programadas por el entrevistador

La entrevista consta de tres partes está relacionado con la creación que hiciste de tus preguntas en una parte y después va hacer como un análisis más general de lo que tu piensas acerca del conjunto de las preguntas de la plataforma y en tercera parte de lo de la implementación.

Como todos los datos de investigación, tienen como foco la investigación, y que te sientas libre, muy libre para decir lo que piensas, esa es la idea. Entonces, tus preguntas.

T1: sobre el contexto elegido

E. 01:15: no sé si te recuerdas Sobre el contexto El contexto que le da forma a las tres preguntas que tu hiciste. Te acuerdas?

P. 01:33: era un contexto genérico, era sumamente general y que se ocupa en guías de INACAP, en guías que después se utilizan incluso para cálculos, es como derivadas, integrales, incluso, más adelante. Entonces, era un contexto muy genérico que pudiera ser para cualquier carrera incluso, tampoco me fije en qué carrera. Yo creo que por eso más que nada, es un contexto que todos dominamos, el costo de un producto, el precio, la ganancia, la utilidad, un tema inherente a las personas.

T2: sobre la función

E. 02:!9: Las tareas particulares que tu elegiste, por ejemplo, aquí hay tres. Dada la situación uno puede hacer un montón de preguntas ¿Te acuerdas por qué elegiste esas en particular?

P. 02:56: Lo que pasa es que este tipo de enunciado permitía encontrar la función genérica, que era interesante. Después poder evaluar un valor en el dominio, una imagen, una pre-imagen, y poder encontrar la imagen y también la inversa, entonces, era algo que daba la posibilidad de hacer unas preguntas dentro del mismo contexto que sigue siendo generalmente la utilidad, al final de todo es la utilidad lo que se calcula. Fue más que nada eso, sacándole el mayor provecho a cada parte del tema, porque esto es como un tema, costo, precio, utilidad. Pero era eso más que nada, esa fue la manera de elegirlo.

T3: sobre los parámetros aleatorizados

E. 03:50: Ahora bueno, si uno entre en la pregunta en si, estos son los valores que tu elegiste. ¿Te recuerdas cómo elegiste esos valores? ¿Por qué tomas esos rangos?

P. 04:11: Que no fueran números muy grandes, y a la vez tampoco tan pequeños y que nos diera bastante posibilidad de prueba. No había nada más en particular.

T4: sobre el registro utilizado

E. 04:28: Bueno, en está pregunta, las tres preguntas, las trabajaste con un registro particular que es el algebraico y lenguaje natural, ¿cierto? ¿Esa fue una decisión explícita hacerlo así, y no utilizar otro registro como el gráfico?

P. 04:48: Sí, la verdad es que estaba pensado como que normalizaran más ese concepto que la parte grafica. Nosotros le damos más hincapié a lo algebraico, a desarrollar ecuaciones, y la parte grafica un poco menos. Entonces, me interesaba más, o por lo menos veía que era más factible de realizar, en realidad la parte grafica no se me ocurrió tampoco. E. 05:46: Ahora te voy hacer preguntas, mirando el conjunto de problemas, no solamente las tuyas, si no el todo, y siempre pensando en el teorema del polinomio. 06:11: Porque todos los problemas son contextualizados, cierto? Y de modo general ¿Cuál es para ti el rol de los contextos en los problemas de matemáticas?

P. 06:21: La comprensión y el análisis de la situación. Con eso, que el alumno pueda, porque está todo problematizado, que pueda des problematizar, es decir, resolver problemas, y cuando está dentro de un contexto el alumno tiene que sacar los datos, por lo tanto es sumamente importante, un rol prioritario que haya un contexto.

C.6.2. Parte 2: sobre el conjunto de preguntas

T5: sobre el rol de los contextos

E. 06:50: Por ejemplo, acá en la plataforma hay varios contextos, no el tuyo, pero otros contextos donde no es posible justificar el modelo elegido. Me explico, por ejemplo, hay uno de los problemas que es de función cuadrática, donde precisamente los beneficios al vender cierta cantidad de unidades, y se modela por una función cuadrática. Pero si uno se pregunta de donde viene ese modelo, porque este modelo de acá es justificable, eso ¿tú crees que tiene algún problema, o da lo mismo?

P. 07:43: Da lo mismo en la medida que sea un porcentaje pequeño que sea así, que siempre uno tenga la posibilidad de llevar a un contexto y sacarle los datos, pero después donde estamos en otras funciones, generalmente se da el modelo algebraico. Se entrega, por lo tanto, no habría problema me parece a mi, pero si no dedica al 100 % ese tipo de contexto, no lo entrega, lo da nomas, el pago esto, pero también que este la posibilidad de generar el modelo, de hecho muchos libros de matemáticas vienen así, no explican, no hay nada, dice "dada esta información, usted calcule tanto", y uno lo hace, de hecho no cuestiona porqué. Pero, que no fueran que todos estén dados, al menos una situación que la pueda realizar él, si se puede claro, aunque todo funcione.

T6: sobre la concentración de tareas

E.08:48: Mira ahora ¿se ve o no? Lo voy agrandar acá. En esa tabla aparece el conjunto de problemas de la plataforma de función cuadrática lineal. Por ejemplo, la función cuadrática, bueno, del total de funciones el 45

P. 09:55: Encuentro como que es normal, en general, nosotros queremos que el alumno entienda cual es la aplicabilidad de una función, en qué medida, para qué me sirve, y generalmente nosotros calculamos la imagen, dado un valor queremos saber qué pasa con él y ese es como el más practico. Todo lo demás es más específico , es de más contenido incluso. Un 46 % me parece bien, porque primero tenemos que darle a entender la aplicabilidad, los beneficios, el para qué sirve, y ese es el más directo, o sea, esa es la relación más directa que le encontré. Cuando dice generar una expresión algebraica de una función, él no lo entiende, no entiende por qué tiene que llegar a una expresión algebraica y de qué le va a servir eso, entonces, creo que es mejor darle una idea más general, más genérica de en qué casos él podría utilizar una función, cuando le va ha ser útil, y siendo bien honestos eso serían las partes, encontrar la imagen de un valor, evaluar una función es lo más utilizado, o lo que uno lo ve más directo. Es una cosa como más, es más simple de que el alumno lo comprenda por todos los detalles, los pequeños detalles, van a ir como más a lo específico y probablemente eso se le va a olvidar también. No lo va a recordar en el tiempo, pero si se va ha acordar de cómo se hizo la función, para qué sirve, y que podría hacer con ella. Por ejemplo, como te decía recién dar nomás una expresión y ocuparla, esa expresión puede estar aplicada a cualquiera área de lo que yo estudie y después se den cuenta que hay que evaluar nada más, me la dan, salió en el libre, me la da la profesora que la ocupe, en el caso de los programadores, ellos no saben porqué salen esos valores, pero saben que el experto se las entrega y les dice programe esto, y esta es la función, no la cuestione y lo van a poder hacer, porque genera una función en el computador, van a crear la función, y van hacer todo lo que el encargado les pida, por lo tanto, yo creo que súper válido. Depende la carrera también.

E. 12:15: ¿Hay algunas carreras en que es más. . .

P. 12:18: Claro, no sé. Me imagino que hay carreras más como química, quizás necesitan tener más claro el modelo , como partió. Como más al área científica, pero un informático no creo, puede no saber nada de estadística y trabajar con un experto en estadística y él le va entregar los modelos matemáticos, y el sencillamente va a programar para que ese modelo resulte. Y él le va a consultar a esa persona todo lo necesario para que su programa resulte bien y todo, pero no se va a cuestionar 100Ellos trabajan con expertos.

E. 12:52: Entonces usan modelos. . . .

P. 12:53: Entonces, usa un modelo solamente, qué datos necesito, qué tipo de datos y qué restricciones, y qué se hace con esos datos y devuelve un valor, y listo. Eso es una función para ellos, pero es importante que la parte que nosotros le damos, qué significa y darle la mirada matemática, pero ellos la ocupan. A lo mejor podrían no saber como se leen, y programan funciones.

E. 13:19: Claro, el concepto matemático. . .

P. 13:24: Podrían no habérselo enseñado y las programan. Lo encuentro práctico.

T7: sobre los números utilizados

E. 13:31: Y ahora la, yo hice un análisis de los elementos matemático que componen las preguntas. Uno de esos análisis es el tipo de función, el otro fue los registros utilizados. El otro componente fueron los números que componen las funciones, las preguntas y las soluciones. O sea, por ejemplo, puede una función cómo son los coeficientes, qué tipo de números son, cuando uno le pregunta al estudiante la pregunta cuales son los números también que aparece y al final la pregunta, la solución, qué tipo de solución. Y en los problemas de la plataforma específicamente de 6 profesores que fueron analizados, 5 trabajaron con números enteros, siempre con números enteros, entonces, la mayoría de los problemas que trabajan los estudiantes, son con números enteros también. ¿Qué opinas de eso, en relación al trabajo matemático que realizan los estudiantes? ¿Está bien, mal, más o menos?

P. 14:47: Está bien y mal. La realidad no es entera, los valores reales y los modelos matemáticos son mucho más complejos que lo que vemos en clases. Por decir, si nosotros realmente trabajáramos una situación que ocurre en la realidad, todas nuestras funciones serían mucho más complejas, no cabe duda. Pero, para el efecto de la cantidad de horas de clases que nosotros tenemos para ver esos contenidos, para también, que el alumno tenga un buen rendimiento, los número reales, en general son más complejos, a ellos les es más difícil, tienen falencias en eso, entonces, generalmente tratamos de evitarlo. Trabajamos a veces una muestra o en clase podemos colocar ejercicios con decimales, pero en la prueba tratamos de evitarlo, de hecho les aparece función cuadrática en una prueba, a mi me aparecía, porque la saque de control, salía solución con decimales y ahí, como no les dada una raíz exacta no sabían qué hacer, y yo la saqué de control, por lo tanto en el control también tendría que haber salido con decimales. Me llamaba mucho la atención eso, y decía pero “Calcule, tiene la calculadora ¡hágalo!”, eso le impedía, no sabían qué hacer, porque no les daba exacto. El problema, a lo mejor, es que en clases, nosotros siempre lo habíamos hecho exacta. Hay va un poco la improvisación también, porque cuando uno inventa ejercicios en clases de ecuaciones de primer grado, ecuaciones de segundo grado, las inventa esperando, obviamente, que tengan solución, me pueden dar decimales. Eso está un poco en la improvisación que uno hace, que yo normalmente la hago, es que no importa en realidad qué valor me va a dar, sino que el procedimiento de cómo se trabaja, pero cuando uno toma de una guía, normalmente estas guías están con números enteros, entonces, encuentro que es bueno, en el sentido que es un ejercicio más breve que con decimales, porque demora menos al alumno, tiene menos posibilidades de equivocarse y en las evaluaciones también, uno espera que les vaya mejor, pero es malo, porque la realidad no es entera, muy pocas veces dan números exactos, todo lo contrario, entonces lo alejamos un poco de la realidad. Pero, tratando de pensar en el beneficio de él, nosotros nos ajustamos a tiempos, y nos ajustamos a un rendimiento que en general no es muy bueno, entonces, sabemos que un decimal, como me ocurrió a mi en la prueba, no me había pasado eso, entonces no entendía que se pararan a "¿qué hago profesora? Aquí no me dio exacto" "pero calcúlelo, tiene calculadora, hágalo", y yo sé que más de una persona no los terminó de hacer se quedo con la raíz porque sintió que no le daba exacto, entonces, eso es, a lo mejor, algo que nosotros generamos, entonces es negativo también.

E. 17:41: Quizás eso quizás es interesante lo que cuentas lo que pasó la prueba porque quizás es.

P. 17:48: Yo los saqué del control esa pregunta te lo prometo.

E. 17:51: Entonces finalmente los estudiantes se enfrentan a tan pocos problemas con números decimales que cuando les aparece en una prueba que vale.

P. 18:07: Ahí lo cuestionan. Claro por ejemplo en las funciones cuadráticas que salían con decimal me dio 1.5, 1.3 segundos y 1.5 segundos en una pregunta que también es sacada cuando tú veas la prueba también esa cara de ahí y nosotros revisamos en clases he que la parábola tenía dos posibles valores y varios colocaron solo uno no colocaron los dos valores porque no internacionaliza no internalizan en realidad la eh el concepto de la parábola no lo ven entonces eso de repente también y era con decimales pero ahora el problema no fue no fue que no daba con decimales no fue ese el problema ya con decimales y no hubo ningún problema aparte pero finito 15/10 y 13/10 entonces era 1,5 y 1,3 no tuvieron ningún problema con eso el problema fue que era dos soluciones y no las no las visualizaban ya entonces serás un proyectil hacia arriba una pelota Y por supuesto cuando sube alcanzada esa altura Y cuando baja alcanza esa misma altura entonces en clases habíamos hecho yo hice la guía donde dice la primera vez que se presentan tantos cual en el segundo semestre decir siempre habían dos respuestas y ellos tenían que decir por una en la prueba los confundió entonces hay cosas que uno le pone énfasis hay muchas personas que no la van a internalizar la situación pero a mí me ocasionó problemas la raíz de un número no exacto la raíz cuadrada de un número no exacto en la prueba.

E. 19:44: Y qué habían dos soluciones

P. 19:45: Claro y que habiendo soluciones entonces ahí tú te das cuenta que se debe dar una raíz exacta para tener mejores resultados y nosotros priorizamos entre las dos cosas es complejo pero yo creo que debería ser combinado que deberían estar las dos opciones ahora porque se toma ahí en la plataforma también quizás porque nosotros al hacer la retroalimentaciones Y revisar que funcionara el programa también era más fácil con números enteros yo creo que para nosotros mismos era más fácil yo pienso que va por ahí porque como programación no costaba nada no tiene mayor dificultad pero probar todas las opciones todos esos decimales tu viste aproximar Y como entrega la respuesta también que es otra historia generaban más complicaciones que fueran números enteros pienso que incluso en esa parte…

E. 20:52: puede ser una razón

P. 20:54: de hecho mucho que los alumnos en los controles mandan que por ejemplo daba 2.24 y puso 2.2 nomás y se lo tomo malo y no había como observación números decimales. Nosotros bueno todo eso lo estamos anotando.

E. 21:12: para mejorar las preguntas

P. 21:14: Sí, sí entonces está buena la pregunta porque altiro a leer la observación a ver qué dice no decía.

E. 21:20: Entonces tiene sentido

P. 21:21: claro entonces hubiesen sido dos nomás no hubiese habido ningún problema Y de alguna manera aunque sea algo simple he genera un ruido así como entonces los decimales eh eh complican un poco la retro la que bueno no conteste generalmente bien y por eso pero yo siento que es malo porque la realidad no si ojalá fuera entera (risas) Y es todo lo contrario ¿cierto?

T8: sobre las diferencias entre la plataforma y las tareas habituales

E. 21:54: sí, sí es verdad eso. Si tú por ejemplo he tomas la plataforma al conjunto de problemas de la plataforma las evaluaciones que hicieron la plataforma Y lo comparas con los problemas los ejercicios que tu trabajas Y usas en clases eh en esa comparación ¿qué te parece están cerca, están lejos, que le falta a la plataforma, que le sobra?

P. 22:20: no yo creo que es sumamente cercana eh, bueno nosotros nos envían documentos que podemos utilizar que lo hace INACAP no lo hacemos nosotros lo envían Y lo único que podría hacer es el contexto nada más la situación pero lo que se solicita lo que se pide es exactamente lo mismo que se trabaja en clase es un apoyo. Si los profesores realmente lo utilizaron le sacaron provecho si pudieran conocer más sería mucho más útil para ellos se podrían guiar en la en estos controles en estas preguntas no, súper cercano yo no le encuentro nada que yo no hubiera hecho o aplicado en una prueba sólo el contexto por supuesto una no sé si bueno pero eso es de consulta...

E. 23:20: pero dale...

P. 23:21: no lo que pasa es que hay una pregunta que desde el comienzo se formularon sobre la temperatura de un cadáver O algo así Y a mi no me gustaba la historia O sea de hecho cuando nosotros estábamos yo no esa pregunta si la podemos nosotros usar es una historia normal pero no me gustaba el contexto entonces ahí de repente hay cosas más agradables de preguntar y otras menos agradables no me agradaba contexto sólo eso una cosa así pero no es que este malo está bien.

E. 23:49: Si porque era el contenido del contexto era lo que te hacía ruido.

P. 23:53: Mmm no o sea si se podría elegir un tema más agradable más simpático más ameno, pero es una realidad entonces sólo en de hecho nosotros los profes de matemáticas nosotros acá nosotros no hacemos pruebas todas iguales nos puede mandar una prueba tipo pero cada profesor le pone de su cosecha ósea yo diría que estamos hechos cada uno distinto tenemos unos profesores que hacen unas preguntas larguísimas súper largas, largas largas,

largas, o pruebas extensas y otros pruebas muy cortitas mucho más simples y ninguno va cambiar por el otro no vamos a convencer a un profesor que hace la prueba muy larga ni vamos a convencer a un profesor que hace una prueba más breve somos muy llevados a nuestras ideas tenemos ya nuestras cosas, como un chip ahí puesto por lo tanto eh podemos decir si lo gustó estamos completamente de acuerdo con los controles pero quizás yo somos como creo que todos somos así que tenemos mmm no tenemos un estándar no hay como un estándar de qué es lo que a ti te gustaría realmente preguntar está el contenido pero como hay infinidad te posibilidades de preguntar te da esa libertad te da la libertad de cambiar la manera de preguntar un mismo tema pero de muchísimas formas por lo tanto eh tu miras las pruebas de los colegas Y dices que interesante me gusta esta pregunta pero me sigue gustando más mi prueba (risas) tengo la autoestima súper alta entonces yo creo que también por ahí puede ser que te cable en el sentido que nosotros no, no se ha logrado eso de estandarizar 100

E. 25:41: Y bueno de hecho con respecto al tema de la estandarización el programa de matemáticas I de INACAP es bastante explícito en el no se sobre todo en el uso problemas contextualizados, y de hecho por esa razón los problemas se desarrollaron, como con esa condición pero por ejemplo las mismas pruebas que enviaron también de casa central o el material o lo que pasa también en la sala de clases hay un hay muchos problemas que son no contextualizados ¿tú crees que esos se deberían incluir en la plataforma?.

P. 26:19: Eh no no yo creo que no lo que pasa es que lo veo como una opción para aprender para estudiar y si es como resolver un ejercicio podría buscarlo en un libro e incluso ahora hay una aplicación en los celulares que se llama photomath y photomath toma el ejercicio le saca una foto y lo resuelve paso a paso entonces tienen otras herramientas para hacer ejercicio y calcularlo ya no hay creo que lo más importante para el alumno o para todo nosotros es que haya un contexto que uno permita sacar los datos que uno lo puede hacer pero en mi caso yo les pregunto preguntas de alternativas son de algo más directo pero una pregunta de desarrollo tiene que ser aunque el desarrollo sea chiquitito si no importa que el desarrollo sea muy grande muy extenso pero debe tener un contexto en el desarrollo debe haber y es ahí donde nosotros no coincidimos cuando en las pruebas de desarrollo profesor pone resuelva y son puras preguntas así y son las preguntas de desarrollo entonces es como y eso lo pudo haber puesto completo en una calculadora hay calculadoras que ahora le escriben toda la expresión completa y me dice cuánto da entonces el profesor dice yo reviso el desarrollo si pero es como sólo un desarrollo de un de pasos pero que hizo el alumno donde el formuló lo que tenía que hacer entonces no yo creo que da más peso que sea contextualizada tendría que tener mucho menor puntaje no se porque es así tú le sacas una foto yo le sacó la foto los alumnos me lo han mostrado Y muestra todo el desarrollo todo entonces que va hacer el alumno nada lo van a hacer así lo hacer con el photomath y se acabó entonces va ser un control de verdadero y falso algo así.

E. 28:29: va a ser como perdida de tiempo

P. 28:32: Es verdad no tiene le plus el plus está en que él saque los datos que lea la situación en que haga un análisis que vea la pertinencia de la solución por qué esta solución si por qué está no o me preguntaron de subida o de bajada o me hace pensar la solución menor o me dieron $2y$ me dieron la menor solamente no me están pidiendo sólo la mayor entonces ya en ese minuto hay una reflexión no la verdad es que no creo yo pero si pusieran tendrían está bien, bienvenida sea.

C.6.3. Parte 3: sobre la utilización de la plataforma

E. 29:15: Eh bueno en relación ahora a la implementación de la plataforma porque todo esto que hemos hablado tiene que ver más que nada para el diseño ¿cierto? Eh ¿Pero cuál han sido tus roles en el proyecto? Yo los conozco pero igual te que preguntar.

P. 29:32: ¿En completo en el proyecto?

E. 29:35: Si ¿Cuáles han sido tus roles?

P. 29:37: Bueno primero fui diseñadora eh ese es el primer rol de diseñador después el segundo rol fue de un general de cómo de tutor de los colegas, de explicarles cómo funciona de darle el plus de decirle a los colegas y a los alumnos la importancia de estos controles los beneficios más que nada después de que ya como para dar ah conocer el proyecto internalizarlo acá en INACAP el otro rol sería de em mmm como solucionadora de situaciones específicas como eh como la persona o sea yo soy la persona encargada de resolver los problemas entonces que me manden correos que me digan si está pasando algo y yo poder verificar si es así.

T9: sobre roles del entrevistado en el proyecto

E. 29:15: Eh bueno en relación ahora a la implementación de la plataforma porque todo esto que hemos hablado tiene que ver más que nada para el diseño ¿cierto? Eh ¿Pero cuál han sido tus roles en el proyecto? Yo los conozco pero igual te que preguntar.

P. 29:32: ¿En completo en el proyecto?

E. 29:35: Si ¿Cuáles han sido tus roles?

P. 29:37: Bueno primero fui diseñadora eh ese es el primer rol de diseñador después el segundo rol fue de un general de cómo de tutor de los colegas, de explicarles cómo funciona de darle el plus de decirle a los colegas y a los alumnos la importancia de estos controles los beneficios más que nada después de que ya como para dar ah conocer el proyecto internalizarlo acá en INACAP el otro rol sería de em mmm como solucionadora de situaciones específicas como eh como la persona o sea yo soy la persona encargada de resolver los problemas entonces que me manden correos que me digan si está pasando algo y yo poder verificar si es así.

T10: sobre el rol de acompañante de tutores y profesores

E. 30:47: eso perdón ¿es por parte de estudiantes O de profes? ¿O de los dos?

P. 30:49: De los dos porque el que recibe esa queja es primero el profesor generalmente Y el profesor me yo le digo al profesor que me envíe que me reenvié el correo O me envíe datos hay de toda índole un profesor no ve los correos así que en hojitas de papel el alumno le escribe porque tiene problemas con las manos pero le ha ido súper bien al revés de otras personas así que no ha sido una dificultad mayor el alumno le escribe a mano una carta Y leemos la carta ah mano para que tú veas la tecnología la leemos a mano y yo miro el control. . .

E. 31:33: Y en qué minuto tú te reúnes con esos profesores.

P. 31:35: en la sala de profesores los busco o ellos ya me conocen y me buscan. María Angélica que tú la estás ahora grabando que es extra ella anota todo todo todo todos los detalles anota todo lo que pasó Y después me cuenta a mi está el alumno también en esta cosa y de hecho tiene ahora una situación que me la va ha mandar bien detallada a ver si es verdad

E. 31:56: Y tu en la de las funciones polinómicas tú le podrías sacar foto a eso que ha escrito porque igual es interesante y enviármelo ¿podría ser?

P. 32:08: Voy a preguntar cual específicamente de las funciones polinómicas.

T11: sobre las dificultades de los estudiantes

E. 32:12: ¿Cuáles has visualizado tú, que han sido los principales dificultades que han tenido los estudiantes?

P. 32:17: Mira a mi no quiero ser negativa pero los ejercicios donde habían gráficos y había que hacer estimación ahí yo creo que desde un comienzo fueron complejos y que no tengo claro a mi me parece que la programación tiene la dificultad porque en algún minuto acá la experta es la Pili en algún minuto ella también hizo un gráfico y se pueden hacer proporcionales a la escala y todo entonces cuando el alumno hace el ejercicio y realmente el margen de error es pequeño considero que hay una injusticia ahí o sea, él inmediatamente se va en contra del control si un colega ve esto y también está acuerdo con él y ese es nuestro gran problema si el profesor a cargo del curso no se empapa de este proyecto y realmente no tiene ninguna. . . es un poco indiferente no digamos que es negativo es indiferente por supuesto que se va a poner más en contra de los controles entonces el de alguna manera va ah influir negativo con los alumnos si él no está de acuerdo con una pregunta porque lamentablemente nunca se ve lo bueno se buscan las cosas malas entonces a mi me pareció que esas preguntas pues deberían volver a programarse porque yo creo que va más en la programación no necesariamente en la pregunta la pregunta es buena porque esa es una pregunta fácil entonces una pregunta que es fácil de contestar que no tiene ningún cálculo resulta ser que fue contestada equivocadamente errónea sólo por un margen de error o por entonces esas son para mi las preguntas que yo también lo siento de verdad yo la veo y me cuesta porque no veo muy bien pero ya estoy viejita los alumnos son más jóvenes ven mejor pero les crea ruido les crea ruido y esa es el comentario y eso también fue comentario el año pasado el semestre pasado el semestre pasado pasó lo mismo entonces uno trata de decir ah si pero chicos y lo que opte por hacer es chicos si realmente usted cree que el margen de error es muy poquito y usted estaba cerca mándenme la pregunta y yo se la reviso y se la corrijo a mano y eso estado haciendo y ni un problema y no discutamos y las pruebas son más geniales son todo bueno pero qué pasa con el otro profesor el otro profesor que en realidad viene y nos dice eh y nos dices así a dos profesores a mi y a otro profesor de una manera súper molesta desagradable incluso así como que cal así hay que calcular la función o sólo hay que verla ah hay que ver que valor es ese pero molesta por qué ya le había tocado hacerla no cabe duda que le había tocado hacerla entonces como que a ti tú tienes no hay que estimarse nomás si es súper fácil (risas) esas preguntas yo considero siendo tan fáciles de contestar tenga una dificultad que no va en el contenido esta es la programación creo yo.

E. 35:35: De hecho es muy interesante lo que dices porque de hecho las cosas que yo tengo anotada pero como tú no habías hecho preguntas gráficas no te iba preguntar pero qué bueno que salió el tema qué bueno que salió tema.

P.35:46: Tú estás hablando de las polinómicas porque ahora viene las exponenciales Y yo ya he revisado algunas y no hay ningún problema con eso.

E. 35:52: Es en los polinómicas que (inaudible).

P. 35:55: Mínima incluso él punto quiere ser una rayita en la intersección entre los dos es decir no hay un puntito hay un intervalo Y piensas tu que los alumnos algunos lo están haciendo en el celular hartos lo hacen en el celular algunos yo lo he visto están trabajando peor que no es lo correcto no me cabe duda.

E. 36:21: Pero quizás es un soporte. . .

P. 36:22: Pero debiera ser en un computador pero si lo están haciendo bueno Y el alumno que es flojo todo es una excusa Y esa fue una excusa entonces yo creo qué hay Que evitar un poquito esa parte.

T12: sobre el rol de acompañante de tutores y profesores

E. 36:32: Ya que bueno que bueno que lo mencionaste eh bueno teniendo en cuenta que tú le has hecho el seguimiento a los profesores ¿cuál es tu percepción sobre la integración de del proyecto a matemáticas I específicamente? ¿ A cuantos profesores les has hecho seguimiento? ¿Puedes describir ese seguimiento?

P. 36:51: He hecho el seguimiento a 25 secciones y 7 profesores sin contarme parece sin contarme 7 profesores, mira, en realidad ha sido bien especial son la mayoría mayores de mi edad o mayores no son muy jóvenes lo que yo pensaba que iba a ser fue completamente a la inversa que quiero decir uno piensa que los profesores mayores son quizás no están acostumbrados y van a tener algún tipo de recelo con respecto al control y no ha sido así ellos han estado muy dispuestos y ningún problema la única dificultad que he tenido es con el profesor con el más joven entonces eso me da me da mucho que sentir que no he visto ese apoyo de gente que es más cercana a la tecnología incluso eso como que encontré raro una vuelta un revés un revés completamente inesperado al contrario la persona que más le cuesta que tiene problemas con las manos por lo tanto no puede ingresar mucho le cuesta mucho trabajar en el teclado porque tiene problemas tiene interés preocupación la dedicación es mucho mayor entonces tu ya te das cuenta que no hay nada escrito que a lo mejor uno tiene una percepción negativa de lo que te podría pasar y puede ser mucho más positiva y al contrario entonces eso es lo que a mi me ha tenido como un poco el único curso con dificultad o sea los únicos profesores que me ha costado más pero no que me acostado Sino la recepción buena pero los resultados no han sido muy buenos la comunicación de él con el curso he tenido que ir yo a la sala me ha complicado un poco más yo creo que al final va a ser no vamos a tener que colocar el uniforme como un poco más negativo al contrario de los otros profes.

E. 38:57: Y esa porque finalmente la profesora es la que tiene como cierta negatividad hacia… o no? Solo…

P. 39:07: Yo, no, no por conversar, no, es que yo converse poco, nos vemos muy poco, entonces no hay mucho tiempo, cuando nos vemos no es de amistad es solamente por el proyecto, está estudiando está haciendo un magister yo creo que es porque él no tiene mucho tiempo yo creo que, él está como en otra entonces me imagino yo que esta los controles como no son parte de su obligación no los ha informado al alumno no les ha dicho no les habla nada no se le olvida no creo que sea mala intención pero se dio que justamente es joven menos de 30 años.

E. 39:52: Y bueno el antes ¿Hacia los controles a mano?

P.39:55: Eh no

E. 39:56: Por qué porque quizás uno pensaría que el enganche es ese que te evita corregir pero parece que pa él…

P. 40:04: Es que no es un enganche sino que una despreocupación yo lo veo también si tú lo ves, mira a mí me dicen cuando va alguien encargado te va visitar te va a decir el va a abrir los controles él va a rescatar las notas y te las va pasar porque nosotros estamos rescatando las notas y se las estamos pasando entonces es como ya no son parte de mi yo creo por ahí va un poco pero no en ninguna mala Sino como también pienso que está muy cansado muy estar estudiando un magister igual es complejo yo creo que ese es la lo estoy poniendo como es el motivo en ningún caso negativo en cambio los otros profesores más viejitos tienen más dedicación con esto por ejemplo pero no negativo al contrario positivo pero no resulta las cosas ningún problema cuando usted quiera y no pasa nada. Ese ha sido como mi. . .

T13: sobre el trabajo con la plataforma en clases

E. 41:00: Y bueno en ese seguimiento que tú has hecho ¿cuáles son los distintos usos que haz observado en los profesores? De la plataforma O sea por ejemplo si tú tuvieses que describir cuál es su relación de ellos con la plataforma en sus cursos. . . No se si se entiende.

P. 41:16: Sí, le entiendo perfectamente.

E. 41:49: Y en tu caso personal ¿cuál es la percepción de tu uso de la plataforma también en relación a tu clase?

P. 41:57: Con respecto a la clase no la ocupo, o sea, no ocupo los mismo ejercicios de las clases porque yo veo como la los controles los veo como un extra para mi entonces yo insisto mucho en la clase que hagan los controles, si tienen alguna consulta me pregunten, por ejemplo, hay alumnos que han escrito las preguntas a mano y dice la están haciendo a mano luego en la clase me han podido preguntar y le digo uy que bien y puedo tomar el control pero por una cosa fortuita. No lo ocupo, ocupo otro ejercicio para que ellos tengan para que sea una suma, pero algún si un curso llamémoslo en la cual tu tienes un promedio bueno me refiero a que la mitad del curso más o menos va conmigo y (no se entiende audio) pero si tengo un curso que le cuesta más y que como yo estoy basando mis pruebas en los controles o sea yo tomo preguntas de la prueba y ellos lo saben pero pueden ser cualquiera no saben que no son las 6 preguntas entonces ahí he tomado pero no tantas veces si he tomado alguna pregunta que yo sé que voy a usar en clases con otros datos yo ya tengo la forma es más ya he mandado hasta imprimir la prueba y he hecho algún ejercicio parecido porque el rendimiento del curso es muy malo entonces ha sido como una ayuda como (no se entiende) como lo que uno hace antes como el repaso para la prueba y lo he colocado pero estoy hablando de 2 cursos de 5, los otros 3 cursos nada no ninguno. Es que depende el curso, por ejemplo, en la primera parte en la primera unidad resolución de problemas los cursos de los otros 3 cursos que tengo siempre un alumno lo hacía y le seguía otro y le seguía otro en estos cursos resolución de problemas, nada, pasa y pasa el tiempo pasa y pasa el tiempo entonces yo ya estaba agobiada por lo tanto necesitan como más apoyo más dirección pero yo veo los controles como más que sumen yo le doy, yo también tengo mis guías tengo ejercicios tengo guías entonces las coloco en la plataforma trabajo y aparte los controles prefiero que sea una suma, así lo veo, otro contexto, pero el procedimiento es el mismo, la matemática está el mismo contenido que está acá entonces yo siento que si ocupo las preguntas de los controles estoy restando así lo siento yo le estoy restando a mi curso que yo considero bueno que son buenos que hay alumnos muy buenos que son rápidos entonces le estoy quitando le estoy quitando posibilidades así lo veo, al otro no, al otro tengo que restarle pero en beneficio de el porque no sé que en la prueba probablemente no a pesar del control a pesar del control y pensando también en los alumnos que no ven los controles porque yo con lo que pregunto de los controles en la prueba, pero el alumno que no lo hizo no tiene el plus, pero él lo sabe, si usted no hace el control va ha ver por primera vez esa pregunta, si usted hace el control tiene un plus porque se va ha preguntar parecido en parte no toda la prueba en parte se va ha preguntar parecido y va ser una ganancia véanlo así el control le va ayudar para la prueba y para la nota de control, va ser es más beneficioso, de hecho el control yo no lo cierro el día del control, yo lo cierro a la 23:59 del día anterior al control.

E. 45:20: A la prueba.

P. 45:21: A la prueba, perdón, a la prueba. A la prueba, si la prueba es hoy día martes cerró anoche porque yo quiero que lo hagan antes de la prueba no después de la prueba, yo quiero que los ayude a estudiar para la prueba. Que a nosotros nos pedían que fuera el mismo día, a los otros profes sí se los cierro el mismo día, pero yo estoy todos los días, todas las clases hablando de los controles, todas las clases, todos los días hablo de los controles, y ahí los alumnos me dicen que dificultades han tenido, que me van a mandar un correo, (no se entiende) un ratito tenemos un minuto. Yo de hecho, por ejemplo, nosotros estamos sacando las notas del sistema con porcentajes y después en un Excel se convierte en nota ¿cierto? Entonces le estamos mostrando a los profesores sus notas les estamos entregando las notas de los alumnos y yo con mi alumnos no los he podido hacer de verdad que no da el tiempo, es como harto lo que nosotros necesitamos, pero yo hablo tanto de los controles entonces yo les digo a ellos, ellos saben, chiquillos, les digo yo, yo los tengo botaditos a ustedes porque a los otros profesores yo les entrego las notas y con ustedes no he podido porque no me ha dado el tiempo, pero ellos tienen la, ellos tienen la nota eso le entregamos la nota.

E. 46:39: (Inaudible) P. 46:40: Ellos nunca, y hasta este minuto, yo imprimí hoy día, hasta hoy día era eso actualizado el archivo se llama no es ayer 5 de junio se llama el archivo lo estoy haciendo con fecha te fijas, bueno este es el mismo que no se lo he dado, y esta es la María Angélica que tu la estabas visualizando y estuvo con licencia, por eso está más atrasada, en general más, pero mis alumnos no tienen, no pero yo estoy con ellos es que es distinto te fijas.

E. 47:08: Entonces está es como una herramienta para apoyo a los profes.

P. 47:13: Que esa es la parte mira, estas notas lleva y ahí el alumno, por ejemplo, (no se entiende) él dice que ahí tenía otra nota ya le voy a revisar y le mando un correito y le mando un correito al alumno.

E. 47:22: ¿Y tu crees que sería importante que los profesores empezaran hacerse más cargo de ese tipo de cosas?

P. 47:26: No sé quien lo va hacer después porque en realidad no se hacen cargo le preguntan cómo se hacen pero es mucho el trabajo que ellos tienen. O sea, es que aquí igual hay un trabajo involucrado, porque el sistema entrega el porcentaje, no como número como carácter el archivo Excel que manda hay que volver a tipiar la nota.

E. 47:52: ¿Cómo? ¿En serio?

P. 47:54: Si pues.

E. 47:48: Revisemos eso, porque puede que haya otra manera...

P. 47:58: Y más encima entrega todos los intentos, entonces hay que borrar u ocultar todos los intentos entonces al final entre el trabajo entre borrar los intentos dejar la más alta es casi lo mismo.

C.7. Profesora F

Bueno Luis, muchas gracias por darme este tiempo, mira, la entrevista consiste en, tiene tres partes, una primera parte que está relacionada con las preguntas que tú creaste en la plataforma sobre funciones polinómicas, la segunda parte está, son preguntas relacionadas a lo que tú piensas sobre el conjunto de preguntas de la plataforma sobre funciones polinómicas y el tercer, la tercera parte está relacionada con el uso de la plataforma aquí en la sede ¿ya?

Bueno aquí yo tengo tus preguntas en la página 37. Aquí están tus preguntas, los algoritmos y también los enunciados.

C.7.1. Parte 1: sobre las preguntas programadas por el entrevistador

T1: sobre el contexto elegido

Entrevistador 01:06: La primera pregunta es ¿cómo elegiste el contexto de las preguntas? Profesor 01:13: En realidad buscamos qué, las guías que tenían y de ahí saqué la idea principal. Era en ese caso la de la fotocopiadora y la adapté ahí un poco para que pueda ser aleatoria. E. 01:36: y ahora por ejemplo de todo, porque en la guía me imagino que habían más problemas ¿por qué este te pareció más interesante que el resto? ¿por qué lo elegiste? ¿Hubo alguna razón particular o fue al azar? P. 01:49: Habían otros que eran bastante interesantes, pero los encontré, como para iniciar porque en ese momento recién estábamos aprendiendo a programar, por lo menos yo, no quise complicarme mucho con uno más complejo, entonces eso lo encontré bastante simple y además para el nivel de los chiquillos de acá.

T2: sobre la función

E. 02:15: Bueno, ¿cómo elegiste la función que está en el problema, la función que modela el fenómeno? P. 02:29: No te capto bien la E. 02:30: Bueno, en realidad en este caso la función generada por el contexto P. 02:33: Claro, o sea, la función me la van a dar los puntos E. 02:37: Sí, se la van a dar los puntos, así que en realidad en este caso no tiene tanto sentido esa pregunta. Y bueno dentro de, ya tú, finalmente diste dos puntos y a partir de eso generaste todas las preguntas 02:49 ¿cierto? P. 02:50: Correcto.

T3: sobre los parámetros aleatorizados

E. 02:51: ¿y cómo elegiste los rangos de, para los puntos? Porque por ejemplo mira aquí están los rangos A1 entre 4.000 y 5.000 con un paso de 10, el A2 entre 15 y 30 y el otro entre 500 y 3.000 con un paso de 10.

P. 03:10: Bueno, en realidad al comienzo me había lanzado a la vida no más y de repente cuando vi que me dieron valores que no eran reales por decirlo así, entonces empecé a buscar hasta donde podía ser el valor máximo y el mínimo porque me daba de repente una cantidad de hojas negativas por ejemplo, entonces ahí empecé a buscar los rangos para adecuarlos a que no me dieran esos valores.

E. 03:43: Y lo otro, por ejemplo tú pusiste aquí una restricción, que el resto de la división básicamente de la cantidad de. . .

P. 03:59: La pendiente.

E. 03:60: La pendiente, ¿por qué elegiste o cómo elegiste esa restricción, te acuerdas por qué pusiste esa restricción en particular?

P. 04:09: Precisamente porque al comienzo no la tenía y el programa quedó bloqueado, entonces empecé a analizar qué es lo que pasaba y precisamente en la recta se producía en cero y se indeterminaba abajo.

E. 04:29: Pero esto es del resto de la división parece, no es de indefinición.

P. 04:38: ah el resto de la división, ah que sea cero, sí, sí, es para que me diera números enteros en la cantidad de hojas que salieran porque sino me iban a salir 32,5 hojas.

E. 04:53: Pero, por ejemplo en este caso la pendiente es la variación de la cantidad de hojas en función del tiempo ¿cierto?, entonces por ejemplo podrían haber sido, no sé, 32 hojas cada 5 minutos.

P. 05:07: Ya

E. 05:08: Que no hubiese sido un número entero ¿te acuerdas en particular por qué no querías esos, porque esa pendiente podría haber sido fraccionaria.

P. 05:23: Sí, en ese momento, en ese momento, porque parece que hicimos hartas pruebas y poco a poco fuimos puliendo el ejercicio, o sea, además con la ayuda de Pilar que ella sabía más, bueno las dos chiquillas son programadoras, yo era el único que no había programado desde la universidad, así que por ahí determiné los puntos no más y vi para los que me pudiesen dar enteros y no se complicara tanto la respuesta o la ecuación, la función que quedaba y no había pensado en eso del rango eso de cada cinco ¿cómo fue lo que me dijiste?

E. 06:15: Es que por ejemplo podría, porque finalmente este es la pendiente ¿cierto? Entonces podría darse que, y es la pendiente con la que decrece, o sea con la que empieza a decrecer la función que se empiezan a echar a perder o sea que cada vez da menos hojas por minuto, entonces claro uno podría decir 5 hojas cada 5 minutos que sería un número entero, o sea perdón 5 hojas por minuto, pero uno podría decir 32 hojas cada 5 minutos porque ahí significa que la división serían 32, serían 6,4 hojas por minuto, a pesar de que claro por minuto da un decimal, pero la pendiente podría ser fraccionaria, no sé si me explico.

P. 07:04: Más o menos no más te capto la idea ahí

E. 07:08: Por ejemplo, la pendiente no…

P. 07:13: Porque la pendiente ahí en ese caso, le pusimos, no me acuerdo si le puse restricción a la pendiente o no.

E. 07:19: Sí es que esa es la restricción de la pendiente porque este es el resto de la división precisamente para que la pendiente fuese entera.

P. 07:25: Fuese entera claro.

E. 07:27: Entonces no sé si recuerdas por qué elegiste esa condición o sea por qué ponerle a la pendiente que fuese entera siendo que tomando en cuenta el contexto no es necesario.

P. 07:42: Podría ser, claro, sí, yo creo que a lo mejor fue por algo práctico nada más.

E. 07:52: Claro o sea puede que incluso lo haya tirado así no más, no es necesario que haya una razón, sino más bien si en ese momento recuerdas que lo programaste y dijiste ah yo quiero que sea por esto.

P. 08:04: No, yo creo que más que nada fue pensando, no cierto, en que eran ejercicios que iban a salir después en controles y que a los chiquillos les cueste lo menos posible, yo creo que en eso no más, no, porque puede ser fracción. De hecho incluso me acuerdo que la prueba que hice ahora de funciones también le puse una pendiente entera precisamente para agilizar un poco que se demoran tanto, que sea algo que es menos, ahora por un lado es bueno, por otro lado es malo, el acostumbrarlos a numeritos enteros no más y lo otro es que estos chiquillos les cuesta mucho las aproximaciones, he peleado con ellos siempre, no saben aproximar, entonces en las pruebas uno evita.

E. 09:04: Tú los tienes en física también ¿cierto? A algunos.

P. 09:05: No.

E. 09:06: ¿no, física no?

P. 09:07: No, aquí no, no me dan física, no, solamente matemáticas.

T4: sobre las preguntas de estimación

E. 09:14: Y ahí los muchachos tienen problemas para aproximar.

P. 09:19: Sí, en matemáticas 1 problemas graves, o sea para ellos un 2,7 es un 3, pero yo les digo no si piense usted que fuera algo no sé tan delicado como el voltaje, el voltaje no puede ser más allá de 2,7 y usted le pone 3 se le quema el circuito le digo yo y por ahí captan más o menos la idea que los decimales son importantes. Yo creo que esa es más que nada una de las razones, pero como te digo es por un lado bueno y por otro lado también uno los está acostumbrando a trabajar en forma cómoda por decirlo así.

T5: sobre el alto, ancho y centro del gráfico

E. 10:11: ya, ya, si entiendo la idea, bueno tú también hiciste varios gráficos en tus problemas ¿recuerdas cómo fue el proceso de construcción de ese gráfico, como qué desafíos tuviste que ir lidiando a medida que los fuiste programando, las elecciones que hiciste ya sea de la configuración del plano cartesiano, de las funciones graficarlas, etcétera, porque igual hiciste una programación sofisticada en el sentido de que graficaste en un intervalo, solamente un pedazo de la función, no completa, entonces hay hartos detalles dentro de la gráfica que me imagino que tomaste hartas decisiones.

P. 10:55: Que logró después como de 20 pruebas, claro ahí al comienzo el, cómo le llaman, el rayado este de los cuadritos, el cuadriculado que presenta Wiris, el tablero, al comienzo nos costaba un kilo poder identificar, porque de repente tú cambiabas el centro y se te corría para otro lado, era una cosa que en realidad uno luchaba en ese momento contra el tiempo y lo único que buscábamos era tratar de que resultara más que en su momento ir a analizar paso a paso, no cierto, el por qué y para poder buscar, pero al final tuvimos igual que aprenderlo po, o sea era igual que los alumnos.

E. 11:50: Lo sacaron adelante.

P. 11:51: claro, o sea al comienzo echarle la cundidora a ver si resultaba, pero como no resultaba bueno echar pa atrás no más po. Sí nos basamos bastante en los ejercicios que ya estaban hechos con tableros, los que hicimos allá en La Serena también, con todo eso o sino no habríamos podido programar. O sea, de hecho, y por otro lado, si no te llama la atención el programar estay sonado, si no te gusta no, y eso es lo que yo le decía a la Pilar, o sea esta cuestión, si nosotros pasábamos el día entero tratando de solucionar problemas, lo veíamos en el pasillo y seguíamos, pero ella tiene, bueno ella era matea en todo, hasta en la universidad así que como ya tiene su experiencia en programación y todo eso nos ayudaba a nosotros.

E. 12:55: de hecho yo me acuerdo que por ejemplo en esta pregunta, no tengo la foto acá yo pensé que la tenía, pero en las funciones que se graficaban los rangos los cambiaste ¿te acuerdas de eso o no? Por ejemplo aquí en el rango entre 4.000 y 5.000 y entre 5.000 y

3.000 el número de hojas y por ejemplo aquí en el gráfico uno de los puntos aparece entre 0 y 100 y el otro un poco más arriba de 300 ¿te acuerdas por qué elegiste ese cambio? Puedes pensar precisamente por lo mismo que tú dijiste para que corriera, pero ¿cuál era la dificultad que se presentaba que te hizo hacer ese cambio?

P. 13:53: a ver yo creo, en realidad a estas alturas, pero, los problemas que teníamos era que de repente si lo dejabas con un cierto rango o la recta se te desaparecía o no, no sabías donde andaba y uno empieza ahí a achicarte hasta que de repente empieza a aparecer y la empezaba a acomodar, ahora con más experiencia, claro, inmediatamente puede acomodar los valores, pero más allá no recuerdo bien el por qué, ni me acordaba de que había hecho cambios tampoco, lo que pasa es que quedé hasta aquí con el problema de la fotocopiadora.

T6: sobre las dificultades al programar

E. 14:45: Te generó harto dolor de cabeza ¿pero fue más el gráfico o la parte algebraica?

P. 14:55: No, todo tenía su problemática, la gráfica costó bastante poder lograr entender cómo ubicarse, cómo tirar el centro, el 00 en un lugar y la programación por otro lado también, o sea el tablero y que de repente por un paréntesis o una coma, en ese aspecto nos costó, por lo menos a mí me costó harto programar

E. 15:32: Ya, es interesante saber, como conocer las dificultades que se tienen para programar sobre todo pensando en que después pueda haber más gente que se pueda incorporar a esto y a qué dificultades que se pueden enfrentar.

P. 15:45: bueno, la principal dificultad es que el manual que tiene Wiris es muy escueto, entonces íbamos al manual y te daba un miserable ejemplo que no te clarificaba mucho la película, entonces ¿qué es lo que más nos ayudaba? Ver preguntas que estaban funcionando, entonces ahí íbamos a la programación, ahí veíamos cómo se escribía la función y cómo se podía representar. De hecho, este asunto de la, sustituir cadena, si no es por Juan que nos manda un ejercicio no aprendemos nunca a sustituir cadena.

E. 10:29: Claro, porque es súper específico sustituir cadena.

P. 16:31: Pero lo encontré genial, porque podías hacer que aparecieran cosas donde tú no, o que no se escribieran cosas en lugares, no cierto, donde tú no necesitabas que aparecieran sobre todo cuando trabajabas con ¿qué es lo que era? Cuando se pedían varias aleatoriedades sobre todo en los complejos, que ahí en un mismo ejercicio apareciera transformar a 17:03, después que ahí mismo apareciera transformar a cartesiana y de hecho que apareciera solamente en ese momento la retroalimentación que correspondía a lo que preguntaba y no apareciera la otra retroalimentación porque había que colocarlas todas.

E. 17:19: Claro, dependiendo de lo que apareciera.

P. 17:20: Exactamente, entonces eso de sustituir cadena ahí ayudó bastante, claro que sale largo sí.

E. 17:30: Es tremendo.

P. 17:31: Sí, pero igual, eso yo creo que es una de las principales dificultades y lo que más ayuda es el tener ejercicios que están funcionando entonces ahí uno se puede apoyar. Ahora me hubiese gustado que Wiris tuviera un manual más didáctico.

E. 17:56: Más desarrollado.

P. 17:59: Bueno y lo otro, lo que tú nos mencionabas de que Wiris estaba, como que recién aceptando todo lo que se le solicitaba, mira se necesita tal cosa a ver si ellos lo podían reparar o programar, entonces eso a mí por lo menos me hacía pensar que era limitado todavía Wiris y bueno, de hecho también lo manifestaba, todavía no se puede graficar.

E. 18:34: Claro, de hecho para mí es una de las principales limitaciones que tiene porque sobre todo pensando en que es una actividad natural que uno le pide a los estudiantes el graficar. Entonces, ahora, no solamente de Wiris sino que en realidad todos los sistemas porque es algo complejo computacionalmente me imagino.

P. 18:56: Sí porque son pocos los software que grafican.

E. 19:00: Claro, o más bien los software pueden graficar porque este puede graficar, pero reconocer del gráfico de un estudiante o hacer que el estudiante grafique ahí yo creo que está la sutileza que a nivel informático no tengo idea cómo se hará esa cosa o qué significará.

P. 19:19: Sí, bueno, pero yo creo que eso de tener, bueno ya hay un banco de preguntas que están funcionando y eso les va a servir a los profes que puedan integrarse.

E. 19:33: Sí ¿y en las preguntas que tú programaste qué fue lo que más te gustó hacer, como que tú dijiste ah mira esto es entretenido o no sé?

P. 19:48: Sí po el programar en si, el programar mismo y bueno, una es el programar la pregunta y después lo otro es la retroalimentación, que la retroalimentación también tiene su programación, pero a mí me, o sea yo le decía a la Pilar el programar.

E. 20:12 ¿Te gusta programar?

P. 20:13: Sí, entonces cuando dejamos de programar en echábamos de menos, el poder, porque se te va olvidando y después en el verano cuando estuvimos haciendo las preguntas tuve que empezar a acordarme de un montón de cosas, no, si nos costó hacer, más que no sé a quién se le ocurrió hacer los puntitos aleatorios.

E. 20:38: Claro, eso fue, claro po, se les ocurren cosas que otros tienen que hacer.

P. 20:44: Claro, no pero hay, siempre que analizábamos preguntas con Pilar nos decía mira podríamos dejar aleatorio esto otro y esto otro también y esto, pero al final se nos iba, la programación iba a ser muy compleja, y como siempre jugábamos contra el tiempo al final decidíamos dejarla hasta cierto punto no más.

E. 21:08: Con ganas de seguir a la Teresa

P. 21:10: Lógico, y con ganas de, hay muchas preguntas que se pueden optimizar más, hacerlas más, que queden mucho más amplias, preguntar varias cosas, qué sé yo, eso.

C.7.2. Parte 2: sobre el conjunto de preguntas

T7: sobre el rol de los contextos

E. 21:26: Ya, ahora con respecto al conjunto de, ahora vamos como a una mirada más general, pero no solamente con respecto a la plataforma, también con respecto al, podríamos decir al curso de matemáticas 1 de aquí del INACAP y particularmente de la unidad de funciones polinómicas, para ti ¿cuál es el rol de los contextos de los problemas de matemáticas?

P. 21:59: Bueno, yo creo que, siempre lo he pensado, de que el contexto debe ayudar al alumno a motivarse más por resolver el problema o que le pueda ayudar a entenderlo mejor, que el problema sea más entretenido, no la típica grafique tal función y, no sé qué más te podría decir, yo creo que el contexto le da su que al ejercicio, te lo aterriza más a la realidad, cierto, que el alumno vea que se está trabajando con algo real y no algo tan abstracto de repente que no le encuentran sentido a muchos ejercicios que a veces uno hace así que por obligación a veces uno tiene que partir por ese tipo de ejercicios porque primero tienen que aprender la mecánica, cómo se resuelven, lo que nos pasa por ejemplo con las derivadas, yo les digo a los chiquillos, o sea yo les puedo enseñar a derivar a un niño de octavo básico, pero no va a entender lo que está haciendo y después cuando llegamos a aplicaciones de las derivadas ahí recién se dan cuenta pa qué sirven y ahí entramos ya con contexto real qué sé yo y hacemos cálculos reales, entonces eso les entusiasma más, claro que igual les cuesta, se entretienen, quieren otro ejercicio, pero después en las pruebas les pongo un ejercicio y les cuesta bastante sobre todo el modelar porque no están acostumbrados a modelar.

T8: sobre la justificación de los contextos

E. 23:54: bueno con respecto a eso, mira ese mismo punto que tocas de modelar ¿tú consideras que dada una situación es necesario que el modelo matemático elegido sea justificable? Un poco rara la pregunta, me explico ¿o se entiende?

P. 24:21: Más o menos te capto la idea, o sea, si es lo que capté poh.

E. 24:25: O sea no estoy diciendo que siempre haya que justificar, sino que sea posible al menos teóricamente justificable, por ejemplo en física o en movimiento rectilíneo uniforme acelerado típico que uno hace los problemas de lanzar un objeto, cierto, y uno les presenta el modelo, una función cuadrática, entonces como ellos están empezando en matemáticas uno no les dice de dónde viene el modelo, uno presenta no más el modelo, cierto, pero uno sabe que ese modelo es justificable, hay una teoría física que permite justificar que la función que aparece es una función cuadrática y no es una función exponencial por ejemplo, entonces debe haber una ¿es necesario, o no es tan importante que haya una relación entre la situación y el modelo matemático elegido?

P. 25:25: Bueno idealmente yo creo que sí debería existir esa relación porque eso nos hace encontrarle más sentido al problema en sí porque o sino les planteamos solamente ejercicios no más lo que muchas veces nos pasaba o me pasa a veces que uno inventa un ejercicio y empieza y ¿esta cuestión será así? ¿funcionará en la realidad o no funcionará? ¿tendré alguna base? Por ejemplo por ahí hay una guía que tiene una fórmula de frenado de un vehículo en funciones, de esas guías que te mandamos, entonces yo pensaba ¿esa fórmula tendrá un respaldo? ¿o será inventada? Porque hay varias funciones que están ahí y que la función cuadrática es inventada no más, no está respaldada por ninguna cosa, entonces, ahora el buscar ese respaldo hay que saber, hay que manejarse en el tema ya sea si te vai a la parte física.

E. 26:43: Claro o quizás, porque por ejemplo yo, no sé, personalmente, quizás no podría demostrar, creo que alguna vez lo vi, pero no me acuerdo cómo demostrar que, precisamente es una parábola la que modela la posición de un objeto en caída libre, pero yo sé que existe, o sea yo sé que, es como, y de hecho es como un conocimiento cultural o sea los profes de matemáticas probablemente no saben cómo demostrarlo, pero saben que es posible, incluso no sé po típico problema en modelar la ley de enfriamiento de newton eso se hace con ecuación de diferenciales, no es que uno cuando lo presenta lo, pero sabe que

P. 27:40: Si po, ahí por ejemplo la misma función ésta para el el elevado a coseno theta seno theta, los chiquillos, se la vemos en mate 1 cuando vemos complejos, entonces después cuando yo tomo el cálculo ¿se acuerdan de esto? Sí profe, ya. Bueno ahora vamos a ver por qué, de dónde viene y ahí hacemos todo el trabajo con series de potencias y se dan cuenta que el asunto no es algo que el profe sacó de la manga en su momento aunque a lo mejor muchos profes lo sacan de la manga. Es que en este cuento yo creo que los profes les falta tiempo pa enriquecerse culturalmente de las matemáticas, podrá saber todo lo que es la mecánica de resolver ejercicios, pero yo cuando hice el diplomado en didáctica vi que habían profes que, perdidos po. Y contestaban cosas que de repente yo me respondía y yo no soy tan experto en el asunto, yo soy, bueno, físico y matemático no más, pero igual habían profes ahí que no, que andaban perdidos y a mí me gustó el profe que hizo los cursos, no me acuerdo cómo se llama ahora si, y las chiquillas, de Valparaíso.

E. 29:16: De Valparaíso, no era Jaime Mena.

P. 29:18: Sí, Mena, Mena, y el único problema que cuando hice el curso estaba solo por videoconferencia y yo veía por ejemplo en Rancagua 8 profes de Rancagua ahí, en otros lados 3, en Temuco 4, yo era el único que estaba de la sede.

E. 29:38: Y esta sede es gigante.

P. 29:39: Si po, entonces el profe decía de repente discútanlo entre ustedes, ahí quedaba, no pero ahí me di cuenta que hay profes, bueno, ya lo sabía, cuando fui jefe de UTP del liceo y observaba clases habían profes que cometían barbaridades. O profes que también no sabían ni siquiera construir una prueba. Yo tuve profes que lloraban al lado mío ahí porque les rechazaban la prueba, tenían que hacerla de nuevo. Al final ya, siéntate aquí y ahí yo les explicaba cómo se hacía esto, bueno pero son cosas que, de todo hay en la viña del señor como se dice. Por eso a mí me gustaría tener unos 30 años menos y profundizar más en física.

E. 30:34: ¿Tú cuántos años tienes de experiencia haciendo clases en la vida?

P. 30:39: En la vida, yo empecé haciendo clases el año 81, hice 25 años clases en un liceo y de ahí llevo otros 10 aquí ya, son 35 años más o menos. Pero, siempre he sentido ese problema de que no tengo el tiempo suficiente, por ejemplo, para seguir viendo más cosas, seguir estudiando más temas aunque sean de matemáticas qué sé yo porque la física no he tenido, como no hago física, pero igual con mi señora, porque ella siempre ha hecho física en recta también, le veo los ejercicios, los resuelvo qué sé yo, entonces por último me mantengo algo actualizado, pero matemáticas a mi me gustaría, hay varias cosas que me tienen ahí intrincado, con un signo de interrogación que me gustaría investigar, pero no hay tiempo. Ya estoy viejo ya pa.

E. 31:43: Pero en todo caso aprendiste a programar.

P. 31:45: Ah si po.

E. 31:47: Eso fue todo un desafío

P. 31:48: Sí, pero no me costó tanto, no, no costó, si hay que tener un poco de predisposición y que te guste, o sea a mí me encantaba en la universidad hacer los diagramas de flujo y esas cosas, pero no había lo que hay ahora pa poder programar. A propósito todavía no bajo el.

E. 32:16: Ah la versión para escritorio.

P. 32:19: ¿Será amigable?

E. 32:20: Sí, de hecho esta es versión de escritorio.

P. 32:22: Ah ya, ah es similar.

E. 32:23: Igual la gracia es que no necesita 32:26 de correo.

P. 32:29: Ya y después esto se copia.

E. 32:30: Es un archivo, de hecho tu tienes archivo, guardar como y luego guardai por archivo, entonces se guarda en el escritorio. Ahora para poder subirlo a internet tienes que copiar esto y pegarlo.

P. 32:43: ¿Lo pego allá donde está la programación? Ah ya.

E. 32:46: Entonces hay que abrirlo solo una vez.

P. 32:47: Correcto.

E. 32:49: Yo te iba a mostrar esto, este de acá es, no sé si se alcanza a ver, es el conjunto de preguntas de la plataforma, pero en funciones polinómicas, aquí están las funciones cuadráticas y aquí están las funciones simples, esta es, bueno hay 3 series cuadráticas, 16 lineales y representantes, 45, ya las 55 entonces están más o menos parejas, ahora lo que sí que hay que decir que están parejas porque son 9 de cuadráticas, o sea como que eso le dio.

P. 33:27: Es que ahí nos dividimos, la Pilar dijo yo hago las cuadráticas, ya yo hago lineales, y ahí empezamos. No y la Pilar de repente se subió por el chorro.

T9: sobre la concentración de tareas

E. 33:36: Sí, de hecho si ella hubiese hecho las que, el promedio de lo que hizo el resto de, probablemente hubiese quedado mucho más desequilibrado. Ya, pero además de eso fíjate en los porcentajes, estos son los tipos de 33:52 y estas son las representaciones que tienen cada una de las tareas. Por ejemplo, calcular la imagen de un valor y calcular la pre-imagen de un valor y en ambos tipos de funciones, en el caso de la función cuadrática representa casi el 70

P. 34:18: Que está mal repartido el chancho como dicen. Si po, ahí después nos fuimos dando cuenta de que habían muchas preguntas de un tipo y uno se concentra mucho en determinados temas porque son los más fáciles de hacer. Entonces ya yo decía programar los otros vértices, calcular las raíces, ahí ya que entren a jugar con la fórmula, en cambio allá le colocabas la función no más y le pedías calcular. Yo creo que va por ahí eso ah, o a pesar de que yo recuerdo que, bueno, nosotros de lo que nos preocupábamos era más que nada que, la situación y que hubiera el lenguaje natural, el gráfico y el otro, que estuvieran los 4 repartidos, pero de ahí a que fueron muchos de imagen o pre imagen nos empezamos a preocupar al final no más, entonces ya estaban prácticamente todas hechas.

E. 35:25: Entonces yo creo que esto lo puedes mirar como de manera positiva en el sentido de que, porque finalmente cada uno estaba preocupado de sus preguntas, pero uno no ve el conjunto y el conjunto se puede ver recién cuando una vez está hecho. Pero una vez que está hecho, mirando el conjunto uno puede también reflexionar sobre lo que uno mismo hace ¿y yo lo haré igual en clases o lo haré distinto? por ejemplo. Entonces es información que como está materializada permite ser analizada y te permite reflexionar.

P. 36:08: En base a ese punto no, no, no, es que ahora es tan re poco el tiempo que hay, yo les menciono esta es la imagen de éste, se obtiene de aquí de allá, punto y pasamos a gráficos o a calcular. Por ejemplo la función cuadrática yo se la, no sé po, la definición no cierto, y después les digo para hacer el análisis de la función cuadrática vamos a tener la siguiente receta de cocina y les detallo los puntos; primer paso intersección con el eje Y, segundo paso intersección con el eje X y les voy indicando al lado lo que tienen que hacer, tercer paso la concavidad, cuarto paso el vértice y quinto el gráfico. Listo, vamos con el problema, un ejemplo y les doy uno más pa que hagan ellos y tení que seguir con otra cosa. Entonces quedarse con muchas preguntas o muchos ejercicios en imagen o pre imagen, no cierto, no te permite llegar después a los otros. Entonces yo creo que uno que ya lleva años haciendo la matemática se va acomodando mejor porque al principio cuando nos cambiaron el programa nos costó, por lo menos a mí me costó. Pero yo soy, además que yo escribo en la pizarra todo porque sé que estos chiquillos no toman apuntes, entonces les voy anotando y les digo y esto deberían haberlo anotado ustedes aquí, pongan ahí, el chiste que acabo de contar anote ahí el profe contó el chiste pa que se acuerden después po, claro po, o sea los cabros me dicen profe usted es el único que nos llena el cuaderno, terminamos el semestre y tengo que comprar otro cuaderno.

T10: Sobre los números utilizados

E. 38:05: Ya, eso con respecto a ese tipo de tarea y con respecto a los registros utilizados, ahora si 38:19 los números que componen las funciones, ya sea los coeficientes o dentro de las preguntas o las respuestas ¿tú crees que el tipo de número que aparece influye en el trabajo matemático de los estudiantes?

P. 38:44: Yo creo que sí, o sea principalmente porque el chiquillo no tiene tanta habilidad numérica, él está acostumbrado a trabajar con números enteros, o sea le colocas una fracción y se hacen bola como se dice, les cuesta resolverlas o le hacen el quite, entonces por eso yo creo que fuimos colocando más que nada siempre tendiendo a números enteros, el tema está que más arriba uno necesita ya lo otro, yo tengo chiquillos en cálculo aplicado que se les van en collera las fracciones. Pero bueno, no yo creo que hay que, no sé, equilibrar eso, y estaba recién pensando que estos ejercicios que hay igual hay que revisar, revisar, porque yo no me había preocupado del tipo de número, yo ocupada de mis ejercicios que yo hice, pero también vi otros números por ahí que eran un poco complicados, números muy grandes, no sé, otros muy alejados de la realidad, entonces eso habría que, o sea es lo que yo le haría para ir mejorando poco a poco eso.

C.7.3. Parte 3: sobre la utilización de la plataforma

T11: sobre roles del entrevistado en el proyecto

E.40:10: Ahora con respecto a la utilización de la plataforma, la primera pregunta es sobre roles del entrevistado en el proyecto

P. 40:22: ¿Implementando?

E. 40:24: Desde que comenzó esto ¿qué te ha tocado hacer? Yo sé lo que te ha tocado hacer, pero la idea es que desde tu perspectiva que es lo que tú has visto que te ha tocado hacer?

P. 40:34: Bueno me ha tocado programar preguntas, o sea diseñar preguntas, programar, no cierto, a su vez obtener estadísticas, también me ha tocado.

E. 40:56: ¿Esas estadísticas de qué son?

P. 41:00: Para nosotros cuando partíamos empezábamos a ver cuántos lo habían contestado, cuántos alumnos habían ingresado qué sé yo.

E. 41:10: Y eso fue, pero tú estás hablando de ahora o cuando empezaste.

P. 41:12: Cuando comenzamos.

E. 41:14: Con las primeras implementaciones.

P. 41:15: Con las primeras implementaciones, cuando la hicimos cada uno de nosotros. También me tocó hacer inducción a los profes, explicarles a los profes, más que nada defender el proyecto porque era la primera vez que se les presentaba y se les decía para dónde, que esto se iba a implementar el próximo semestre, se les presentó ahí también a grandes rasgos se le mostraron preguntas y una muy breve explicación de que eran programables, porque hay preguntas que parecen muy simples, pero requieren bastante tiempo de programar. Bueno, aparte de eso después seguimos siempre nosotros 3, el equipo de acá, no cierto, preparando y siempre nos consultábamos y analizábamos las preguntas en conjunto, no había nadie que, de repente ya había cierta parte del trabajo que lo hacías ya de forma individual, pero ya después cuando había que revisar, qué sé yo, lo hacíamos en conjunto. Bueno, ahora ya estoy a cargo de 10 profes más o menos, no 5 profes o 6 profes, 5 profes, que en total deben hacer sus como 20 o 30 cursos, y tengo que ir viéndoles, abrirles los controles en la determinada fecha o si hay algún problema, que el profesor faltó, que hay que correrles, que corrió la prueba, entonces los chiquillos todavía no tenían la materia pa poder hacer el control, si le podíamos abrir más el control. Y también sacando las estadísticas para los días martes que nos reunimos, que ya hace tiempo que no hemos podido ver estadísticas, pero Pilar ha estado sacando estadísticas, porque teníamos una reunión ayer y se suspendió po, no se pudo hacer. Qué otra cosa he hecho.

E. 43:55: Ah, eso del seguimiento a los profes o al acompañamiento ha sido, claro, ver lo de las fechas, pero ¿tú te reúnes con ellos o es solamente todo vía virtual?

P. 44:08: No, esto lo hacemos, bueno, dependiendo de la problemática, si es que tiene algún problema de repente nos juntamos de pasillo, entonces el profesor mira me dice tengo este problema o el control tanto se cerró, entonces y por qué se cerró, es que los chiquillos me reclamaron porque se cerró a las 11 y decía que se iba a cerrar a las 12 de la noche, ah es que no nos preocupamos del cambio de hora, un detalle, entonces ya le vamos a dar una hora más, no sé, pero no hemos tenido problemas así graves, todo solucionable. Ahora en estos momentos ya estoy habilitándoles el de función exponencial y logarítmica, y lo interesante es que algunos profes me han dicho que si le podemos enseñar a ellos cómo habilitar los controles porque así ellos irían al ritmo que van pasando la materia.

E. 45:15: Ah ya, mira interesante eso.

P. 45:17: Claro, porque yo les abro los controles de acuerdo a la programación que tenemos oficial llamémoslo así, en tal semana hay tal prueba, por lo tanto en esa semana, no cierto, se cierra tal control y se abre otro, en fin, entonces varios, hubo un chiquillo que tuvo un problema ayer, lo picó una araña y faltó como dos semanas entonces anda atrasadísimo, entonces reenvió la fecha, entonces ahí me decía si ellos podían hacerlo y le dije sí mira creo que eso lo vamos a analizar en el equipo y vamos a ver qué pasa. Yo creo que es factible.

E. 46:04: Sí ¿y ustedes eso lo han conversado ya?

P. 46:06: No, todavía no hemos conversado esa parte

E. 46:09 ¿y tú desde tu perspectiva personal qué opinas de eso?

P. 46:12: Yo creo que sí, sí es factible y además lo empaparía más al profe en este cuento y que no sea tan dependiente de nosotros porque a la larga va a tener que asumir.

E. 46:29: Claro. Con respecto a los estudiantes ¿cuáles han sido las principales dificultades que tú has visto que han tenido los estudiantes?

P. 46:40: poder responder, el ingresar la pregunta, la respuesta perdón, el ingresar la respuesta y se me quejan de que ellos ingresaron la misma respuesta que les dice la retroalimentación, pero que se las marcó mala y generalmente topan en algún pequeño detalle.

E. 47:03: y de detalles por ejemplo alguno que recuerde.

P. 47:08: bueno, que elevan al cuadrado, no con lo que corresponde, sino que lo hacen como lo hace la calculadora o no utilizan el editor de Wiris. Hay algunos que hasta han copiado del Word han copiado la pregunta, otros con problemas de los decimales que no saben aproximar, pero son esos detalles que pasan más que nada por, yo creo, que el profe que está con ellos adelante no le aclaró bien la película en su momento no más y otros que son despistados totales. Porque yo mayormente no he tenido problemas mayores con cinco cursos y de los cinco cursos, cuántos juntaré, 10 cabros que me han dicho que han tenido problemas, con el resto no hay problemas. Y la cobertura ha sido buena, andamos cercanos al 80 %, así que no, yo creo que esas son las principales dificultades que han tenido los chiquillos, que requieren a lo mejor de una inducción un poco más larga o practicar un poco más, mostrarles cómo responder, que lean bien, yo creo que el principal problema es la comprensión lectora también de los cabros y uno lo ve en las pruebas también, muchos vienen a preguntar pero ahí lo dice, ahí dice, léalo, eso yo creo que ha sido su principal problema. Todos tienen su computador o en su celular tienen internet, así que no es excusa el no tener internet en estos momentos.

T12: sobre las dificultades de los profesores

E. 49:04: y por ejemplo con los profesores que tú has seguido ¿cuáles han sido las principales dificultades o resistencias que han mostrado?

P. 49:19: No, resistencia no, por lo menos los que yo tengo a cargo, al contrario, los cabros jóvenes han estado bastante dispuestos a esto y los más viejos como yo hay algunos que no son muy amigos de la computación, pero igual lo han hecho y no, no, no he tenido más dificultades, problemáticas, eso no más, yo creo que la sensación que se vive en estos momentos es de que ellos sienten que esto se va a quedar. Entonces yo por eso decía el otro día que era importante que sigamos el próximo semestre porque si lo cortamos va a decir ya esta cuestión ya no sirve E. 50:19: Porque ha habido otros proyectos que vienen.

P. 50:22: Si po hay proyectos que, bueno, son proyectos más chicos quizás, no sé cómo llamarlo, pero por ejemplo Pilar tenía un muy buen proyecto de cálculo con GeoGebra, entonces hicieron, tomaron cursos, un curso con GeoGebra el otro no, el semestre siguiente siguieron probando, pero se acabaron los recursos y ahí quedó no más, lo presentaron también en estos congresos de innovación que se hacen acá, como se hizo la otra vez, pero y ahí quedó po, no se siguió nunca más. Entonces, y este que ha seguido, ya son tres años ya ¿o no? Dos, si po, ha sido largo, es que tiene el apoyo de allá del CIEDU.

E. 51:28: Si po eso, eso lo ha seguido alimentando.

P. 51:30: Claro, porque o sino se muere. No sé qué más te puedo decir.

E. 51:41: Y tú has visto, bueno, otra pregunta, tú dijiste que los profesores en general no han tenido resistencia y esa no resistencia ¿a qué se lo atribuirías?

P. 52:02: A, bueno, no quiero decir que a los que estamos siendo de cabeza

E. 52:08: es que puede ser un factor importante

P. 52:10: O sea, yo lo he pensado, o sea porque a mí siempre los profes me han tachado de que soy una persona seria, que no anda, por decirlo entre comillas, tonteando, respetuoso, entonces siempre cuando yo me he dirigido a ellos me han escuchado sin problemas, y Pilar lo mismo, entonces, y Nelly también, yo creo que eso es un factor. Y lo otro es que también hemos estado siempre dispuestos a aclararles cualquier inquietud a ellos, de ir a la sala, de dejar lo que tú estás haciendo por atenderlos en ese momento y yo creo que por eso los profes han optado por hacerlo.

E. 53:07: ¿y tú has visto alguna percepción positiva de los profesores hacia el proyecto, que hayan dicho, o es más que nada algo de indiferencia de ah lo hago pero ¿tú qué comentarios has escuchado?

P. 53:27: mira yo creo que lo que hace falta ya y yo creo que lo vamos a hacer a fin de semestre es la reunión de evaluación de esto que se está haciendo porque ha sido la ocasión que se ha implementado ya a nivel general y de ahí ya, ah se me fue la onda, repíteme la pregunta.

E. 53:56: ¿cuáles han sido los comentarios positivos o la percepción positiva que podían tener los profesores? Te pregunté por las dificultades, pero también tú has visto que ellos tienen una percepción positiva y eso se ha reflejado en algo concreto.

P. 54:14: ya, quizás no tanto de los profes porque digo yo que faltaría ese tipo de reunión donde pudiésemos interactuar para saber cuál es su opinión. Así pero muy vagamente yo siento que, por algunos comentarios que me han hecho, que lo visualizan como positivo porque mantiene al chiquillo estudiando, lo mantiene haciendo ejercicios, y quienes sí me dieron, o sentí que ellos lo querían, fueron los profes que trabajaron con nosotros en la especialidad, o sea el profe de especialidad vio un buen aliado para ellos este tipo de preguntas, incluso alguno quería aprender a programar y que le iba a servir para sus clases, para que los chiquillos ejercitaran, yo por eso te pregunté la otra vez por el asunto de la especialidad, si íbamos a seguir, si íbamos a poder continuar con más unidades. Pero en cuanto a los profesores de matemáticas yo creo que para tener una visión más clara tenemos que reunirnos porque no hemos hecho reuniones, además que hacer reuniones a mitad de semestre no puedes juntarlos nunca, llegan 8, 10 profes.

E. 55:42: Sí, yo creo que va a ser bueno al final porque también en el último tramo aparecen cosas como que están relacionadas con el tema de las notas y claro, aparecen otros elementos que también son importantes a la hora de hacer la evaluación global.

P. 55:56: Exactamente y ahí cuando ellos vean, no cierto, que se les va a entregar la planilla con la nota y que lo único que van a hacer ellos es traspasarla y van a tener la última nota, entonces, van a tener el trabajo hecho y cuánto tiempo de horas se han ahorrado.

T13: sobre el trabajo con la plataforma en clases

E. 56:21: Lo otro, tú como profe, ya, tú como profe con tus cursos ¿has utilizado en clases las preguntas de la plataforma o la plataforma de alguna manera en tus clases?

P. 56:47: he utilizado preguntas, sí, bueno en este semestre he colocado preguntas pero no las mismas de allá, similar.

E. 57:06: Y eso... pero tú estás hablando de la clase o de las pruebas.

P. 57:09: De la clase, de ejercicios en clases, le puse un ejercicio similar al de la fotocopiadora, era otra cosa, no me recuerdo en estos momentos qué es lo que era, y tenían que buscar la función, entonces sacaban los puntos qué sé yo y todo eso, y también el semestre pasado coloqué ejercicios en pruebas. Yo les dije a ellos, o sea, lo más probable es que también en la prueba vaya un ejercicio de los controles, como una forma de motivarlos también a que lo resolvieran. Lo que sí ahora, acordándome un poco de algunas cosas, este asunto de lo que tú hiciste, yo no me había dado cuenta, de que el asunto de funciones, porque con Pilar enviamos las preguntas para el control 1, para el control 2, pero tú tomaste las 25 preguntas por decirte y esas las dejaste aleatorias.

E. 58:23: Ah si, no, de hecho fue un error, fue un error porque lo que pasa es que yo tomé categorías para cada pregunta, por ejemplo pregunta 1 del control 1, una categoría que eligiera entre 4 preguntas, pero en vez de que eligiera entre 4 preguntas eligió entre las 16 preguntas que no se tenían que usar.

P. 58:43: Claro, por eso que 58:45 alguno me decía pero profe yo abrí el control de nuevo y me salieron preguntas na que ver con las que ya había hecho antes

E. 58:54: Porque estaban acostumbrados a eso de las preguntas anteriores.

P. 58:56: Pero cómo les decía yo, no si, y después conversando con mi señora, mi señora también me dijo y después se lo pregunté a la Pilar y sí, la Pilar ya estaba enterada de la situación también. Eso. Lo otro que no hemos visualizado todavía, o por lo menos yo, es con respecto a esto de la diferida de la retroalimentación.

E. 58:24: Si hay algún efecto o no.

P. 59:25: Claro, porque yo creo que sí va a tener un efecto, porque no es lo mismo ver la retroalimentación después de haber hecho todo el control a que te salga al tiro cuando tú respondes la pregunta, entonces para ellos yo creo que es mucho más cómodo que les vaya apareciendo al tiro, inmediata, ahora, vamos a ver qué dicen las estadísticas

E. 59:55: las estadísticas con la cantidad de estudiantes que hay no van a mentir. Y a los profesores que tú has seguido, ya sea por comentario o por lo que tú has observado ¿cuáles son los distintos usos que han hecho los profesores de la plataforma?

P. 01:00:21: mira de la plataforma no creo que uso, aparte de indicarles dónde están los controles y uno que otro que una vez me pidió que le explicara cómo cambiar la fecha del control, pero más allá no que yo sepa que se hayan metido

E. 01:00:48: ya y por ejemplo para mejorar la integración, de alguna manera, la integración de esto como un, que el profesor lo vea como un recurso útil para sus clases, si tú pudieses proponer algo ¿qué propondrías?

P. 01:01:05: Proponer algo diferente.

E. 01:01:08: O lo que sea, o sea, ya.

P. 01:01:10: Lo que yo les preguntaría ahora a los profes es qué ganancias vieron con esto, o sea, a pesar de que yo sé cuáles serían, pero en el aspecto de ahorro de tiempo, que usted no tuvo que revisar ningún control, no cierto, y lo que mejor yo pienso es que se mantuvo a sus alumnos ejercitando constantemente, bueno los que hicieron los controles, porque deben haber varios que no los han hecho, y que antes ese alumno cuando usted le subía una guía de ejercicios a la plataforma a lo mejor la bajaba o a lo mejor miraba los primeros ejercicios y los hacía, los primeros ejercicios, y después se aburría y no hacía nada más, pero en cambio ahora con esto, no cierto, motivado un poco por la nota 01:02:14 lo hacen varias veces, hay cabros que lo han hecho hasta como 20 veces, entonces se ha hecho 20 guías de ejercicios.

E. 01:02:28: No se ha dado ni cuenta.

P. 01:02:29: Claro, no se ha dado ni cuenta, más que nada mostrarles el beneficio para el profesor , o sea lo que tiene, lo que conlleva y dónde nos podría llevar además esto. Más adelante llegar a hacer las pruebas. O que usted haga una guía, no cierto, con qué sé yo 10 ejercicios, pero en el fondo va a ser una guía de 100 ejercicios 01:02:57.

T14: sobre la plataforma como sistema de evaluación o de estudio

E. 01:03:01: ¿y tú cómo lo visualizas, más que nada como un sistema de evaluación o como un sistema de estudio?

P. 01:03:04: De estudio, a pesar que lo otro viene de rebote, pero a lo que yo le veo el foco es que el chiquillo ejercita, porque estamos falto a eso po, o sea por este asunto de ir tan apurados no hay tiempo pa hacer ejercicios en clases casi, entonces ellos van ahí ejercitando con los controles, no hay otra forma. Qué otra cosa podría ser, un apoyo también pa la clase, o sea yo puedo tener una pregunta aleatoria y podemos ir viendo rápidamente, no cierto, los cambios que se pueden producir

E. 01:03:59: ¿Y tú alguna vez has proyectado alguna pregunta en la clase?

P. 01:04:03: En clases sí para

E. 01:04:06: ¿Pero directamente de la plataforma o en una guía?

P. 01:04:09: no, no, directamente de, al comienzo del semestre cuando tú les explicas a los chiquillos, no cierto, o de repente que ya hubo uno que estaba tan choriado que estaba convencido que él lo ingresaba bien y le mostramos en pantalla, no cierto, cómo tenía que hacerlo

E. 01:04:28: ah ya, ¿y eso en qué unidad fue?

P. 01:04:30: en qué unidad, buena pregunta, es que no fue este semestre, fue antes, no, no recuerdo en qué unidad fue. E. 01:04:41: ah pero fue otro semestre, ya perfecto

P. 01:04:44: Ahora, hay chiquillos que, yo creo que yo diría que cuántos, a ver, o sea, yo diría que más del 50 % de los que trabajan en los controles quieren seguir con los controles porque vieron que les ayudaba a estudiar, algunos me preguntaron si iba a haber el segundo semestre, pero ellos como pasan de nivel, antes no ahora, porque ahora no sé si lo liberan el Wiris para todos los cursos, para todos los niveles. Uno puede dedicarse a hacerles controles también a los otros niveles por el mismo precio.